

UNIVERZA V LJUBLJANI  
FAKULTETA ZA ELEKTROTEHNIKO IN RAČUNALNIŠTVO

RAFAEL CAJHEN

# REGULACIJE

LJUBLJANA 1990



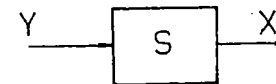
## 1. OSNOVNI POJMI

### 1.1 Krmiljenje in regulacija

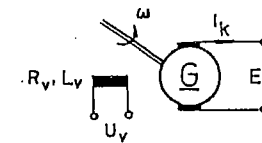
Krmiljenje je proces, pri katerem z neko vhodno veličino  $Y$  vplivamo na neko izhodno veličino  $X$ . Pravimo, da z  $Y$  krmilimo  $X$ . To zvezo lahko matematično ponazorimo z enačbo

$$X = f(Y) \quad (1.1)$$

Shematično lahko to zvezo prikažemo z nekim blokom, ki ponazarja fizikalni sistem  $S$  (sl. 1.1). Puščici kažeta smer delovanja:  $Y$  vpliva na  $X$ , narobe pa ne!



Sl. 1.1



Sl. 1.2

Zgled za krmiljenje kaže sl. 1.2: z velikostjo vzbujalne napetosti  $U_v$  (vhodna veličina) vplivamo na velikost inducirane napetosti  $E$  (izhodna veličina) neobremenjenega enosmernega generatorja, ki ga poganjamo s konstantno kotno hitrostjo  $\omega$ . Funkcijsko zvezo med  $X$  in  $Y$  po en. 1.1 lahko za opazovani sistem poiščemo na osnovi fizikalnih zakonov, ki veljajo za ta sistem (generator). Če upoštevamo, da so vse ostale fizikalne veličine, ki sicer tudi vplivajo na velikost napetosti  $E$  (npr.  $\omega$ ,  $R_v$ ,  $I_k$ ), konstantne, je  $E$  le še funkcija  $U_v$  po en. 1.1. Določeni vred-

Dr. Rafael Cajhen, dipl. ing.

redni profesor na Fakulteti za elektrotehniko in računalništvo v Ljubljani

GULACIJE

štampa, pregledana in dopolnjena izdaja

Recenzenta:

Lojze Vodovnik, dipl. ing.

redni profesor in redni član SAZU v Ljubljani ter

dr. Nikolaj Keršič, dipl. ing., redni profesor,

oba na Fakulteti za elektrotehniko in računalništvo v Ljubljani

Zbiranje oprema:

Milko Kruh, arhitekt

Izšla in založila Fakulteta za elektrotehniko in računalništvo v Ljubljani

Pripravila Komisija za tisk – urednik Božidar Magajna

Štampa »ONIKS«-Kodrič, Ljubljana

Štampa 500 izvodov

Na podlagi mnenja Republiškega komiteja za kulturo št. 415-320/90 z dne 18. 7. 1990 je knjiga oproščena plačila temeljnega in posebnega prometnega davka od prometa proizvo-



nosti  $Y$  ustreza točno določena vrednost  $X$  v smislu te enačbe. Kolikor pa katera od ostalih veličin, ki tudi lahko vplivajo na  $X$ , ni več konstantna, prvotna en. 1.1 ne velja več. Tedaj moramo napisati

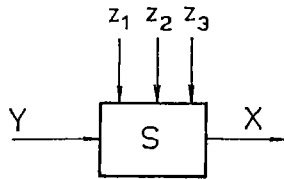
$$X = f(Y_1, Y_2, Y_3, \dots) \quad (1.2)$$

pri čemer so  $Y_1, Y_2, Y_3, \dots$ , različne vhodne veličine, katerih spremembe vplivajo na spremembo izhodne veličine  $X$ . Za sistem na sl. 1.2 lahko napišemo

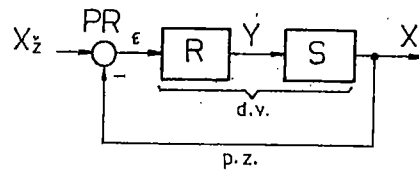
$$E = f(U_v, \omega, R_v, I_k) \quad (1.3)$$

Enosmiselna zveza med izhodno veličino  $X$  in eno vhodno veličino  $Y$  velja le tako dolgo, dokler ostale vhodne veličine zaradi svojih sprememb ne porušijo prvotne funkcijske zveze med  $X$  in  $Y$ , ki je veljala za primer, da so bile vse ostale vhodne veličine konstantne.

Če se ponovno vrnemo k zgledu s sl. 1.2 in se odločimo, da bomo na velikost napetosti  $E$  vplivali le z velikostjo napetosti  $U_v$ , potem vsaka sprememba ostalih veličin ( $\omega, R_v, I_k$ ) prvotno določeno povezavo  $E = f(U_v)$  le poruši. Vplivi sprememb ostalih veličin so torej nezaželeni in zato imenujemo te veličine motnje. Blokovna shema na sl. 1.3 kaže neki sistem  $S$ , na katerega mimo vhodne veličine  $Y$  delujejo še zunanje motnje  $Z_1, Z_2$  in  $Z_3$ .



Sl. 1.3



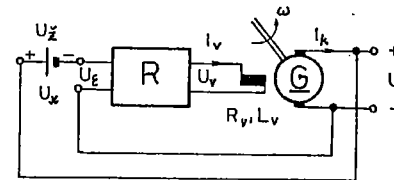
d.v. - direktna veja, p.z. - povratna zveza

Sl. 1.4

Če želimo ohraniti izhodno veličino  $X$  na neki želeni (predpisani) vrednosti  $X_z$  kljub delovanju spremenljivih zunanjih motenj  $Z$ , potem tega ne moremo več doseči s krmiljenjem, temveč moramo uporabiti regulacijo. Regulacija je proces, pri katerem izhodno (regulirano) veličino  $X$  z merjenjem, primerjanjem in s povratnim delovanjem stalno nastavljamo in ohranjamo na predpisani (želeni) vrednosti  $X_z$ . Blokovno shemo regulacije kaže sl. 1.4: Primerjalni člen PR primerja želeno (referenčno) vrednost  $X_z$  in dejansko (merjeno) vrednost  $X$ ; odstopanje (napako)  $\epsilon = X_z - X$  posreduje regulatorju  $R$ , ki spreminja vhodno veličino  $Y$  v regulirani sistem (reguliranec)  $S$  tako, da se napaka  $\epsilon$  zmanjša ali popolnoma odpravi. Z regulacijo torej zmanjšamo ali popolnoma odpravimo nezaželene vplive zunanjih motenj  $Z$ . Te lastnosti krmiljenje nima!

Značilnost vsake regulacije je zaključen krog (zanka): merjenje, povratna zveza, primerjanje in povratno delovanje preko regulatorja. Zato govorimo tudi o regulacijskem krogu ali regulacijski zanki. Regulacijski krog je sestavljen iz direktne veje, v kateri sta regulator  $R$  in reguliranec  $S$ , ter iz negativne povratne zveze.

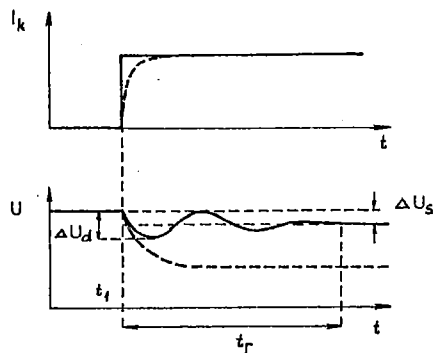
Sl. 1.5 kaže regulacijo napetosti enosmernega generatorja. Napetost



Sl. 1.5

$U$  je zelo malo ali popolnoma neodvisna od spremenljivih zunanjih motenj ( $\omega, R_v, I_k$  itd.), kajti regulator v odvisnosti od izmerjene napake  $U_e = U_z - U_x$  kompenzira vplive teh motenj. Ker pa noben fizikalni sistem ne more delovati neskončno hitro, tudi od regulatorja  $R$  ne moremo pričakovati, da bo trenutno odpravil (kompenziral) vpliv npr. skočnih sprememb (npr.  $I_k$ ). Zato

je potreben določen čas (regulacijski čas  $t_r$ ). Velikost tega časa je odvisna od regulatorja R in seveda tudi od samega reguliranca S (npr. od električne časovne konstante  $T_V = L_V/R_V$  na sl. 1.5). Sl. 1.6 kaže značilen prehodni pojav pri regulacijah: v času  $t_1$  se je hipoma (skočno) pojavil tok  $I_k$ , napetost U se je zmanjšala (ohmski padci, reakcija kotve).



Sl. 1.6

v prehodnem (transientnem) pojavu  $\Delta U_d$ , pa imenujemo transientno ali dinamično napako. Opomba: zaradi vedno prisotnih električnih časovnih konstant v kotvi, se tok  $I_k$  pri skočnih obremenitvah ne more trenutno spremeniti, temveč je njegov prehod v resnici takšen, kot ga kaže črtkana krivulja.

Če primerjamo krmiljenje in regulacijo vidimo, da je krmiljenje enostavnejše in bo zato tudi cenejše. Regulacija ima pa to prednost, da odpravlja ali zmanjšuje nezaželene vplive spremenljivih motenj na izhodno (regulirano) veličino.

čena pa potek napetosti z vključenim regulatorjem. Po končanem prehodnem pojavu, ki izkazuje neko dušeno nihanje, se vzpostavi novo stacionarno stanje. V narisanim primeru regulator sicer ni popolnoma odpravil vpliva zunanje motnje ( $I_k$ ), pač pa je ta vpliv močno zmanjšal.  $\Delta U_s$  imenujemo preostalo (statično, stacionarno) napako regulacije. Največjo napako, ki se je pojavila

### 1.2 Zahteve pri regulacijah

Ker zaradi končnih hitrosti delovanja fizikalnih sistemov regulator ne more trenutno odpravljati vplivov motenj, želimo od dobre regulacije vsaj to, da se ti vplivi čim hitreje in s čim manjšimi dinamičnimi napakami odpravijo. Kar zadeva statične napake, so razmere ugodnejše: s primerno izbiro regulatorja lahko te napake popolnoma odpravimo. Od dobre regulacije torej zahtevamo, da so regulacijski čas  $t_r$ , dinamična napaka  $\mathcal{E}_d$  in statična napaka  $\mathcal{E}_s$  čim manjše. Katera teh veličin je najbolj neugodna, je odvisno od tega, čemu je regulacija namenjena. Potemtakem ne moremo postaviti enotnega kriterija za kvaliteto ali optimalnost regulacije.

Poglejmo si to na konkretnem zgledu napetostne regulacije sinhronskega generatorja v elektrarni. Na javno omrežje sta med drugim priključena dva porabnika, ki postavljata vsak zase zelo različne zahteve na obliko prehodnega pojava: žarnice na žarilno nitko so zelo občutljive na nihanja amplitude izmenične napetosti in moramo zato težiti k takšni regulaciji, ki bo imela predvsem majhne dinamične napake in majhen regulacijski čas  $t_r$ , medtem ko zmerna statična odstopanja ne motijo; nasprotno pa so momenti asinhronskih motorjev zelo odvisni od amplitude izmenične napetosti in ker ti motorji zaradi mehanske vztrajnosti ne morejo slediti hitremu periodičnemu nihanju napetosti ob prehodnem pojavu, statičnemu odstopanju pa, bomo morali težiti k takšni regulaciji, ki bo dopuščala večje dinamične napake  $\mathcal{E}_d$  in regulacijske čase  $t_r$ , imeti pa bo morala čim manjšo statično napako. Torej imamo dve nasprotnojuči si zahtevi pri regulaciji istega sistema!

Kriterije za optimalnost regulacije določajo torej vsakokratne zahteve za konkretno uporabo. Potemtakem sploh ne moremo postaviti splošno

veljavnih meril za kvaliteto regulacije. Ugotovimo lahko le to, da bi imela idealna regulacija  $t_r = \varepsilon_d = \varepsilon_s \equiv 0$ . Pri realni regulaciji težimo, da so te vrednosti čim manjše, medtem ko določajo optimalno obliko prehodnega pojava zahteve pri konkretni uporabi.

Na problematiko optimalne regulacije se bomo povrnili v pogl. 5.

### 1.3 Vrste regulacij

Regulacije razlikujemo po več vidikih:

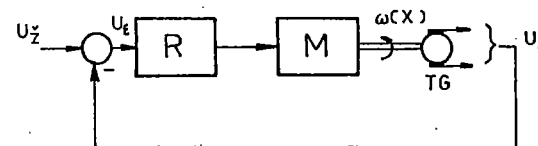
1. Glede na tehniško izvedbo regulacijskih aparatov razlikujemo elektriške, hidravlične, pnevmatske, mehanske itd. regulacije. Možne so tudi kombinacije npr. elektro-mehanske, elektro-pnevmatske ipd.

#### 1.3.1 Analogne in digitalne regulacije

2. Glede na fizikalni princip delovanja merilnega in primerjalnega člena razlikujemo analogne in digitalne regulacije. Pri analognih regulacijah je merilni in primerjalni člen analogen, pri digitalni regulaciji pa sta ta dva člena digitalna. To pomeni, da posreduje pri analognih regulacijah merilni člen informacijo o velikosti regulirane veličine v obliki analognega signala. Z ozirom na možnost prenašanja informacije je najbolje, da so ti signali v obliki električne napetosti ali toka ali zračnega tlaka. Zato je velika večina merilnih členov, tudi pri neelektriških regulacijah, elektriška.

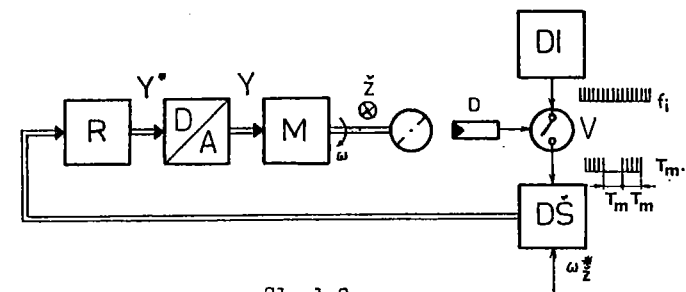
Pri analogni regulaciji torej vsaki vrednosti regulirane veličine (ta je vedno "analogna"! ) ustreza določena analogna vrednost na izhodu

iz merilnega člena. Primer: merjenje kotne hitrosti  $\omega$  z enosmernim tahometričnim generatorjem TG, kjer vsaki vrednosti  $\omega$  ustreza točno določena amplituda enosmerne napetosti  $U_x$ . To amplitudo v primerjalnem členu primerjamo z analogno želeno vrednostjo  $\omega_z^*$ , t.j. spet z amplitudo neke enosmerne napetosti  $U_z$ , in razliko teh amplitud  $U_e$  posredujemo regulatorju (sl. 1.7).



Sl. 1.7

Sl. 1.8 kaže neko digitalno regulacijo hitrosti  $\omega$  motorja: fotoelektrično merimo čas  $T_M$ . Število impulzov  $T_M \cdot f_i$ , ki ga prepuščajo elektronska vrata V iz dajalnika impulzov DI v digitalni števec DŠ, je merilo za hitrost  $\omega$ .



Sl. 1.8

Digitalni števec ugotovi, če je število impulzov  $T_M \cdot f_i$ , ki ga vsebuje en "paket", večje ali manjše od želenega števila impulzov  $\omega_z^*$ , ki ga "vstavimo" kot referenčno številčno vrednost v digitalni števec. Ugotov-

ljeno razliko impulzov posreduje števec digitalnemu regulatorju. Ta pa preko digitalno-analognega pretvornika krmili hitrost motorja. Ker so vsi fizikalni sistemi analogni, vsebuje vsaka digitalna regulacija digitalno-analogni pretvornik. Ta pretvornik je lahko tudi pred regulatorjem, če je regulator analogen. Merilni člen pa je analogno-digitalni pretvornik.

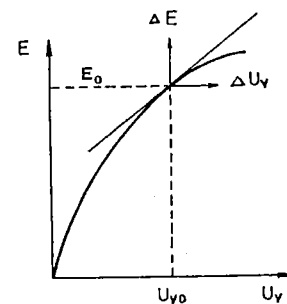
Velika prednost digitalne regulacije je v neomejeni možnosti točnosti merjenja regulirane vrednosti. V opisanem primeru regulacije hitrosti  $\omega$  je napaka pri digitalnem merjenju  $\pm 1$  impulz. Če povečujemo frekvenco  $f_1$  iz dajalnika impulzov ali merilni čas  $T_M$ , lahko merimo hitrost poljubno natančno. Mimo tega je digitalna referenčna vrednost zelo konstantna in jo je mogoče vedno točno reproducirati. Nasprotno pa analogne meritve obnemorejo, če se približujemo točnosti merjenja 2 do 1 %. Če torej zahtevamo še večje statične točnosti regulacije, potem jih lahko realiziramo le z digitalnim principom, kajti jasno je, da regulacija ne more biti bolj točna od merjenja!

V praksi so digitalne regulacije redke. Prvi razlog je cena: analogna regulacija je mnogo cenejša, če ne zahtevamo večje statične točnosti od približno 2 %. Pod to zahtevano mejo, kar se pa v praksi pogosto ne dogaja, postanejo digitalne regulacije cenejše. Drugi razlog je ta, da zahteva digitalno merjenje za razliko od analognega določen čas ( $2T_M$  v sl. 1.8) in so zato dinamične lastnosti digitalnih regulacij v principu slabše od analognih /1/.

### 1.3.2 Linearne in nelinearne regulacije

3. Glede na linearost členov v regulacijskem krogu razlikujemo linearne in nelinearne regulacije. V linearnih regulacijah nastopajo samo linearni členi. Parametri teh členov so v vseh delovnih točkah konstantni. Če v regulacijskem krogu nastopa le en sam nelinearen člen, je regulacija nelinearna.

Realni fizikalni sistemi so skoraj brez izjeme nelinearni. Večinoma so nelinearne njihove statične karakteristike. Statična karakteristika posameznega člena podaja zvezo med vhodno in izhodno veličino tega člena v stacionarnem stanju. Za zgled vzemimo člen, ki ga kaže sl. 1.2. Statična karakteristika  $E = f(U_V)$  je poznana karakteristika praznega teka enosmernega generatorja in je krivulja (sl. 1.9).



$$\omega = \text{konst.}, I_k = 0$$

Sl. 1.9

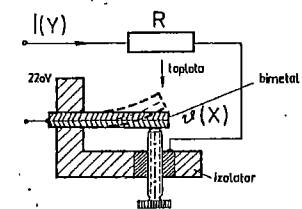
Kot bomo videli v pogl. 2.1, lahko linearne člene opisujemo z linearnimi diferencialnimi enačbami, katerih koeficienti so konstante ali časovno spremenljive vrednosti. Vsi členi, ki jih ne moremo opisati s temi diferencialnimi enačbami, so nelinearni in so zato tudi regulacije s temi členi nelinearne.



### 1.3.3 Zvezne in nezvezne regulacije

4. Glede na zveznost signalov razlikujemo zvezne in nezvezne regulacije. Zvezne regulacije so lahko linearne ali nelinearne, medtem ko so nezvezne regulacije vedno nelinearne.

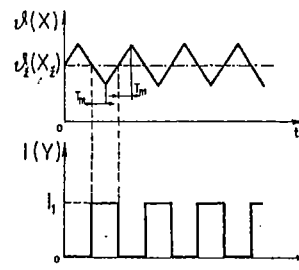
a) Zelo pogoste nezvezne regulacije so dvo-, tri- ali več-položajne regulacije. Pri teh regulacijah je regulator nezvezno delujoč element. Dvopoložajni regulator je zelo preprost. Ima le dva položaja: "vklopljeno" in "izklopljeno". Deluje torej kot stikalo. Takšni regulatorji so npr. releji, stikala, tiratroni, tiristorji, krmiljeni živosrebrni usmerniki itd. Sl. 1.10a,b kaže dvopoložajno regulacijo temperature  $\bar{v}$ , kakršno npr. uporabljamo v likalnikih, električnih bojlerjih itd.



Sl. 1.10a

Pri teh regulacijah nikdar ne dosežemo stacionarnega stanja, ker regulirana vrednost stalno niha okrog želene vrednosti. Na sl. 1.10 temperatura  $\bar{v}$  stalno niha okrog želene vrednosti  $\bar{v}_z$ , kot kaže poenostavljena sl. 1.10b. Čas  $T_m$  je nekakšen mrtvi čas in ponašanja časovno zakasnitev pri prehodu toplote z grelnega upora R na bimetal. Bimetalno stikalo (dvopoložajni regulator) preklopi vedno v trenutku, ko zavzame temperatura svojo želeno vrednost  $\bar{v}_z$ , vendar se temperatura še nadalje spreminja, ker preteče čas  $T_m$ , preden pride informacija (toplota) spet do merilnega mesta.

Pri tripoložajnih regulacijah je regulator tripoložajen. Tak regulator je npr. polarizirani rele, ki lahko mimo srednje lege ("izklopljeno") zavzame še odklon v obe nasprotni smeri ("levo" in "desno").

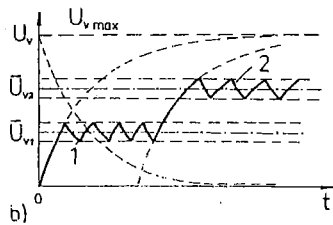
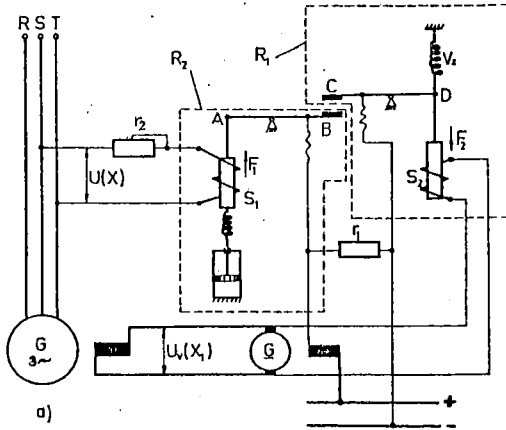


Sl. 1.10b

b) Posebna zvrst nezveznih regulacij so tiste, ki se po časovnem poteku regulirane veličine ne razlikujejo od zveznih. Pri teh regulacijah regulirana veličina ne niha okrog neke želene vrednosti, temveč zavzame v stacionarnem stanju časovno konstantno vrednost. Takšno regulacijo lahko dobimo:

1. če je frekvenca izhodne veličine Y iz nezveznega regulatorja velika v primerjavi s časovno konstanto reguliranca, ki zato ne more s svojo regulirano veličino X slediti hitrim spremembam Y-a. Tako "hitro stikalo" je npr. tiristor. Če bi v regulacijskem krogu na sl. 1.5 regulator R dobavljal vzbujalno napetost  $U_v$  iz tiristorja v enofazni, enohodni vezavi pri 50 Hz in bi bila časovna konstanta  $T_v = L_v/R_v$  velikostnega reda vsaj 100 ms, tedaj bi po vzbujalnem navitju tekel enosmeren vzbujalni tok  $I_v$  z zelo majhno valovitostjo. Fluks in tudi napetost U bo sta zvezna, čeprav je napetost  $U_v$  iz omenjenega tiristorja nezvezna in se vsako sekundo 50-krat prekine (če gledamo neobremenjen tiristor!);

2. če vsebuje regulacija neki notranji regulacijski krog, ki deluje dvopoložajno. Izhodna veličina tega notranjega regulacijskega kroga tedaj stalno niha, vendar se to nihanje iz razlogov, ki smo jih omenili pod tč. b, v regulirani veličini zunanjega regulacijskega kroga ne pozna. Tak primer kaže sl. 1.11.



Sl.1.11

Na tej sliki je shematično prikazana napetostna regulacija sinhronskega generatorja s Tirrilovim regulatorjem. Ta nezvezno delujoč regulator je prva uporabljena tvrdka AEG pred nekako 60 leti in se skoraj nespremenjen uporablja še danes, kar je redek primer v tehniki. Sodi v vrsto najhitreje delujočih regulatorjev in ga prvenstveno uporabljamo za vzbujanje sinhronskih generatorjev, ki imajo vzbujalnik. Spet imamo dva regulatorja v seriji. Regulator  $R_1$  (sl. 1.11a) je dvopoložajni nezvezni regulator, ki regulira vzbujalno napetost  $U_v$  sinhronskega generatorja tako, da stika na krat-

ko upor  $r_1$  v vzbujalnem tokokrogu vzbujalnika. Svojo želeno vrednost ( $X_{Z1}$ ) dobi z izhoda regulatorja  $R_2$  v obliki lege kontaktne ploskve B. Blokovna shema te regulacije je na sl. 1.20.

Vzemimo, da je sila, s katero deluje solenoid  $S_1$  na jedro iz mehkega železa, ravno v ravnotežju s težo obešenega sistema in točki A in B mirujeta. Regulator  $R_1$  bo tedaj stalno vklapljal in izklapljal kontakta B in C in s tem tudi upor  $r_1$ , pač v odvisnosti od tega, ali bo sila solenoida  $S_2$  večja ali manjša od sile vzmeti  $V_z$ . Vzbujalna napetost sinhronskega generatorja  $U_v$  se bo ustrezno temu večala in manjšala po krivulji, ki ponazarja dele eksponentne krivulje s časovno konstanto vzbujalnega tokokroga vzbujalnika (krivulja 1 na sl. 1.11b).

Srednjo vrednost te napetosti  $\bar{U}_{v1}$  določa lega kontakta B ( $X_{Z1}$ ). O tem se lahko takoj prepričamo, če pogledamo, kaj se bo zgodilo, ako pade napetost  $U$  sinhronskega generatorja pod svojo prvotno vrednost, t.j. pod predpisano (želeno) vrednost npr. zaradi obremenitve generatorja. Teža obešenega sistema bo prevladala nad silo solenoida  $S_1$  in točka B se bo polagoma začela dvigati. Polagoma zato, ker hitri premiki niso možni zaradi dušilnega valja (viskozno dušenje), ki deluje elastično preko vzmeti na jedro solenoida  $S_1$ .

Ker se je točka B pomaknila navzgor, ostaneta kontakta B in C daljša časa zaprta in bo potrebna neka večja sila  $F_2$ , torej neka večja napetost  $U_v$ , da se bosta kontakta B in C spet razmaknila. Večja napetost  $U_v$  povzroči, da se napetost  $U$  viša in sicer tako dolgo, dokler ne doseže svoje želene vrednosti. Tedaj je spet vzpostavljeno mehansko ravnotežje v merilnem sistemu regulatorja  $R_2$  in kontakt B sedaj miruje v nekem drugem, višjem položaju. Igra v regulacijskem krogu regulatorja  $R_1$  se sedaj ponovi, le okrog neke višje srednje napetosti  $\bar{U}_{v2}$  (krivulja 2 na sl. 1.11b).

Frekvenca, s katero niha vzbujalna napetost okrog svoje srednje vrednosti, je približno 5 do 7 Hz. To nihanje se zaradi elektromagnetne vztrajnosti, ki jo ponazarja časovna konstanta vzbujalnega tokokroga sinhronskega generatorja, v napetosti generatorja  $U$  ne opazi. Višjih frekvenc ne uporabljamo, ker bi se kontakti preveč obrabljali.

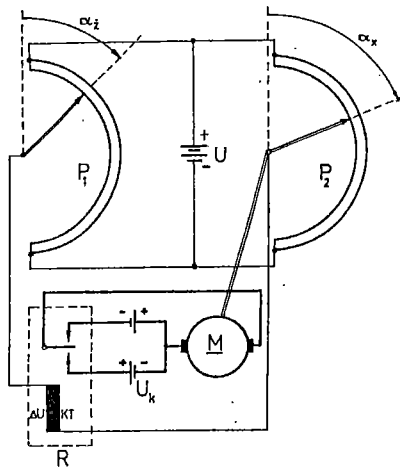
Regulator  $R_2$  deluje zvezno in mu omenjena vzmet ter dušilni valj dajeta tako imenovano PI-karakteristiko; dvopoložajni nezvezni regulator  $R_1$  ima P-karakteristiko.

Ko smo že pri sl. 1.11a, se lahko vprašamo, kaj daje temu sistemu

želeno vrednost ( $X_{z2}$ ) (gl. sl. 1.20) regulirane napetosti  $U$ . Kot smo omenili že v poglavju 1.4, se raje vprašajmo: kaj moramo spremeniti, da zavzame regulirana veličina  $U$  neko novo vrednost. Odgovor je na dlani: spremeniti moramo upor  $r_2$ . Dajalnik želene vrednosti je torej spremenljivi upor  $r_2$ .

Dvopoložajni regulator  $R_1$  in vzbujalna napetost  $U_v = X_1 = Y_2$  stalno nihata, glavna regulirana veličina, t.j. napetost sinhronskega generatorja  $U$ , pa ne.

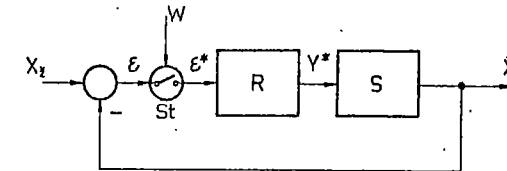
3. če uporabimo tripoložajni regulator in deluje ta regulator na objekt, ki ima integralno karakteristiko (gl. pogl. 2.4.5). Ko zavzame regulirana veličina (to omogoča integralni člen) želeno vrednost, se regulator postavi v srednji položaj ("izklopljeno") in regulacijski proces se umiri. Tak tipičen primer kaže sl. 1.12. Potenciometer  $P_1$



Sl. 1.12

daje želeno vrednost ( $\alpha_z$ ). Polarizirani rele (tripoložajni regulator) poganja motor  $M$  v levo ali desno tako, da dobi drsni potenciometa  $P_2$  isto smer (kot  $\alpha_x$ ), ki smo jo nastavili na potenciomtru  $P_1$ . Tedaj je napetost na tuljavi  $KT$  releja  $R$  nič in se jeziček ustavi v srednji legi. Takšno regulacijo lahko npr. uporabimo za spreminjanje lege krmila pri ladji.

c) posebna zvrst nezvezne regulacije je prekinjevana ali samplirana regulacija (nem. Abtast-Regelung, angl. Sampled Data System), katere blokovno shemo vidimo na sl. 1.13.



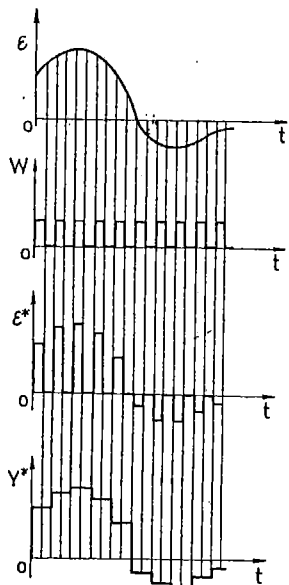
Sl. 1.13

Pri tej regulaciji periodično prekinjamo signal, tako da dobiva regulator podatke o merjeni in željeni vrednosti le v kratkih časovnih presledkih, vmes pa je regulacijski krog prekinjen. Vendar takšno prekinjanje ne spremeni linearnosti regulacijskega kroga.

Prekinjevana regulacija ima lahko številne prednosti. Tako lahko npr. v času, ko je regulacijski krog prekinjen, izvedemo računske operacije, posebno na počasnejšem digitalnem računalniku. Taka regulacija ima tudi določene dinamične prednosti, npr. če imamo v regulacijskem krogu člene z mrtvim časom. Nekateri regulacijski objekti tudi sami po sebi dajejo krmilno  $Y$  ali regulirano veličino  $X$  le v časovnih intervalih npr. radarske naprave.

Frekvenca, s katero dela  $St$  (sl. 1.13), mora biti  $f$  zadosti velika, najmanj pa dvakrat tolikšna, kot je najvišja frekvenca sinusnega harmonskega vala (Fourier), ki ga še hočemo zajeti v regulacijo.

Na sl. 1.14 vidimo časovni potek različnih veličin, ki nastopajo v blokovni shemi na sl. 1.13.



Sl. 1.14

Takšno prekinjevano regulacijo imamo npr. pri temperaturni regulaciji, če uporabimo kot regulator znani merilni instrument s padajočim streženom (nem. Fallbügelregler).

Prekinjevanih regulacij ne moremo več računati z elementarnimi matematičnimi pripomočki. Namesto diferencialnih enačb moramo uporabiti diferenčne enačbe in namesto Laplaceove transformacije tako imenovano Z-transformacijo /8, 9, 10, 11/.

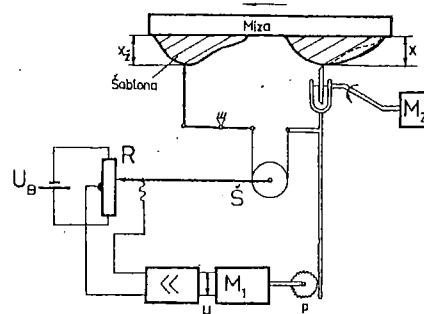
1.3.4 Regulacije s konstantno in spremenljivo želeno vrednostjo

5. Glede na časovni potek želene vrednosti  $X_z$  razlikujemo regulacije s konstantno želeno vrednostjo in regulacije s spremenljivo želeno vrednostjo, ki jih imenujemo tudi vodene regulacije. Principielno se ti dve regulaciji ne razlikujeta. Prav tako tudi ne po zgradbi.

Primer regulacije s konstantno želeno vrednostjo je npr. napetostna regulacija sinhronskih generatorjev v elektrarnah. Edina spremenljiva vhodna veličina je tu pravzaprav motnja npr. različna obremenitev. Naloga regulacije je, obdržati regulirano veličino na želene vrednosti kljub delovanju spremenljivih motenj.

Pri vodenih regulacijah pa se želena vrednost  $X_z$  spreminja in mora regulacija poskrbeti, da regulirana veličina  $X$  hitro in brez napak sledi spremembam želene vrednosti. To nalogo bi lahko opravilo tudi navadno krmiljenje, vendar le tedaj, če bi na sistem ne delovale še motnje. Vodena regulacija vplive teh motenj še "mimogrede" odpravlja, pa tudi hitrost delovanja (hitrost odziva) se ob uporabi principa povratne zveze močno poveča. Zato bo dinamika pri regulaciji boljša kot bi bila dinamika pri krmiljenju.

Sl. 1.15 kaže primer vodene regulacije. Rezarar vodimo s šablono, ki

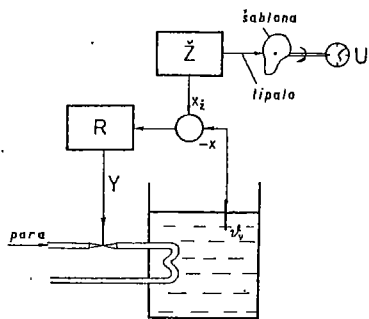


daje želeno vrednost, od tod tudi imamo "vodena regulacija". Regulirana veličina je razdalja  $X$  rezkarja od mize. Motor  $M_1$  za pogon zobate letve se vrti tako dolgo v eno ali drugo smer, dokler ne pride drsnik na upor  $R$  v središčno lego. To pa je vedno tedaj, ko je  $X = X_z$ . Ta regulacija rabi v prvi vrsti za to, da rezkar točno sledi neki predpisani

Sl. 1.15

vrednosti želene veličine, ki jo daje šablona. To bi sicer lahko dosegli tudi z navadnim krmiljenjem. Razlika je le ta, da taka vodena regulacija odpravlja tudi vplive zunanjih motenj, ki bi navadno krmiljenje popačile. Tako npr. obraba zobnikov v zobniškem pogonu pri regulaciji ne vpliva na pravičen pomik rezkarja, pri krmiljenju pa bi.

Sl. 1.16 kaže še en primer vodene regulacije, tako imenovano regulacijo s časovnim programom (nem. Zeitplanregelung). Neki urni mehanizem  $U$  pomika posebno oblikovano ploščo, ki skupaj z dajalnikom  $Z$  spreminja želeno vrednost  $X_z$  temperature, ki jo naj ima voda v posodi.



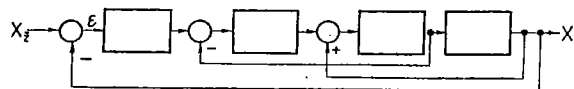
Sl. 1.16

1.3.5 Večzančne regulacije

6. Glede na število zaključenih krogov (zank) razlikujemo enozančne (sl. 1.4) in večzančne regulacije.

a) Regulacije z več povratnimi zvezami

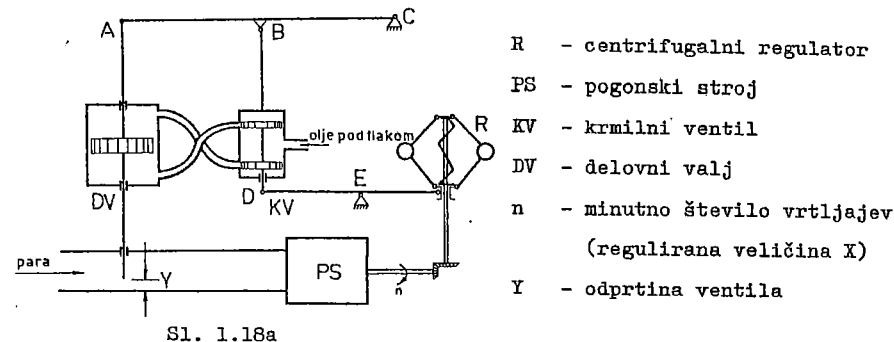
Regulacijski krogi imajo lahko mimo glavne povratne zveze še notranje ali sekundarne (sl. 1.17). Te sekundarne povratne zveze lahko na-



Sl. 1.17

stopajo same od sebe kot posledica fizikalnih lastnosti posameznega člena (gl. sl. 2.54a) ali pa jih namenoma uvajamo, da izboljšamo lastnosti regulacije.

Sl. 1.18a kaže preprost primer regulacije števila vrtljajev nekega pogonskega stroja s centrifugalnim regulatorjem s pomožno energijo, sl. 1.18b pa ustrezno blokovno shemo regulacije. Centrifugalni regulator R



Sl. 1.18a

Sl. 1.18b

deluje preko vzvoda na pomik bata krmilnega ventila KV, ki krmili dotok olja v zgornji ali spodnji prekat delovnega valja DV. To krmiljenje je napravljeno tako, da pri prevelikih vrtljajih delovni valj zapira odprtino Y, t.j. dotok pare, pri premajhnih vrtljajih pa jo odpira.

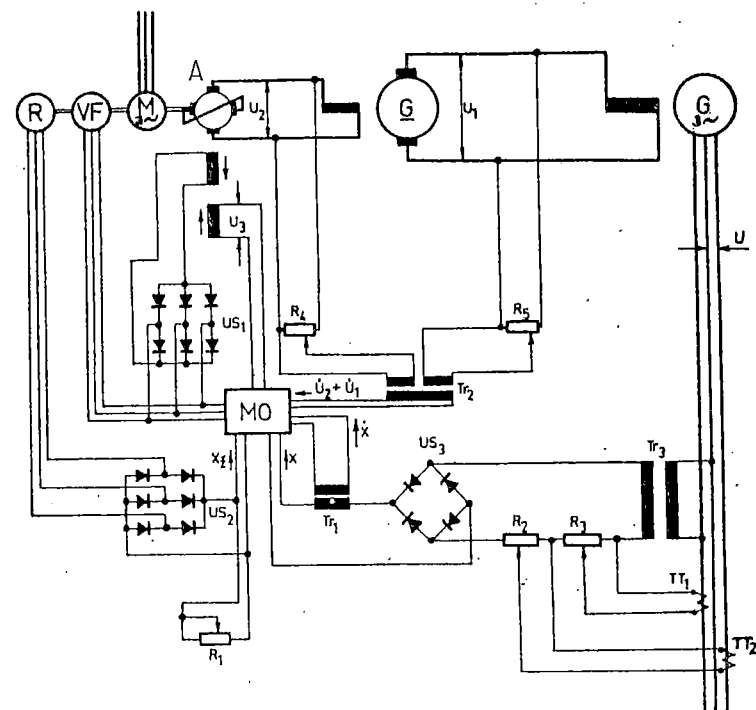
Mimo merjene veličine  $n$  vpliva na krmilni ventil tudi veličina  $Y$ , ki preko vzvoda ABC pomakne točko B in s tem tudi valj krmilnega ventila navzgor ali navzdol v istem smislu, kot se pomika glavni bat.

Če se bi npr. vrtljaji iz kakršnega koli vzroka zmanjšali, tedaj pomakne regulator R točko D navzgor in olje začne dotekati v spodnji prekat delovnega valja DV. Odprtina Y se začne večati, pomikati pa se začneta navzgor tudi točki A in B in s tem tudi valj krmilnega ventila KV. Krmilni ventil doseže tako prej svojo nevtralno lego (dotok zaprt), kot zavzamejo vrtljaji n svojo prvotno vrednost. Kot bomo videli kasneje, omogoča to boljše regulacijo.

Sl. 1.18b kaže to povratno zvezo v blokovni shemi. Predznak minus pomeni, da vpliva povratna zveza v nasprotnem smislu kot regulator. Zato pravimo takšnim povratnim zvezam tudi negativne povratne zveze za razliko od pozitivnih povratnih zvez, kjer je učinek istega predznaka.

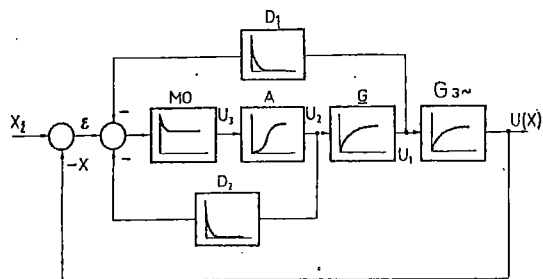
Pravkar opisani primer je prva izvedena povratna zveza v tehniki sploh.

Sl. 1.19a,b /2/ kaže principiarno shemo napetostne regulacije sinhronskih generatorjev tovarne Rade Končar z magnetnim regulatorjem ABMnI in z amplidinom. Napetost  $U$  sinhronskega generatorja merimo s transformatorjem  $Tr_3$ , jo usmerimo z usmernikom  $US_3$  in jo pošljemo v obliki nekega toka ( $X$ ) v eno od krmilnih navitij magnetnega ojačevalnika MO. Referenčni tok dobavlja posebni referenčni generator konstantnega toka R; z uporom  $R_1$  nastavljam vrednost referenčnega toka ( $X_z$ ), ki ga pošiljamo v drugo krmilno navitje. Magnetni ojačevalnik primerja želeno ( $X_z$ ) in izmerjeno vrednost ( $X$ ) in deluje preko amplidina A ter enosmernega generatorja (vzbujalnika) na vzbujanje sinhronskega generatorja in na njegovo napetost  $U$  (regulirana veličina). Regulacijski krog je tako sklenjen.



- |   |   |
|---|---|
| A - amplidin                              | MO - magnetni ojačevalnik   |
| R - izmenični generator referenčnega toka | G - glavni vzbujalnik   |
| VF - visokofrekvenčni generator           | G <sub>3~</sub> - sinhronski generator                                |
| M - pogonski asinhronski motor            | Tr <sub>2</sub> - transformator v sekundarni (dušilni) povratni zvezi |

Sl. 1.19a



Sl. 1.19b.

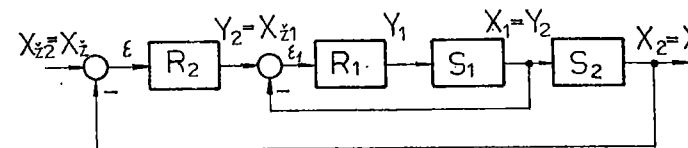
Mimo obeh omenjenih krmilnih navitij ima magnetni ojačevalnik MD še dve nadaljnji krmilni navitji, med katerima nas posebej zanima ono, na katero je priključen transformator  $Tr_2$ . Ta transformator ima dve primarni navitji, ki sta priključeni na vmesni fizikalni veličini regulacijskega kroga: na enosmerni napetosti  $U_2$  in  $U_1$ . Kot vemo iz osnov elektrotehnike, lahko transformator transformira, t.j. prenaša na svojo sekundarno stran, le izmenične komponente napetosti oziroma le časovne spremembe teh napetosti  $dU_2/dt$  in  $dU_1/dt$ . Povratni zvezi torej ne prenašata na omenjeni vhod magnetnega ojačevalnika (regulatorja) direktno nekih analognih (proporcionalnih) veličin obeh napetosti  $U_2$  in  $U_1$ , temveč njihove časovno "preoblikovane", "predelane" vrednosti, t.j. njihove časovne odvode.

Zato imenujemo take povratne zveze indirektne, za razliko od direktnih sekundarnih povratnih zvez, ki smo jih spoznali na sl. 1.18.

Na sl. 1.19b vidimo blokovno shemo regulacije s sl. 1.19a. V obeh sekundarnih indirektnih povratnih zvezah imamo vrisan po en diferencirni člen D. Kako take povratne zveze delujejo, bomo videli kasneje.

b) Regulacije s pomožnimi regulacijskimi krogi

Zelo značilen in pogost predstavnik te vrste regulacij je tako imenovana kaskadna regulacija. Značilno za to vrsto regulacije je, da nastopata po dva ali več regulatorjev, pri čemer se njuna regulacijska kroga ne prepletata, temveč zajema zunanja povratna zveza vedno celotni notranji regulacijski krog. Sl. 1.20 kaže kaskadno regulacijo z dvema regulatorjema in z dvema regulacijskima krogoma. Notranji (podrejen) regulacijski krog sestavljata člena  $R_1$  in  $S_1$  ter notranja povratna zveza, zunanji regulacijski krog pa sestavljajo mimo omenjenega notranjega regulacijskega kroga še člena  $R_2$  in  $S_2$  ter glavna povratna zveza. Značil-

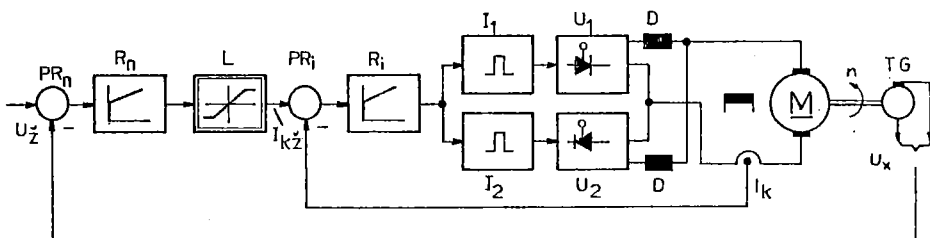


Sl. 1.20

nost kaskadnih regulacij je, da so notranji (podrejeni) regulacijski krogi vedno mnogo hitrejši od nadrejenih zaradi manjših lastnih časovnih konstant regulirancev notranjega kroga ( $S_1$ ) od časovnih konstant regulirancev zunanjega regulacijskega kroga ( $S_2$ ). Kot vidimo na sl. 1.20, imamo en hiter podrejen in en počasen nadrejen regulacijski krog. S stališča nadrejenega kroga je podrejen regulacijski krog le nekak hiter ojačevalnik. S stališča podrejenega, pa je nadrejen regulacijski krog le dajalnik želene vrednosti  $X_{z1}$ , ki je tako počasen, da občuti hiter podrejen krog veličino  $X_{z1}$  med svojim prehodnim pojavom kot časovno konstantno vrednost. Izhodna veličina  $Y_2$  regulatorja  $R_2$  je želena vrednost regulatorja  $R_1$ .

Kaskadno regulacijo uporabljamo posebno takrat, če hočemo imeti zelo hitro regulacijo ali pa če imamo opraviti z zelo "počasnimi" reguliranci, t.j. z reguliranci z velikimi lastnimi časovnimi konstantami. To pomeni, da izhodna veličina takega reguliranca le počasi reagira na spremembe vhodne veličine (npr.  $X_2$  in  $Y_2$  v sl. 1.20).

Sl. 1.21 kaže principiuelno shemo kaskadne regulacije hitrosti vrtenja enosmernega motorja z možnostjo štirikvadrantnega pogona, kakršna je bila razvita v Laboratoriju za regulacijsko tehniko fakultete za elektrotehniko v Ljubljani /3/. Tiristorski usmerniški vezji v protiparalelni vezavi omogočata obe smeri vrtenja in obe smeri motorjskih momentov (pospeševanje in zaviranje). Od vseh poznanih elektromotornih pogonov ima prav ta varianta najboljše dinamične lastnosti.



M - motor s konstantnim vzbujanjem

TG - tahometrični generator

$U_1, U_2$  - tiristorski usmerniško-razsmerniški skupini v protivzporedni vezavi

$I_1, I_2$  - tranzistorske impulzne krmilne enote

$R_i$  - PI-tranzistorski regulator kotvinega toka  $I_k$

$R_n$  - PI-tranzistorski regulator hitrosti vrtenja  $n$

PR - primerjalna člena

D - dušilka

L - omejevalnik izhodnega signala iz  $R_n$  t.j. omejevalnik želene in s tem tudi dejanske vrednosti toka  $I_k$

$I_k$  - kotvin tok

Sl. 1.21

Reguliravec, t.j. enosmerni tuje vzbujani motor, ima dve časovni konstanti: večja izvira iz mehanske vztrajnosti, manjša iz elektromagnetne vztrajnosti (časovna konstanta kotve). V odvisnosti od izvedbe in moči motorja se ti dve konstanti razlikujeta za faktor 3 do 10.

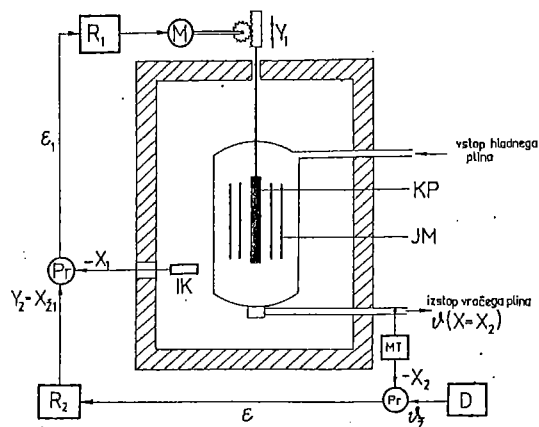
Notranji regulacijski krog je sestavljen iz regulatorja kotvinega toka  $R_i$ , iz usmernikov z impulznima napravama, iz kotvinega tokokroga motorja, iz merilnega člena za merjenje kotvinega toka  $I_k$  ter iz notranje povratne zveze. Zunanji regulacijski krog pa sestavlja mimo notranjega regulacijskega kroga še regulator hitrosti vrtenja  $R_n$ , elektromehanski del motorja, tahometrični generator TG (merilni člen) in glavna povratna zveza. Zaradi omenjenega razmerja časovnih konstant motorja in zaradi zelo majhnih lastnih časovnih konstant usmernikov in impulznih naprav (gl. pogl. 4.6.1), je notranji regulacijski krog zelo hiter, zunanji pa počasen. Regulacijski sistem je tako sestavljen iz dveh regulacijskih krogov. Zanju lahko uporabimo enostavnejša in enaka regulatorja (saj vsebuje vsak regulacijski krog le po eno večjo konstanto). Takšna delitev vodi k zelo preglednemu konceptu regulacije, kar olajša izračun, projektiranje, montažo in vzdrževanje.

Na izhodu iz regulatorja  $R_n$  lahko namestimo tudi limitor želene vrednosti  $I_{kž}$  ter tako predpišemo maksimalno velikost kotvinega toka. To je zelo pomembno zato, da ne poškodujemo kolektorja in da lahko vedno polno izkoristimo maksimalno dopusten moment motorja.

Drugi primer kaskadne regulacije smo videli že na sl. 1.11.

Tretji primer kaskadne regulacije kaže sl. 1.22. Tu vidimo shemo nekega jedrskega reaktorja, ki je hlajen s plinom. Na "zgorevanje" jedrskega materiala JM (goriva) vplivamo s pomikom krmilnih palic KP, ki vsrkavajo nevtrone. Regulirana veličina je odvedena toplotna moč





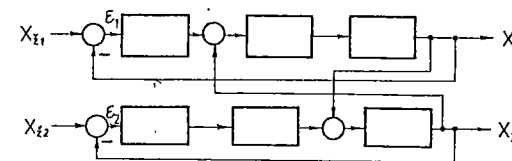
- |  |  |
|--|--|
| R - regulator                                      | KP - krmilne palice  |
| Pr - primerjalni člen                              | JM - jedrski material                                      |
| MT - merilnik temperature                          | M - nastavitveni motor                                     |
| IK - ionizacijska komora (merilnik toka nevtronov) | D - dajalnik želene vrednosti temperature izstopnega plina |

Sl. 1.22

oziroma kar temperatura izstopnega hladilnega plina  $v_2$ , če predpostavljamo, da je pretok tega plina konstanten in da je konstantna tudi temperatura hladilnega plina ob vstopu v reaktor. Ker povzroča masa takega reaktorja precejšnjo toplotno vztrajnost, bi bila regulacija z merjenjem temperature  $v_2$  in z ustreznim pomikom krmilnih palic KP zelo počasna. Zato izvedemo regulacijo kot kaskadno: S posebno ionizacijsko komoro IK merimo tok nevtronov, ki je proporcionalen sproščeni toplotni moči. Ta meritev sicer ni točna, je pa zelo hitra in lahko s pomožnim regulacijskim krogom hitro vplivamo na pomik krmilnih palic in s tem na jedrski proces. Točnejše podatke dobimo z merjenjem temperature in od tu nastavljam z regulatorjem  $R_2$  želeno vrednost  $X_{z1}$  notranjega regulacijskega kroga.

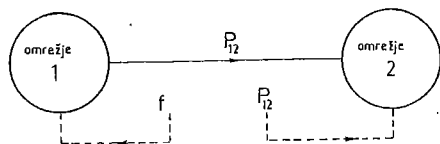
Tak jedrski reaktor ima več krmilnih palic, od katerih ima lahko vsaka svoj pogon oz. svojo regulacijo. Vendar ti regulacijski krogi niso med seboj neodvisni, ampak vplivajo drug na drugega.

c) Posebna zvrst večzračnih regulacij so večkratne regulacije. Pri teh regulacijah imamo dve ali več reguliranih veličin, od katerih ima vsaka svojo želeno vrednost. Vsako veličino regulira poseben regulacijski krog, pri čemer ti krogi niso medsebojno neodvisni, ampak se spremembe v enem krogu poznajo tudi v drugih krogih. Sl. 1.23 kaže blokovno shemo neke dvojne regulacije. Imamo dve regulirani veličini  $X_1$  in  $X_2$  in ustrezni želene vrednosti  $X_{z1}$  in  $X_{z2}$ . Obe regulaciji sta medsebojno povezani.



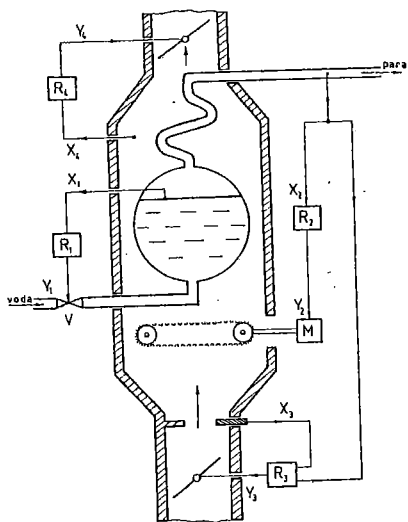
Sl. 1.23

Tako dvojno regulacijo imamo npr. pri povezanem obratovanju dveh elektriških omrežij (sl. 1.24). Pri takem povezanem obratovanju zahtevamo, da je frekvenca  $f$  konstantna, prav tako tudi moč  $P_{12}$ , ki gre iz prvega v drugo omrežje. Eden od načinov, kako izpolnimo ti dve zahtevi, je ta, da prevzamejo turbinski regulatorji vršnih elektrarn prvega omrežja regulacijo frekvence, turbinski regulatorji vršnih elektrarn drugega omrežja pa regulacijo prenesene moči. Obe regulaciji sta medsebojno odvisni, saj povzročajo spremembe v preneseni moči  $P_{12}$  tudi spremembo frekvence  $f$  in narobe.



Sl. 1.24

V modernih kotlarnah imamo vrsto regulacij in regulacijskih krogov, ki so medsebojno odvisni in predstavljajo večkratno regulacijo. Sl. 1.25 kaže le nekatere najvažnejše regulacije: Regulator  $R_1$  regulira nivo vode v kotlu tako, da odpira in pripira ventil  $V$ ; regulator  $R_2$  regulira dovod premoga v kurišče tako, da spreminja hitrost premikanja rešetk; regulator  $R_3$  premika loputo tako, da množina zraka točno



Sl. 1.25

ustreza množini goriva (regulacija razmerja), regulator  $R_4$  pa premika gornjo loputo in skrbi za to, da je v kurišču vedno pravi tlen in izgoreli plini ne prodirajo v kurilnico. Motilne veličine bi npr. bile: spremembe kurilne vrednosti premoga, različen odvzem pare, različna temperatura in tlak napajalne vode, različen vlek dimnika itd.

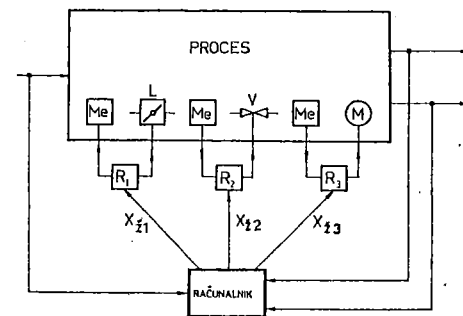
Takšni povezani regulacijski sistemi so lahko zelo zamotani, tako da se celo do kvalitativnih slik težko dokopljemo, kaj šele do kvantitativnih rezultatov.

Zato so se nekoč od daleč izogibali računanju takih zapletenih večkratnih regulacij in so se posluževali le empiričnih iz-

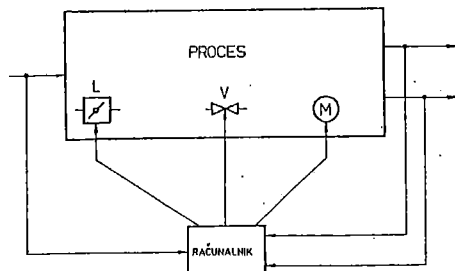
kušenj. Posebno v procesni industriji npr. v kemični industriji so takšni regulacijski sistemi pogosti in imenujemo take regulacije procesne regulacije /4/. Že leta 1940 so ob uporabi PID-regulatorjev uspevali povsem zadovoljivo reševati regulacijske probleme pri kemičnih procesih, čeprav na osnovi eksperimentalnih izkušenj in brez teoretičnih poglavitov. Zaradi poostrenih zahtev po ekonomskem obratovanju in zaradi povečanja naprav pa se je pojavila potreba po bolj kompleksnem vodenju procesov. Poseben poudarek je bil dan problemu optimalnega vodenja proizvodnega procesa ob uporabi izsledkov moderne teorije regulacije in elektronskih računalnikov. Računalnik lahko vključimo v vodenju procesa posredno ("off line") ali neposredno ("on line").

V prvem primeru (sl. 1.26) računalnik le izračunava optimalne železne vrednosti  $X_2$  različnih veličin procesa in jih posreduje regulatorjem  $R$ , ki po klasični poti krmilijo npr. loputo  $L$ , ventil  $V$  in motor  $M$  v svojih regulacijskih krogih. V tem primeru računalnik ni vključen v regulacijski krog in deluje nanj posredno.

Sl. 1.27 kaže računalnik, ki neposredno upravlja proizvodni proces ("on line").



Sl. 1.26



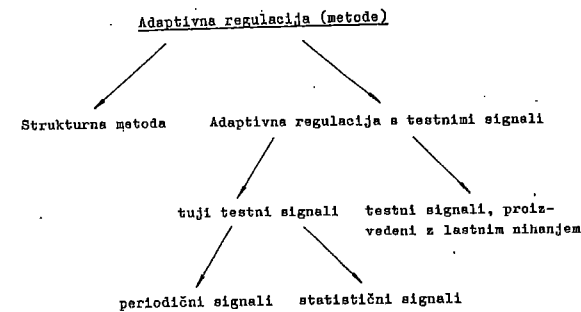
Sl. 1.27

V obeh primerih dovajamo računalniku veliko podatkov o vhodnih veličinah (podatki o surovinah, vstopni energiji itd.), o analizi vmesnih produktov, o analizi končnih produktov, o izmečkih itd. Računalnik te podatke po vstavljenem programu sproti vrednoti in upravlja proces v optimalnem smislu.

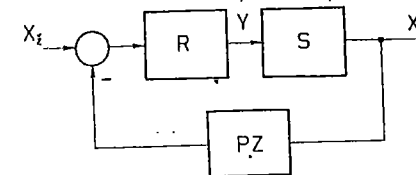
### 1.3.6 Adaptivne regulacije

Posebna zvrst regulacij so regulacije s samodejnim prilagajanjem ali adaptivne regulacije. Te regulacije uporabljamo tedaj, če spremembe v regulacijskem krogu ne povzročajo zunanje motnje ali želena vrednost, temveč se spreminja značaj reguliranca npr. da njegovi parametri niso časovno konstantni. Regulator, ki je bil že enkrat optimiran glede na določeno vrednost konstant reguliranca, ne more več optimalno voditi regulacijskega procesa, če so se konstante ali celo struktura reguliranca spremenili. Takšen primer je v letalski in raketni tehniki. Ko leti raketa skozi različno goste zračne gmote in z različnimi hitrostmi, jo zaradi spremenjenih fizikalnih pogojev ne moremo opisati z istimi enačbami. Enkratno nastavljen regulator ne more optimalno voditi rakete v spremenjenih pogojih. Regulacijski sistem mora imeti možnost

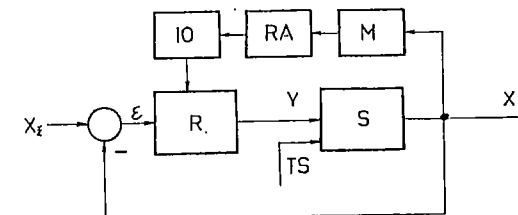
prilagajanja spremembam v reguliranču, zato govorimo tudi o adaptivnih regulacijah. Sl. 1.28 kaže dve poglavitni možnosti za rešitev tega problema.



a)



b)



c)

Sl. 1.28

Strukturna ali Mejerova metoda teži za tem, da s posebnimi vezji (npr. v povratni zvezi PZ v sl. 1.28b) kompenzira vplive sprememb parametrov v regulirancu S. Pri tej metodi se torej regulator ne prilagaja spremembam v regulirancu S, temveč člen PZ in regulator R dajeta regulacijskemu krogu takšno strukturo, ki ni občutljiva za določene spremembe parametrov reguliranca. Govorimo tudi o neobčutljivem regulacijskem sistemu. Regulator R in člen PZ imata konstantne parametre.

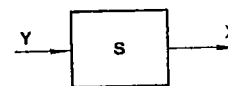
Druga možnost je ta, da sproti merimo nastale spremembe parametrov reguliranca in sproti avtomatično spreminjamo tudi parametre regulatorja tako, da je regulacijski proces vedno optimalen. Za to varianto so se npr. odločili Američani pri avtomatski regulaciji letala - rakete X-15 /5/.

Sl. 1.28c kaže adaptivno regulacijo, pri kateri ugotavljamo spremembo v regulirancu z odzivom reguliranca na tuje testne signale TS. Merilni člen M s filtri ali s korelatorji loči odziva na signal TS in Y ter posreduje računalniku RA le odziv na testni signal. Računalnik po vstavljenem programu optimiranja preko izvršnega organa IO spreminja konstante regulatorja R tako, da je regulacija ves čas optimalna. Testni signal je šibek (znaša npr. 1 % od Y) in rabi le za to, da se izmeri trenutna vrednost spreminjajočih se parametrov reguliranca S. Namesto tujih testnih signalov lahko takšne signale proizvajamo še v sistemu samem. Večji problemi nastopijo takrat, če se v regulirancu spreminja istočasno več parametrov ali celo struktura reguliranca.

## 2. DINAMIKA LINEARNIH SISTEMOV

### 2.1 Linearni in linearizirani sistemi

Obnašanje fizikalnih sistemov lahko matematično opišemo, če na osnovi fizikalnih zakonov poiščemo matematično zvezo med posameznimi fizikalnimi veličinami. Ponovno bomo fizikalni sistem zaradi enostavnosti prikazali z blokom (sl. 2.1), v katerega vstopa vhodna veličina Y in



Sl. 2.1

izstopa izhodna veličina X. Pri zvezno delujočih fizikalnih sistemih lahko časovni potek izhodne veličine X izračunamo iz linearne diferencialne enačbe

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i X}{dt^i} = f(t) \quad (2.1)$$

kjer je X izhodna veličina sistema,  $a_i$  so koeficienti,  $f(t)$  pa je neodvisna vhodna (motilna) funkcija

$$Y = f(t) \quad (2.2)$$

Za rešitev en. 2.1 moramo mimo funkcije  $f(t)$  poznati še začetne pogoje

$$X^{(i)}(0); \quad i = 0, 1, 2, \dots, n-1 \quad (2.3)$$

Koeficienti  $a_i$  v diferencialni enačbi v splošnem niso konstantni, temveč imajo lahko npr. časovno spremenljive (neodvisne) vrednosti ali pa so celo odvisni od vhodne funkcije Y.

V odvisnosti od tega, s kakšno diferencialno enačbo lahko opisujemo fizikalne sisteme, razlikujemo linearne in nelinearne sisteme.

Linearni sistemi so tisti, ki jih lahko opišemo z linearno diferencialno enačbo 2.1, katere koeficienti  $a_i$  so konstante ali časovno spremenljive vrednosti.

Pri linearnih sistemih veljata dva pomembna principa:

1. princip linearne zveze med vhodno in izhodno veličino in
2. princip superpozicije, kar pomeni, da je pri istočasnem vplivu več vhodnih veličin (sl. 1.3) izhodna veličina enaka, kot če bi na izhodu sešteli ločene vplive, ki jih dajejo iste vhodne veličine posamič.

Vse sisteme, ki jih ne moremo matematično opisati z navedeno enačbo, štejemo k nelinearnim sistemom.

Že v pogl. 1.3.2 smo omenili, da so v naravi skoraj vsi sistemi nelinearni. Potreben pogoj, da so koeficienti  $a_i$  v en. 2.1 konstantni, je ta, da so statične karakteristike sistema linearne. To pomeni, da mora obstajati med vhodno  $Y$  in izhodno  $X$  veličino v stacionarnem stanju linearna zveza. Na žalost pa takšne linearne zveze pri fizikalnih sistemih skoraj ne zasledimo in jih zato ne moremo opisovati z linearnimi diferencialnimi enačbami s konstantnimi koeficienti. Iz tega izvirajo velike praktične računske težave, kajti nelinearne diferencialne enačbe ali linearne diferencialne enačbe z odvisnimi koeficienti v splošnem niso rešljive. To je tudi razlog za današnje dokaj absurdno stanje: za linearne sisteme, ki jih v praksi ni, imamo dodobra razvito enotno teorijo linearnih sistemov z izdelanimi metodami za analizo in sintezo, medtem ko za nelinearne sisteme spetne teorije sploh ni, ampak so bile

izdelane le več ali manj eksaktne metode za reševanje problemov za nekatere specifične nelinearne sisteme.

- Metode, ki jih daje teorija linearnih sistemov, lahko uporabimo tudi za reševanje problemov pri realnih, t.j. nelinearnih sistemih, če:
1. se omejimo le na linearno območje sicer nelinearnih karakteristik (npr. v sl. 1.9 na začetni ravni del statične karakteristike);
  2. v določeni delovni točki nelinearne statične karakteristike to karakteristiko aproksimiramo z linearno, ki ima v tej točki iste parametre (npr. v točki  $E_0$ ,  $U_{V0}$  v sl. 1.9); napaka, ki se v računu pojavlja, je tem manjša, čim manj se oddaljujemo (majhne vrednosti  $\Delta E$ ,  $\Delta U_V$ ) od točke, v kateri smo opravili linearizacijo;
  3. je značaj nelinearnosti takšen, da bistveno ne vpliva na linearnost celotnega sistema (glej primer na sl. 1.11).

Takšne nelinearne sisteme obravnavamo kot linearizirane nelinearne sisteme in se da območje veljavnosti linearizacije in velikost računskih napak oceniti. Za inženirsko prakso daje opisana pot večinoma povsem zadovoljive rezultate in jo zato mnogo uporabljamo.

## 2.2 Frenosne funkcije

V en. 2.1, ki podaja zvezo med vhodno in izhodno veličino nekega sistema, ima motilna funkcija  $f(t)$  v splošnem obliko

$$f(t) = \sum_{j=0}^k b_j \frac{d^j y}{dt^j} \quad (2.4)$$

Zato lahko napišemo zvezo med izhodno X in vhodno Y veličino sistema z diferencialno enačbo

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i X}{dt^i} = \sum_{j=0}^k b_j \frac{d^j Y}{dt^j} \quad (2.5)$$

Ta diferencialna enačba izhaja vedno iz fizikalnih zakonov, ki veljajo za opazovani sistem. V stacionarnem stanju so vsi odvodi nič, in preide en. 2.5 v

$$a_0 X = b_0 Y \quad (2.6)$$

V regulacijski tehniki je v navadi, da ne opazujemo polnih iznosov Y in X vhodnih oziroma izhodnih veličin, temveč le njihove spremembe ΔY in ΔX okrog nekih izhodiščnih vrednostih, ki jih označujemo z Y<sub>0</sub> oziroma X<sub>0</sub>. Te izhodiščne vrednosti ustrezajo npr. delovni točki sistema. Torej je

$$X = X_0 + \Delta X, \quad Y = Y_0 + \Delta Y \quad (2.7)$$

Ob upoštevanju en. 2.7 in en. 2.6, dobi en. 2.5 obliko

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i \Delta X}{dt^i} = \sum_{j=0}^k b_j \frac{d^j \Delta Y}{dt^j} \quad (2.8)$$

Oblika diferencialne enačbe in vrednosti koeficientov ostanejo torej nespremenjeni, če v en. 2.5 namesto vrednosti X in Y pišemo spremembe ΔX in ΔY z ozirom na izbrano delovno točko X<sub>0</sub>, Y<sub>0</sub>!

Če je sistem S v tej delovni točki v stacionarnem stanju, so vsi začetni pogoji nič

$$\begin{aligned} X^{(i)} &= 0; & i &= 0, 1, 2, \dots, n-1 \\ Y^{(j)} &= 0; & j &= 0, 1, 2, \dots, k-1 \end{aligned} \quad (2.9)$$

in daje en. 2.8 v stacionarnem stanju zvezo

$$\Delta X a_0 = \Delta Y b_0$$

oziroma

$$\frac{\Delta X}{\Delta Y} = \frac{b_0}{a_0} = K_F \quad (2.10)$$

Ker podaja koeficient K<sub>F</sub> razmerje med spremembo izhodne in vhodne veličine v stacionarnem stanju, ga imenujemo faktor statičnega ojačenja. Vrednost tega faktorja lahko odčitamo iz linearne statične karakteristike sistema oziroma iz nagiba tangente v delovni točki linearizirane nelinearne statične karakteristike (gl. sl. 1.9).

Z Laplaceovo transformacijo /6,7/ lahko poiščemo razmerje med spremembo vhodne in izhodne veličine v slikovnem prostoru

$$\frac{\Delta X(p)}{\Delta Y(p)} = \frac{\sum_{j=0}^k p^j b_j}{\sum_{i=0}^n p^i a_i} \quad (2.11)$$

Neodvisno spremenljivko Laplaceove transformacije smo označili s "p". Ta rezultat smo dobili, ker smo opazovali le spremembe ΔX in ΔY okrog stacionarnega stanja in so bili zato vsi začetni pogoji v smislu

en. 2.9 nič!

Nadaljnjo prednost dobimo, če pišemo v en. 2.8 spremembe izhodnih in vhodnih veličin v relativni obliki

$$x = \frac{\Delta X}{X^*}, \quad y = \frac{\Delta Y}{Y^*} \quad (2.12)$$

$X^*$  in  $Y^*$  sta osnovni vrednosti izhodne oziroma vhodne veličine in ju lahko poljubno izberemo. En. 2.11 obdrži isto obliko

$$\frac{x(p)}{y(p)} = \frac{\sum_{j=0}^k p^j d_j}{\sum_{i=0}^n p^i c_i} = F(p) \quad (2.13)$$

le koeficienti zavzamejo nove vrednosti

$$d_j = \frac{b_j}{X^*}, \quad c_i = \frac{a_i}{Y^*} \quad (2.14)$$

En. 2.13, ki podaja razmerje med relativnimi spremembami izhodne in vhodne veličine v slikovnem prostoru Laplaceove transformacije, imenujemo prenosno funkcijo sistema in jo označujemo z  $F(p)$ . Pravimo, da smo diferencialno en. 2.8 normirali. V stacionarnem stanju postane en. 2.13

$$\frac{x}{y} = \frac{d_0}{c_0} = K \quad (2.15)$$

Konstanta  $K$  podaja razmerje med relativnimi spremembami izhodne in

vhodne veličine in je torej faktor statičnega ojačenja normiranega členu. Vendar to ojačenje ne ustreza več fizikalnemu ojačenju  $K_f$ , ki je

$$K_f = \frac{\Delta X}{\Delta Y} = K \frac{X}{Y} \quad (2.16)$$

Če normiramo diferencialno en. 2.8 tako, da je

$$\frac{X^*}{Y^*} = \frac{b_0}{a_0} \quad (2.17)$$

postane faktor  $K = 1$ .

Velika prednost normiranja diferencialnih enačb je ta, da postanejo faktorji statičnega ojačenja  $K$  po en. 2.15 brezdimenzijska števila, časovne konstante v prenosnih funkcijah pa dobijo dimenzijo časa!

Naj opozorimo na tem mestu, da pri nekaterih sistemih faktorja  $K$  (en. 2.15) ni mogoče definirati kot faktor statičnega ojačenja, npr. če je  $c_0 = 0$  (pri integralnih členih ali pri sistemih, ki vsebujejo eno ali več integracij) ali če je  $d_0 = 0$  (pri diferencialnih členih ali pri sistemih, ki vsebujejo čiste diferencialne člene).

Odslej bo veljal dogovor, da bomo s prenosnimi funkcijami  $F(p)$  podajali vedno razmerje relativnih sprememb izhodnih in vhodnih veličin sistema v slikovnem prostoru, razen v primerih, kjer bomo to posebej povedali! Relativne spremembe veličin bomo odslej označevali z majhnimi črkami! Mimo tega se bomo dogovorili, da bomo iz en. 2.13 izpostavili členu  $c_0$  in  $d_0$

$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = \frac{d_0}{c_0} \frac{\sum_{j=0}^k p^j \frac{d_j}{d_0}}{\sum_{i=0}^n p^i \frac{c_i}{c_0}}$$

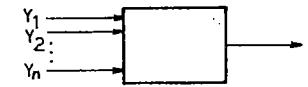
$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = K \frac{\sum_{j=0}^k p^j f_j}{\sum_{i=0}^n p^i e_i} \quad (2.18)$$

$$K = \frac{d_0}{c_0}, \quad f_j = \frac{d_j}{d_0}, \quad e_i = \frac{c_i}{c_0} \quad (2.19)$$

$$f_0 = 1, \quad e_0 = 1$$

Ta način pisanja prenosnih funkcij ima to prednost, da lahko neposredno odčitamo vrednost faktorja statičnega ojačenja  $K$  normirane prenosne funkcije.

Če imamo pri nekem fizikalnem sistemu (sl. 2.2) več vhodnih veličin, ki vplivajo na isto izhodno veličino, lahko zaradi veljavnega principa superpozicije pri linearnih sistemih za vsako od vhodnih veličin ločeno poiščemo prenosno funkcijo. Vplive istočasnega delovanja več vhodnih veličin lahko seštejemo:



Sl. 2.2

$$F_i(p) = \frac{x(p)}{y_i(p)}, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$x(p) = \sum_{i=1}^n F_i(p) y_i(p)$$

### 2.3 Frekvenčne karakteristike

Frekvenčna karakteristika sistema podaja v odvisnosti od frekvence  $\omega$  razmerje med kazalcema izhodne  $x$  in vhodne  $y$  veličine v stacionarnem stanju

$$F(j\omega) = \frac{\vec{x}}{\vec{y}} = \alpha e^{j\varphi} \quad (2.20)$$

$$\omega = 0 \dots \infty$$

To razmerje  $F(j\omega)$  lahko prikažemo tudi grafično v enem izmed običajnih diagramov: v Nyquistovem, v Bodejevem ali v Nicholsovem (gl. npr. sl. 2.5, 2.6, 2.7).



$\alpha$  podaja razmerje med iznosom obeh kazalcev,  $\varphi$  pa fazni pomik (čas zaostajanja) med obema kazalcema

$$\alpha = \frac{|\hat{x}|}{|\hat{y}|}, \quad \varphi = \arg \frac{\hat{x}}{\hat{y}} \quad (2.21)$$

Frekvenčno karakteristiko sistema lahko ugotovimo na dva načina: z eksperimentom (meritvijo) ali z računom.

Eksperimentalna pot za ugotavljanje frekvenčne karakteristike sistema je ta, da pripeljemo na vhod sistema sinusni signal

$$y = a \cdot \sin \omega t \quad (2.22)$$

pri čemer je  $a = \text{konst.}$ , krožno frekvenco  $\omega$  pa spreminjamo od 0 do  $\infty$ . Na izhodu dobimo pri linearnih sistemih v stacionarnem stanju vedno sinusno nihanje

$$x = b \cdot \sin (\omega t + \varphi) \quad (2.23)$$

$b$  in  $\varphi$  sta v splošnem funkciji krožne frekvence  $\omega$ .

Računsko lahko dobimo frekvenčno karakteristiko sistema tako, da v njegovo prenosno funkcijo  $F(p)$  namesto spremenljivke  $p$  vstavljamo  $p = j\omega$ , t.j. kompleksno krožno frekvenco. Dokaz: če vstavimo v en. 2.8 oziroma v en. 2.24

$$\sum_{i=0}^n c_i \frac{d^i x}{dt^i} = \sum_{j=0}^k d_j \frac{d^j y}{dt^j} \quad (2.24)$$

iz katere izhajajo en. 2.13, nastavka po en. 2.22 in en. 2.23 ter upoštevamo, kot to delamo v elektrotehniki, da je  $\sin \omega t$  enak imaginarnemu delu od  $e^{j\omega t}$ , dobimo

$$b e^{j(\omega t + \varphi)} \sum_{i=0}^n c_i (j\omega)^i = a e^{j\omega t} \sum_{j=0}^k d_j (j\omega)^j \quad (2.25)$$

$$F(j\omega) = \frac{b e^{j(\omega t + \varphi)}}{a e^{j\omega t}} = \alpha e^{j\varphi} = \frac{\sum_{j=0}^k d_j (j\omega)^j}{\sum_{i=0}^n c_i (j\omega)^i} \quad (2.26)$$

$$\frac{b}{a} = \alpha$$

Desna stran enačbe en. 2.26 je identična z desno stranjo en. 2.13, le da je bil  $p$  zamenjan z  $j\omega$

## 2.4 Osnovni členi

### 2.4.1 Klasifikacija linearnih členov

Linearne sisteme opisujemo s prenosnimi funkcijami po en. 2.18. Če poiščemo korene polinoma v števcu  $p_j$  (ničlišča!) ter korene polinoma v imenovalcu  $p_i$  (poli!), lahko en. 2.18 napišemo tudi v obliki

$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = K \frac{\prod_{l=1}^D \pi(1+pT_l) \prod_{m=1}^E \pi(1+p2zT_m+p^2T_m^2)}{\prod_{s=1}^A p^s \prod_{g=1}^B \pi(1+pT_g) \prod_{r=1}^C \pi(1+p2zT_r+p^2T_r^2)} \quad (2.27)$$

A, B, C, D, E so cela pozitivna števila. Na desni strani enačbe nastopa le pet oziroma šest različnih vrst koeficientov. To pomeni, da lahko komplicirane sisteme matematično razstavimo na produkt enostavnejših členov. Te člene imenujemo osnovne člene.

Ob tej priliki naj omenimo še to, da je lahko pri realnih sistemih red polinoma v števcu manjši ali kvečjemu enak redu polinoma v imenovalcu. Z označbami v en. 2.27 torej vedno velja pogoj

$$D + 2E \leq A + B + 2C \quad (2.28)$$

Red sistema je

$$(A + B + 2C) - (D + 2E) \quad (2.29)$$

Koeficient K ima pomen statičnega ojačenja le tedaj, če je  $A = 0$ .

Poglejmo si sedaj osnovne člene, ki nastopajo v en. 2.27!

### 2.4.2 Proporcionalni členi

Proporcionalni ali P-členi so tisti, pri katerih v vsakem trenutku velja proporcionalna zveza med vhodno in izhodno veličino. Ti členi so torej linearni in neskončno hitri, t.j. delujejo brez zakasnitve. Matematično ponazorimo te lastnosti z enačbo

$$x = K y \quad (2.30)$$

Prenosna funkcija je

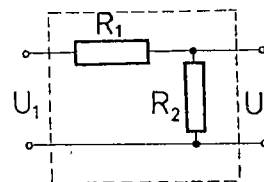
$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = K \quad (2.31)$$

frekvenčna karakteristika pa

$$F(j\omega) = \frac{\vec{x}}{\vec{y}} = K \neq f(\omega) \quad (2.32)$$

V naravi pravih proporcionalnih členov ni, pač pa se nekateri členi le bolj ali manj približajo tem idealnim zahtevam.

Sl. 2.3 kaže "skoraj" proporcionalen člen, če lahko zanemarimo spremljajoče induktivnosti in kapacitivnosti pri električnih uporih.



$$Y = U_1 / V$$

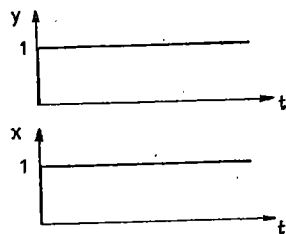
$$X = U_2 / V$$

$$K = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad [a/a]$$

Sl. 2.3

P-člen ima kot vsi osnovni členi svojo značilno prehodno funkcijo. Prehodna funkcija je časovni potek izhodne veličine, če se vhodna veličina hipoma (skočno) spremeni za konstanten iznos. Pravimo, da ima vhodna funkcija obliko enotine funkcije (gl. en. 2.38). Prehodno funkcijo ponavadi vrišemo simbolično v bloke blokovnih shem, v katerih nastopajo osnovni členi. Prednost takega grafičnega označevanja členov je dobra preglednost shem.

Sl. 2.4 kaže prehodno funkcijo P-člena.



Sl. 2.4

### 2.4.3 Členi prvega reda

Te člene opisujemo z diferencialno enačbo prvega reda

$$\frac{dx}{dt} T + x = K y \quad (2.33)$$

oziroma s prenosno funkcijo

$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = \frac{K}{1+pT} \quad (2.34)$$

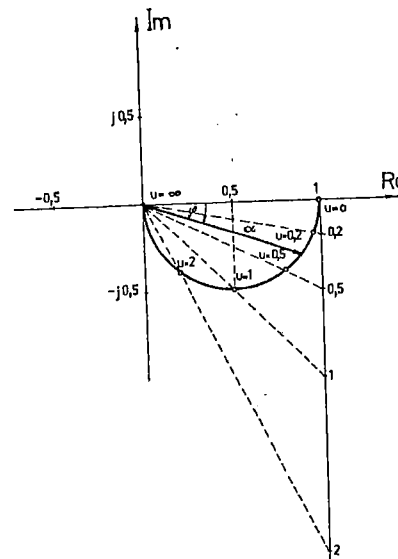
K je faktor statičnega ojačenja, T pa časovna konstanta.

Frekvenčno karakteristiko člena prvega reda

$$F(j\omega) = \frac{K}{1+j\omega T} = \alpha e^{j\varphi} \quad (2.35)$$

$$\alpha = \frac{K}{\sqrt{1+\omega^2 T^2}}, \quad \varphi = -\arctg \omega T \quad (2.36)$$

kaže sl. 2.5 v Nyquistovem diagramu, sl. 2.6 v Nicholsovem diagramu in sl. 2.7 v Bodejevem diagramu. Krivulja v Nyquistovem diagramu je polkrog

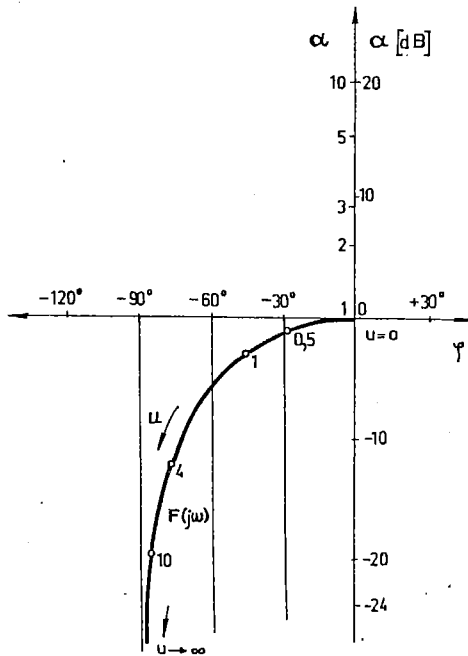


Sl. 2.5

$$F(ju) = \frac{X}{Y} = \frac{1}{1+ju} = \alpha \cdot e^{j\varphi}$$

$$u = \omega T = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad \omega_0 = \frac{1}{T};$$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}}; \quad \varphi = -\arctgu$$



$$F(j\omega) = \frac{\hat{X}}{\hat{Y}} = \frac{1}{1+ju}, \quad u = \omega T,$$

$$\alpha / \text{dB} = 20 \log \alpha$$

Sl. 2.6

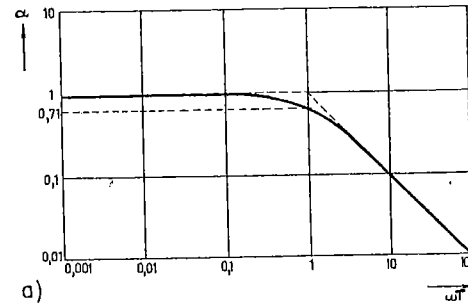
Sl. 2.8 kaže prehodno funkcijo člena prvega reda, ki je eksponencialna krivulja

$$x(t) = K (1 - e^{-\frac{t}{T}})$$

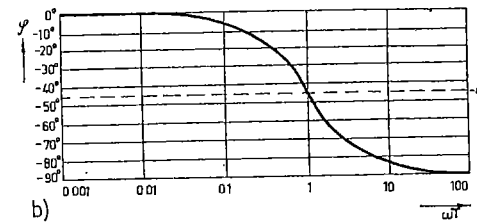
(2.37)

po katerem potuje konica kazalca  $F(j\omega)$ , če spreminjamo krožno frekvenco od 0 do  $\infty$  (sl. 2.5 je narisana za vrednost  $K = 1$ ,  $u$  je reducirana krožna frekvenca  $u = \omega/\omega_0 = \omega T$ ). V Nicholsovem diagramu nanašamo na ordinato iznös  $\alpha$  v dB ( $\alpha = 20 \cdot \log \alpha$ ), na absciso pa kote  $\varphi$ . V Bodejevem diagramu rišemo ločeno amplitudno frekvenčno karakteristiko  $\alpha(\omega)$  (dvojni logaritmični diagram) in fazno frekvenčno karakteristiko  $\varphi(\omega)$  (enojni logaritmični diagram).

Kot bomo kasneje videli, ima vsak od teh diagramov določene prednosti.



a)



b)

$$F(j\omega) = \frac{1}{1+ju}, \quad u = \omega T = \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+u^2}}, \quad \varphi = -\arctg u$$

Sl. 2.7

Sl. 2.9 kaže primer člena prvega reda. Faktor statičnega ojačenja je 1, časovna konstanta pa  $T = RC$ .

En. 2.37 dobimo z rešitvijo diferencialne enačbe 2.33, če upoštevamo, da je bil sistem v času  $t = 0$  v mirovanju in smo mu na vhod pripekljali skočno ali enotino funkcijo\* (gl. sl. 2.4)

$$y = 1 \cdot U(t) \quad (2.38)$$

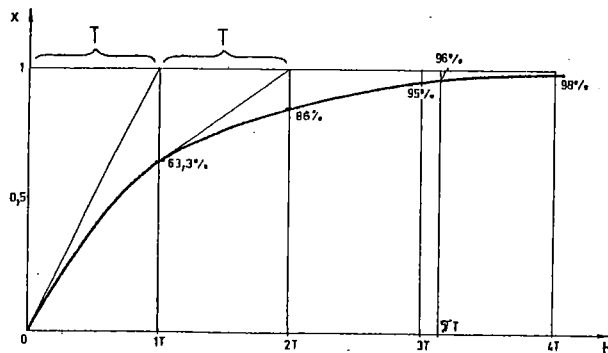
$$U(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ 1 & t > 0 \end{cases}$$

Do istega rezultata (en. 2.37) pridemo tudi, če vstavimo v en. 2.34 za

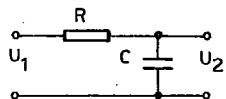
$$y(p) = \mathcal{L}\{U(t)\} = \frac{1}{p} \quad (2.39)$$

in enačbo inverzno transformiramo.

\* angl. Unit step function, nem. Einheitsfunktion



Sl. 2.8



Sl. 2.9

$$X = U_2$$

$$Y = U_1$$

$$F(p) = \frac{X(p)}{Y(p)} = \frac{1}{1+pRC}$$

#### 2.4.4 Členi drugega reda

Člene drugega reda opisujemo z diferencialno enačbo drugega reda

$$\frac{d^2x}{dt^2} T^2 + \frac{dx}{dt} 2zT + x = Ky \quad (2.40)$$

in s prenosno funkcijo

$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = \frac{K}{1+p2zT+p^2T^2} \quad (2.41)$$

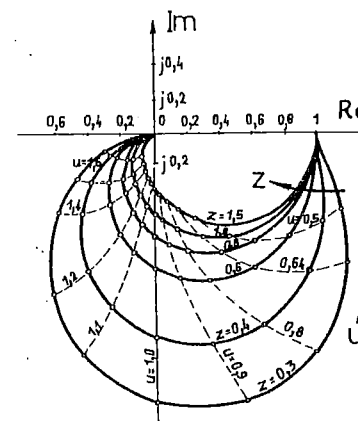
K je faktor statičnega ojačenja, T časovna konstanta in z faktor dušenja.

Frekvenčno karakteristiko členov drugega reda

$$F(j\omega) = \frac{\tilde{x}}{\tilde{y}} = \frac{K}{1+(j\omega)2zT+(j\omega)^2T^2} = \alpha e^{j\varphi} \quad (2.42)$$

$$\alpha = \frac{K}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2+(2z\omega T)^2}}, \quad \varphi = -\arctg \frac{\omega 2zT}{1-\omega^2T^2} \quad (2.43)$$

kaže družina krivulj na sl. 2.10 do sl. 2.13.



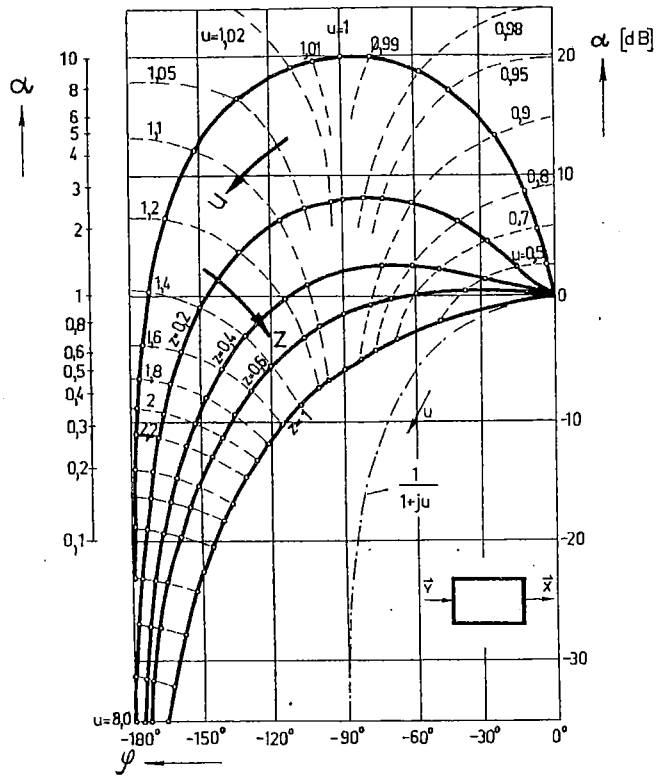
Sl. 2.10

$$F(j\omega) = \frac{\tilde{x}}{\tilde{y}} = \alpha e^{j\varphi} = \frac{1}{1-u^2+j2zu}$$

$$u = \omega T = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Parameter je faktor dušenja z. Krivulje v diagramih so narisane za vrednost K = 1. Kot vidimo s slik, nastopa za vrednosti z < 0,7 = 1/√2 resonančni pojav, ki je tem bolj izrazit, čim manjši je z. Resonančni pojav nastopi pri resonančni krožni frekvenci ω<sub>r</sub>

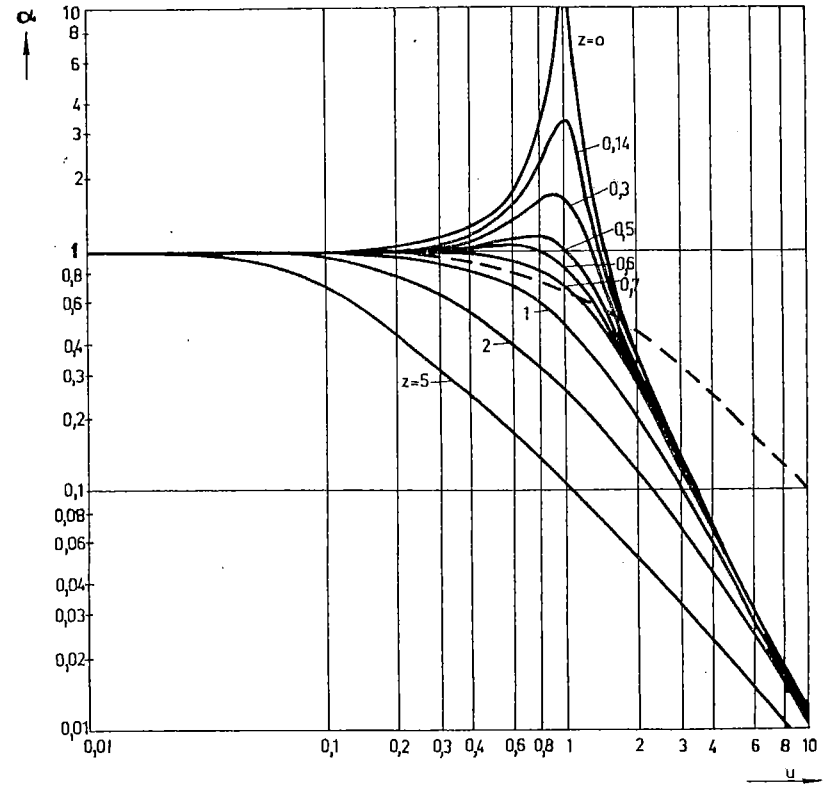
$$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1-2z^2} \quad (2.44)$$



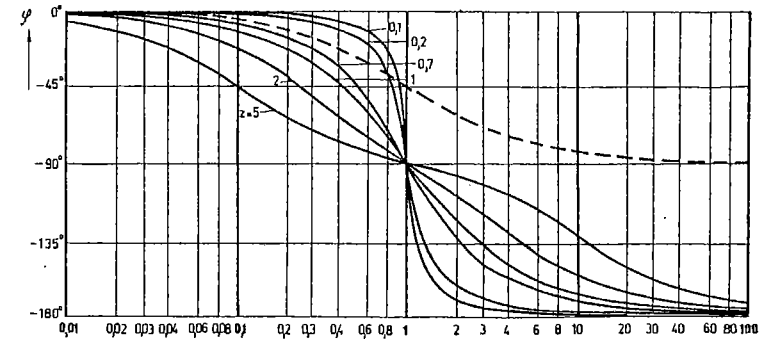
$$F(ju) = \frac{1 \cdot |1| \cdot 1}{1+ju} = \alpha e^{j\varphi} = \frac{1}{1-u^2+j2zu}$$

$$u = \omega T = \frac{\omega}{\omega_0}$$

S1. 2.11



S1. 2.12



S1. 2.13

Tekst k slikama 2.12 in 2.13:

$$F(j\omega) = \alpha e^{j\varphi} = \frac{1}{1-u^2+j2zu}$$

$$u = \omega T = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad \alpha = \frac{1}{\sqrt{(1-u^2)^2 + (2zu)^2}}$$

$$\varphi = - \arctg \frac{2zu}{1-u^2}$$

$\omega_0$  imenujemo lastno krožno frekvenco nedušenega sistema

$$\omega_0 = \frac{1}{T} \tag{2.45}$$

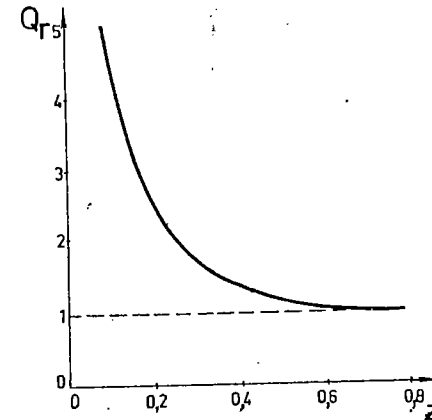
Maksimalna amplituda pri resonančnem pojavu  $\alpha_{\max}$  je

$$\alpha_{\max} = \frac{K}{2z \sqrt{1-z^2}} \tag{2.46}$$

Od tod izračunamo resonančni faktor  $Q_r$

$$Q_r = \frac{\alpha_{\max}}{K} = \frac{1}{2z \sqrt{1-z^2}}$$

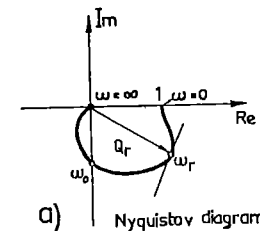
Odvisnost resonančnega faktorja od faktorja dušenja kaže diagram na sl. 2.14.



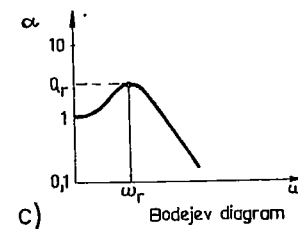
Sl. 2.14

S pomočjo tega diagrama in en. 2.44 lahko iz podatkov resonančnega pojava  $Q_r$  in  $\omega_r$  (sl. 2.15) izračunamo značilna parametra  $z$  in  $T$  člena drugega reda! Vrednost faktorja statičnega ojačenja  $K$  pa odčitamo v točki  $\omega = 0$ .

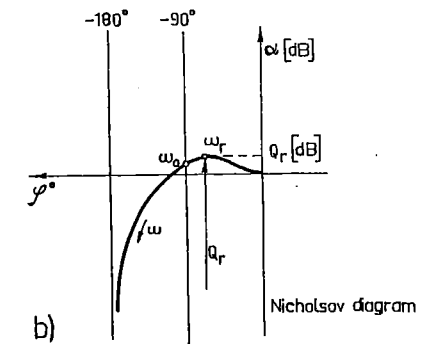
Na sl. 2.11, sl. 2.12 in sl. 2.13 je za primerjavo črtkano vrisana še



d) Nyquistov diagram



c) Bodejev diagram



b) Nicholsov diagram

Sl. 2.15

frekvenčna karakteristika člena prvega reda. Značilna razlika med poteki je ta, da za vrednosti  $\omega \rightarrow \infty$  teži kot  $\varphi$  pri členih prvega reda

k vrednosti  $-90^\circ$ , pri členih drugega reda pa k vrednosti  $-180^\circ$ . Nagib amplitudne frekvenčne karakteristike v Bodejevem diagramu (sl. 2.12) je pri frekvencah  $\omega \gg \omega_0 = 1/T$  pri členih prvega reda enojen, pri členih drugega reda pa dvojen ( $10^1$ -kratno oziroma  $10^2$ -kratno znižanje vrednosti  $\alpha$  pri  $10^1$ -kratnem povečanju vrednosti  $\omega$ ).

Prehodne funkcije členov drugega reda dobimo iz en. 2.40 oziroma en. 2.41 za  $z < 1$ :

$$x(t) = K \left[ 1 + \frac{1}{\sqrt{1-z^2}} e^{-z\omega_0 t} \sin(\omega_1 t + \varphi) \right] \quad (2.48)$$

pri čemer je  $\omega_0 = 1/T$ ,  $\varphi = -\arccos z$  in

$$\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1-z^2} \quad (2.49)$$

Rešitev je sestavljena iz enosmernega člana  $K$  in iz eksponentialno upadajočega sinusnega člana z lastno krožno frekvenco  $\omega_1$ .

Za vrednosti  $z > 1$  dobimo rešitev

$$x(t) = K(1 + A e^{-at} + B e^{-bt}) \quad (2.50)$$

$$A = \frac{b}{a-b}, \quad B = \frac{-a}{a-b}, \quad a = \omega_0 \cdot (z - \sqrt{z^2 - 1}),$$

$$b = \omega_0 \cdot (z + \sqrt{z^2 - 1}),$$

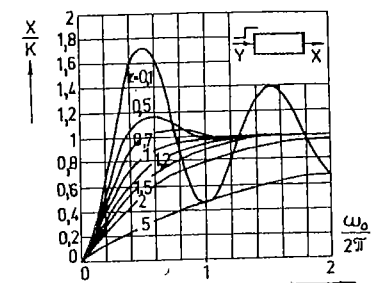
$$A = \frac{1}{2} + \frac{z}{2\sqrt{z^2 - 1}}, \quad B = -\frac{1}{2} + \frac{z}{2\sqrt{z^2 - 1}}$$

En. 2.50 podaja aperiodičen prehodni pojav.

V primeru  $z = 1$  je rešitev

$$x(t) = K \left[ 1 - e^{-\omega_0 t} (1 + \omega_0 t) \right] \quad (2.51)$$

Sl. 2.16 kaže prehodne funkcije členov drugega reda, ki imajo različne faktorje dušenja. Trajanje prehodnega pojava je močno odvisno od



Sl. 2.16

lastne frekvence nedušenega sistema  $\omega_0$ ! Če imamo dva člana z enakim faktorjem dušenja, bosta obliki obeh prehodnih funkcij enaki, trajanje pa ne: prehodni pojav bo prej končan pri členu, ki ima večji  $\omega_0$ !

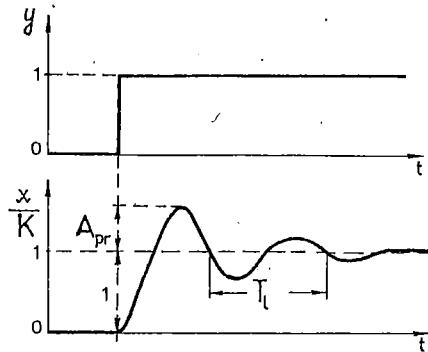
Če pa opazujemo člene, ki imajo enake  $\omega_0$ , je trajanje prehodnega pojava odvisno od faktorja dušenja  $z$ : tako veliki ( $z > 2$ ) kakor tudi majhni ( $z < 0,4$ ) faktorji povzročajo dolge prehodne pojave!

Na splošno lahko rečemo, da je lastna frekvenca nedušenega sistema  $\omega_0$  merilo za hitrost prehodnega pojava, faktor dušenja "z" oziroma resonančni faktor  $Q_r$  pa pove, kakšno obliko bo imel prehodni pojav.

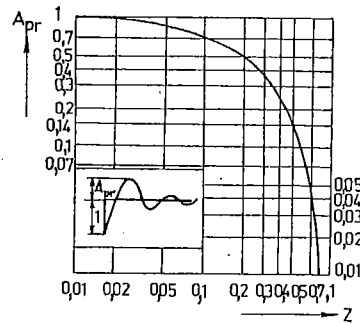
Pri periodičnem prehodnem pojavu nastopi faktor prenihanja  $A_{pr}$  (sl. 2.17)

$$A_{pr} = \frac{x_{\max} - x(t=\infty)}{x(t=\infty)} = \frac{x_{\max}}{x(t=\infty)} - 1 \quad (2.52)$$





Sl. 2.17



Sl. 2.18

Na sl. 2.18 vidimo zvezo med faktorjem prenihanja in faktorjem dušenja.

Doslej smo pri členih drugega reda spoznali tri značilne frekvence:

$\omega_0 = \frac{1}{T}$  lastno krožno frekvenco nedušenega sistema

$\omega_r = \omega_0 \sqrt{1-2z^2}$  resonančno krožno frekvenco

$\omega_1 = \omega_0 \sqrt{1-z^2}$  lastno krožno frekvenco (dušenega) sistema.

Za majhne vrednosti faktorja dušenja se te frekvence le malo razlikujejo. Npr. za  $z = 0,4$  je  $\omega_r = 0,825 \omega_0$ ,  $\omega_1 = 0,916 \omega_0$ ,  $\omega_1 = 1,11 \omega_r$ .

Podobno kot iz frekvenčne karakteristike lahko tudi iz prehodne funkcije izračunamo vse tri konstante člena drugega reda. Če je prehodni pojav periodičen, lahko iz faktorja prenihanja odčitamo (sl. 2.18) faktor dušenja  $z$  in nato iz periode  $T_l$  (gl. sl. 2.17) izračunamo

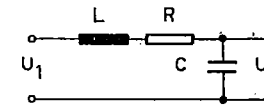
T:

$$T = \frac{1}{\omega_0} = \frac{T_l \sqrt{1-z^2}}{2\pi}$$

Faktor statičnega ojačenja  $K$  pa lahko izračunamo iz podatkov stacionarnega stanja.

Tudi iz aperiodičnih prehodnih funkcij lahko izračunamo konstante člena /8/.

Sl. 2.19 kaže zgled za člen drugega reda. Če upoštevamo Kirchoffov zakon, lahko napišemo diferencialno enačbo



Sl. 2.19

$$\frac{d^2 u_2}{dt^2} LC + \frac{du_2}{dt} RC + u_2 = u_1(t)$$

$$F(p) = \frac{u_2(p)}{u_1(p)} = \frac{1}{1+pRC+p^2LC}$$

$$T = \sqrt{LC}, z = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$K = 1 \text{ ker je } (U_1 = U_2)$$

#### 2.4.5 Integralni členi

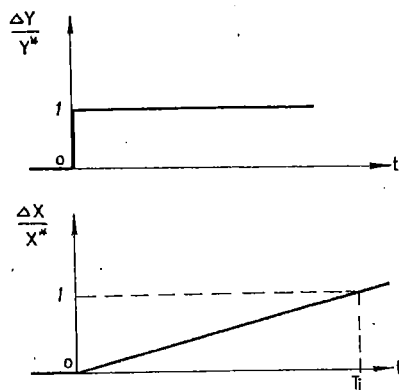
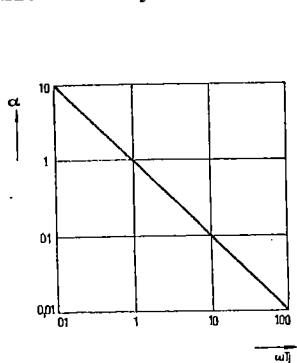
Integralne ali I-člene opisuje enačba

$$x(t) = \frac{1}{T_1} \int y(t) dt \tag{2.54}$$

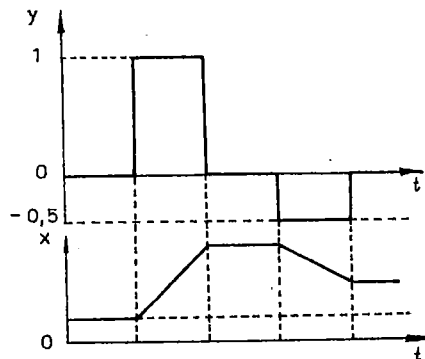
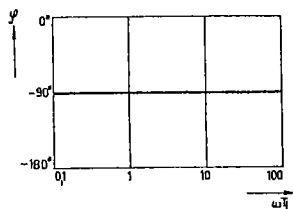
in prenosna funkcija

$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = \frac{1}{pT_1} \quad (2.55a)$$

$T_1$  je integracijska časovna konstanta, ki ima tudi fizikalni pomen:  $T_1$  je čas, v katerem doseže izhodna veličina  $X$  spremembo v velikosti svoje osnovne vrednosti  $X^*$ , če deluje na vходу konstantna vhodna veličina z amplitudo osnovne vrednosti  $Y^*$  (gl. sl. 2.21).



Sl. 2.21



Sl. 2.22

$$F(j\omega) = \frac{1}{j\omega T_1} = \alpha e^{j\varphi}$$

$$\alpha = -\frac{\pi}{2}, \quad \alpha = \frac{1}{\omega T_1}$$

Sl. 2.20

Frekvenčno karakteristiko

$$F(j\omega) = \frac{\dot{X}}{Y} = \frac{1}{j\omega T_1} = \alpha e^{j\varphi} \quad (2.55b)$$

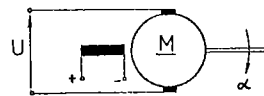
$$\alpha = \frac{1}{\omega T_1}, \quad \varphi = -90^\circ = \text{konst.}$$

kaže Bodejev diagram na sl. 2.20. V Nyquistovem in v Nicholsovem diagramu poteka frekvenčna karakteristika identično z osjo  $-90^\circ$ .

Prehodno funkcijo integralnega člena kaže sl. 2.21. Prehodna funkcija ne doseže stacionarnega stanja, ker v času  $t \rightarrow \infty$  narašča  $x \rightarrow \infty$ .

Stacionarno stanje nastopi pri integralnem členu le tedaj, če je vhodna veličina  $Y = 0$  (sl. 2.22). Ker je izhodiščna vrednost vhodne veličine integralnega člena vedno  $Y_0 = 0$ , nastopi stacionarno stanje pri integralnem členu tudi pri vrednosti  $y = 0$ . Izhodiščna vrednost  $X_0$  je neodvisna od izhodiščne vrednosti  $Y_0$ .

Zgled za integralni člen kaže sl. 2.23. Če pri enosmernem tuje



Sl. 2.23

vzbujanem motorju zanemarimo mehanske (vztrajnost) in električne (induktivnost) časovne konstante, je kotna hitrost vrtenja  $da/dt$  proporcionalna

napetosti  $U$  na kotvi. Torej je kot zasuka

$$\alpha = K \int U dt$$

$K$  je proporcionalnostna konstanta in je odvisna od zgradbe motorja. Vzemimo, da ima pri  $U = 100$  V motor 6000 vrt/min. Če se odločimo npr. za  $U^* = 50$  V in  $\alpha^* = 2\pi$  rad., je integracijska časovna konstanta tega integralnega člena

$$T_i = \frac{60 \cdot 100 \text{ V}}{6000 \text{ v/min} \cdot 50 \text{ V}} = 20 \text{ ms}$$

in njegova prenosna funkcija

$$F(p) = \frac{\frac{\Delta \alpha}{\alpha^*}(p)}{\frac{\Delta U}{U^*}(p)} = \frac{1}{pT_i}$$

### 2.4.6 Diferencialni členi

Pri diferencialnih členih je izhodna veličina proporcionalna časovnemu odvodu vhodne veličine

$$x(t) = T_d \frac{dy}{dt} \quad (2.56)$$

Prenosna funkcija je

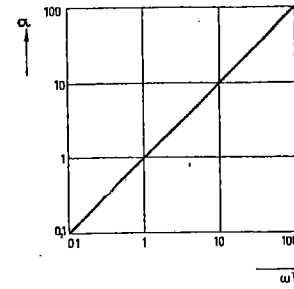
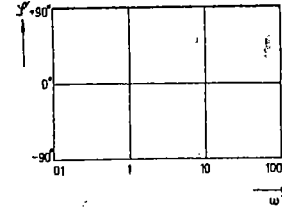
$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = pT_d \quad (2.57)$$

Frekvenčno karakteristiko

$$F(j\omega) = \frac{x}{y} = j\omega T_d = \alpha e^{j\varphi} \quad (2.58)$$

$$\alpha = \omega T_d, \quad \varphi = +90^\circ = \text{konst.}$$

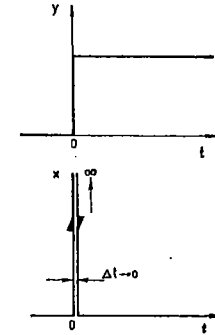
kaže v Bodejevem diagramu sl. 2.24. V Nyquistovem in v Nicholsovem diagramu pa poteka frekvenčna karakteristika identično z osjo  $+90^\circ$ .



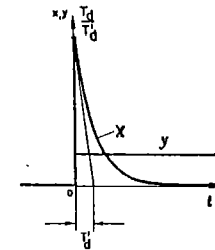
$$F(j\omega) = j\omega T_d = \alpha e^{j\varphi}$$

$$\alpha = \omega T_d, \quad \varphi = \frac{\pi}{2}$$

Sl. 2.24



Sl. 2.25



Sl. 2.26

Prehodna funkcija diferencialnega člana je iglasti impulz (sl. 2.25) z neskončno veliko amplitudo in z neskončno kratkim trajanjem. Ploščina, ki jo oklepa ta impulz s časovno osjo, je končna in proporcionalna konstanti  $T_d$ .

Že v pogl. 2.4.1 smo ugotovili, da realni fizikalni sistemi ne morejo imeti prenosnih funkcij, pri katerih bi bil red v števcu večji od reda v imenovalcu. Iz tega sledi, da členu s prenosno funkcijo po en. 2.57 tehniško ne moremo realizirati. Tudi če pogledamo sl. 2.25, je jasno, da takega impulza pri realnih členih ne moremo dobiti. Zato imenujemo člen s prenosno funkcijo po en. 2.57 idealni diferencialni člen. Temu idealu se lahko v realnosti le več ali manj približamo npr. s

členom, ki ga lahko napravimo in ima prenosno funkcijo

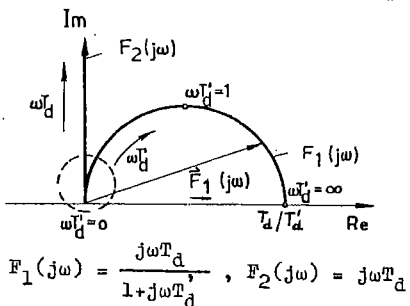
$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = \frac{pT_d}{1+pT_d} \quad (2.59)$$

Pod pogojem, da je

$$T_d \gg T_d' \quad (2.60)$$

imenujemo takšen člen realni diferencialni člen. Njegovo prehodno funkcijo kaže sl. 2.26. Čim bolj je izpolnjena neenačba 2.60, tembolj je podoben impulzu s sl. 2.26 impulzu idealnega diferencialnega člena s sl. 2.25.

Sl. 2.27 kaže frekvenčno karakteristiko idealnega in realnega

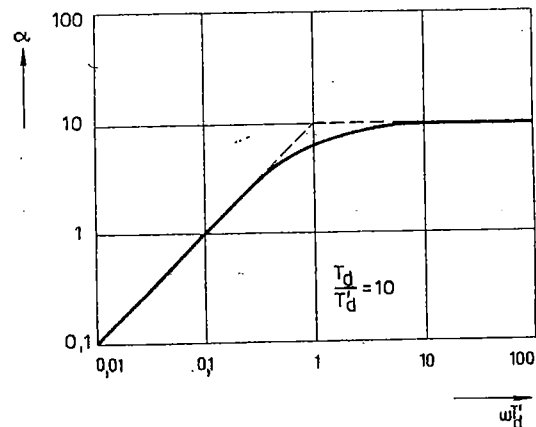
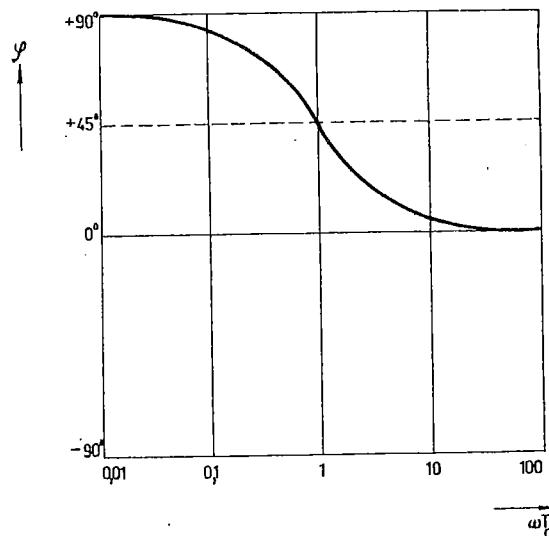


$$F_1(j\omega) = \frac{j\omega T_d}{1+j\omega T_d}, \quad F_2(j\omega) = j\omega T_d$$

Sl. 2.27

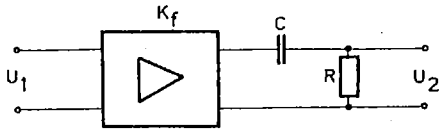
in fazno frekvenčno karakteristiko realnega diferencialnega člena v Bodejevem diagramu.

Prenosno funkcijo po en. 2.59 lahko realiziramo npr. z enosmernim ojačevalnikom s faktorjem ojačenja K in z RC-členom (sl. 2.29). Prenosna funkcija, ki povezuje absolutni vrednosti izhodne  $U_2$  in vhodne  $U_1$  napetosti, je



$$F(j\omega) = \frac{j\omega T_d}{1+j\omega T_d} = \alpha e^{j\varphi}, \quad \alpha = \frac{\omega T_d}{\sqrt{1+\omega^2 T_d'^2}}, \quad \varphi = \arctan \frac{1}{\omega T_d}$$

Sl. 2.28



Sl. 2.29

$$F(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{pK_fRC}{1+pRC} = \frac{pT_d}{1+pT_d}$$

$$T_d = K_fRC, \quad T_d' = RC$$

2.4.7 Diferencialni členi prvega in drugega reda

Diferencialni člen prvega reda (ali idealni proporcionalno-diferencialni oz. PD-člen) imenujemo tak člen, čigar prenosna funkcija je recipročna prenosni funkciji člena prvega reda

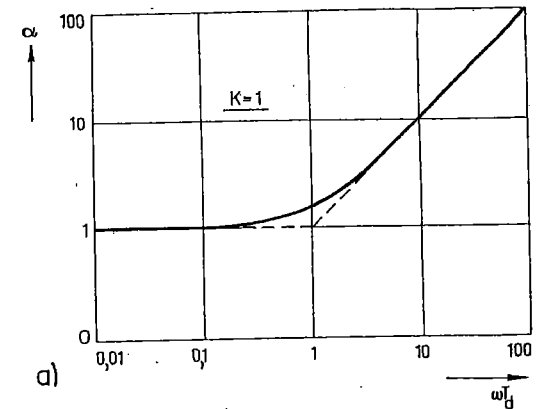
$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = K (1+pT_d) \quad (2.61)$$

Enako je definiran tudi diferencialni člen drugega reda s prenosno funkcijo, ki je recipročna prenosni funkciji člena drugega reda

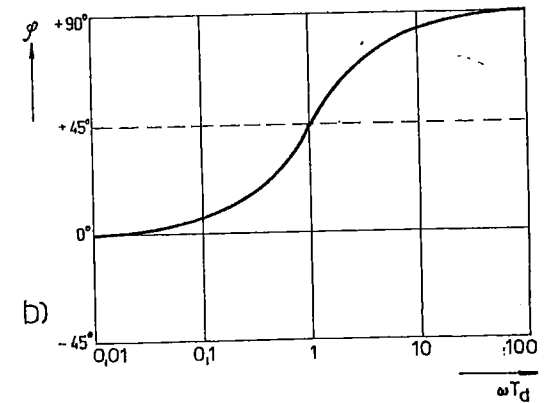
$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = K (1+p2zT_d+p^2T_d^2) \quad (2.62)$$

Iz tega, kar smo spoznali v pogl. 2.4.1 in v pogl. 2.4.6, vemo, da členov s takima prenosnima funkcijama ne moremo realizirati in jih zato imenujemo idealne. Ti členi nastopajo le računsko, ko matematično razstavljamo komplicirane sisteme na osnovne člene (gl. pogl. 2.4.6).

Frekvenčno karakteristiko diferencialnega člena prvega reda po en. 2.61 v Bodejevem diagramu kaže sl. 2.30. Kot vidimo, potekata



d)



b)

$$F(j\omega) = K (1+j\omega T_d) = \alpha e^{j\varphi}, \quad \alpha = K \sqrt{1+\omega^2 T_d^2}$$

$$\varphi = \text{arc tg } \omega T_d$$

Sl. 2.30

krivulji  $\alpha(\omega)$  in  $\varphi(\omega)$  podobno kot pri členu prvega reda, le da ju zrcalimo na oseh  $\alpha = 1$  (za  $K = 1$ ) in  $\varphi = 0^\circ$ . S podobnim zrcaljenjem frekvenčnih karakteristik člena drugega reda bi dobili tudi krivulje frekvenčne karakteristike za diferencialne člene drugega reda v Bodejevem diagramu.

2.4.8 Členi z mrtvim časom

Členi z mrtvim časom ne sodijo v obravnavano skupino linearnih osnovnih členov. Ker se pa ti členi v praksi pogosto pojavljajo in ker jih večinoma lahko računsko aproksimiramo z linearno diferencialno enačbo, smo jih vseeno uvrstili med osnovne člene.

Člen z mrtvim časom, ki ga imenujemo tudi čisti zakasnilni člen, je pravzaprav P-člen, pri katerem izhodni signal zakasni za čas  $T_m$ , ki ga imenujemo mrtvi čas. Zvezo med vhodno in izhodno veličino lahko napišemo v obliki

$$x(t) = K \cdot y(t - T_m) \tag{2.63}$$

Če upoštevamo stavek o premaknitvi funkcije /6,7/, je prenosna funkcija

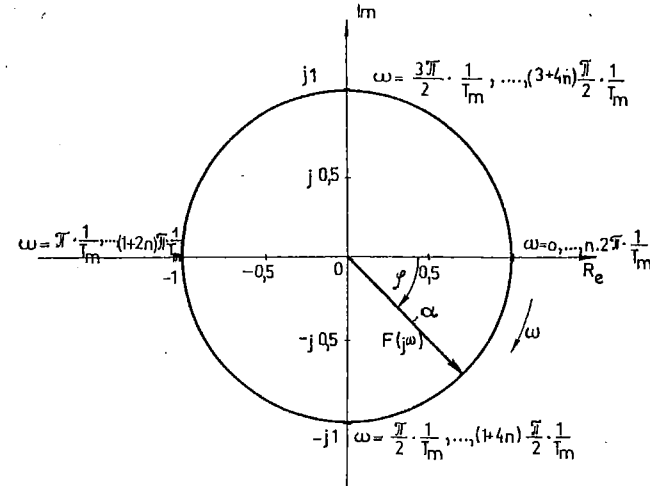
$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = K e^{-pT_m} \tag{2.64}$$

Frekvenčno karakteristiko

$$F(j\omega) = \frac{x}{y} = K e^{-j\omega T_m} = \alpha e^{j\varphi} \tag{2.65}$$

$$\alpha = K, \varphi = -\omega T_m$$

za  $K = 1$  kaže v Nyquistovem diagramu sl. 2.31.



$$F(j\omega) = e^{-j\omega T_m} = \alpha e^{j\varphi}$$

$$\alpha = 1 \quad (K = 1), \quad \varphi = -\omega T_m$$

$$n = 1, 2, 3, \dots$$

Sl. 2.31

Transcendentno funkcijo po en. 2.64 ponavadi aproksimiramo z racionalno funkcijo, ki je bolj prikladna za računanje. Ker so ponavadi mrtvi časi  $T_m$  majhni, zadostujejo že relativno enostavne aproksimacije. Če vzamemo Maclaurinovo vrsto

$$e^{-pT_m} = 1 - pT_m + \frac{(pT_m)^2}{2!} - \frac{(pT_m)^3}{3!} + \dots =$$

$$= \frac{1}{1 + pT_m + \frac{(pT_m)^2}{2!} + \frac{(pT_m)^3}{3!} + \dots}$$

tedaj zadostuje že aproksimacija

$$e^{-pT_m} \approx \frac{1}{1 + pT_m} \quad (2.66)$$

ali

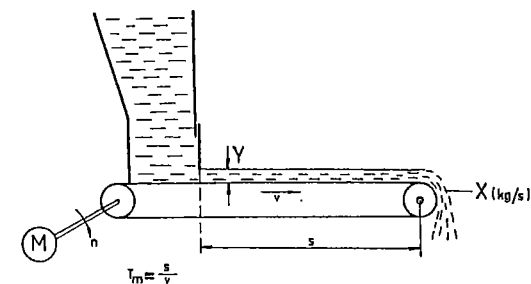
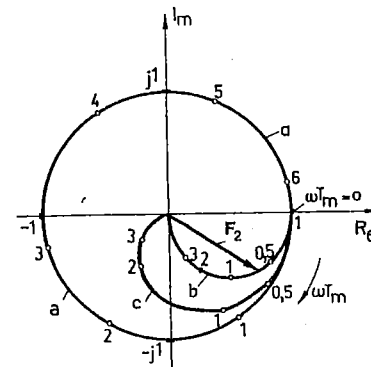
$$e^{-pT_m} \approx \frac{1}{1 + pT_m + p^2 T_m^2 \frac{1}{2}} \quad (2.67)$$

$$z = 1/\sqrt{2} \approx 0,707, \quad T = \frac{T_m}{\sqrt{2}} = 0,707 T_m$$

S sl. 2.32 vidimo, da daje posebno aproksimacija po en. 2.67 zelo dobre rezultate v frekvenčnem območju  $\omega \ll 1/T_m$ .

Kot bomo videli kasneje (pogl. 3.5, tč. 2), so zakasnitveni členi skrajno nezaželeni, ker močno slabšajo regulacijske lastnosti. Zato jih skušamo vedno izločiti iz regulacijskega kroga npr. s konstrukcijskimi ukrepi, ali pa vsaj zmanjšamo mrtvi čas  $T_m$ .

Na sl. 2.33 vidimo transportni trak, ki transportira npr. premog v kurišče. Na množino premoga  $X(\text{kg/s})$  vplivamo s premikom  $Y$  zaslona.



krivulja a:  $F_1(j\omega) = e^{-j\omega T_m}$

Sl. 2.33

krivulja b:  $F_2(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T_m}$

krivulja c:  $F_3(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega T_m + \frac{(j\omega T_m)^2}{2}}$

Sl. 2.32

Sprememba na vходу  $\Delta Y$  se pozna na izhodu šele v času  $T_m = s/v$ . Mrtvega časa tu ne moremo odpraviti, lahko ga pa zmanjšamo, če povečamo hitrost traku  $v$  ali če zmanjšamo razdaljo  $s$ .

V Tabeli 1 so zbrane diferencialne enačbe in prenosne funkcije osnovnih členov. Prikazan je tudi principielni potek krivulj prehodnih pojavov in frekvenčnih karakteristik.

TABELA 1

Osnovni člen	Dif. enačba	Prenosna funkc. $F(p) = x(p)/y(p)$	Prehodna funkc. $x(t)/K$	Frekvenčna karakt. v Nyquistovem diagr.
1 P-člen	$x = Ky$	$K$		
2 1. reda	$\frac{dx}{dt}T + x = Ky$	$\frac{K}{1 + pT}$		
3 2. reda	$\frac{d^2x}{dt^2}T^2 + \frac{dx}{dt}2zT + x = Ky$	$\frac{K}{1 + p2zT + p^2T^2}$		
4 I-člen	$x = \frac{1}{T_i} \int y dt$	$\frac{1}{pT_i}$		
5 D-člen	$x = T_d \frac{dy}{dt}$	$pT_d$		
6 D-člen 1. reda	$x = K(y + T_d \frac{dy}{dt})$	$K(1 + pT_d)$		
7 D-člen 2. reda	$x = K(y + 2zT_d \frac{dy}{dt} + T_d^2 \frac{d^2y}{dt^2})$	$K(1 + p2zT_d + p^2T_d^2)$		
8 Člen z mrtvim časom	$x = Ky(t - T_m)$	$Ke^{-pT_m}$		

2.5 Lastnosti prenosnih funkcij in frekvenčnih karakteristik

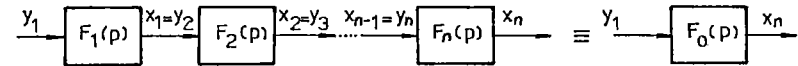
2.5.1. Zaporedna in vzporedna vezava členov

Če vezemo n-členov s prenosnimi funkcijami

$$F_i(p) = \frac{x_i(p)}{y_1(p)}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2.68)$$

zaporedno in predpostavljamo, da delujejo členi drug na drugega le tako, kot kažejo puščice na sl. 2.34, je prenosna funkcija celotne skupine  $F_0(p)$

$$F_0(p) = \frac{x_n(p)}{y_1(p)} = \prod_{i=1}^n F_i(p) \quad (2.69)$$

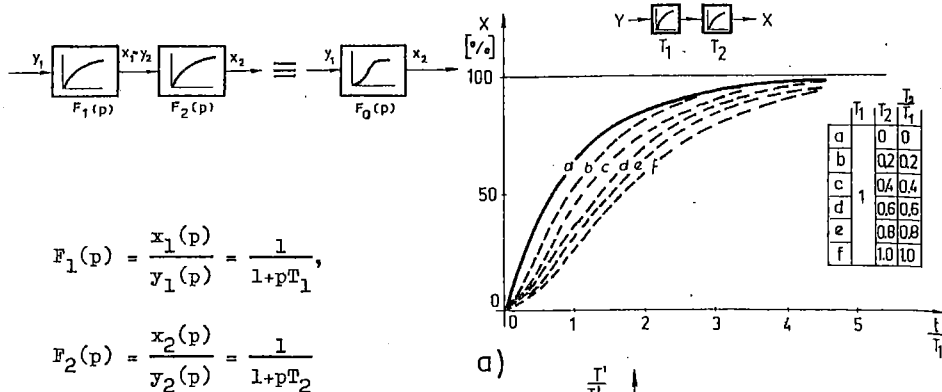


Sl. 2.34

Sl. 2.35 kaže zaporedno (serijsko) vezavo dveh členov prvega reda. Rezultirajoča prenosna funkcija

$$F_0(p) = \frac{x_2(p)}{y_1(p)} = \frac{1}{1 + p(T_1 + T_2) + p^2 T_1 T_2}$$



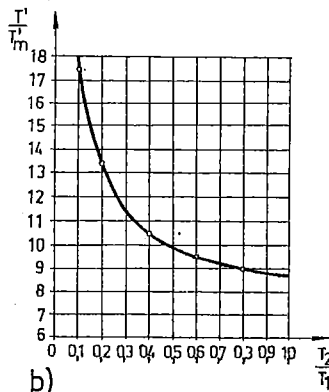


$$F_1(p) = \frac{x_1(p)}{y_1(p)} = \frac{1}{1+pT_1}$$

$$F_2(p) = \frac{x_2(p)}{y_2(p)} = \frac{1}{1+pT_2}$$

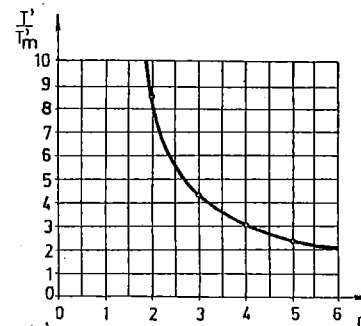
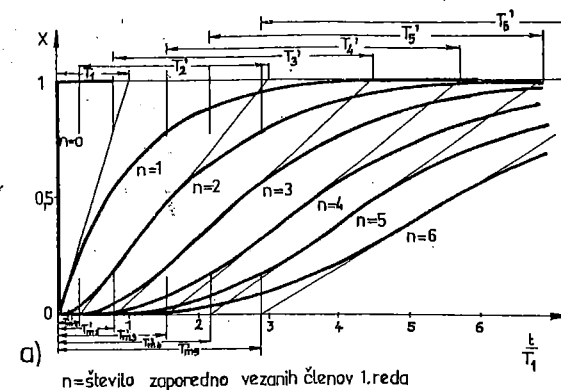
Sl. 2.35

ponazarja člen drugega reda, pri katerem je vedno  $z = T_1 + T_2 / 2 \sqrt{T_1 T_2} < 1$  in je zato prehodna funkcija vedno aperiodična. Sl. 2.36a kaže prehodne funkcije za takšno zaporedno vezavo. Oblika prehodnih funkcij je odvisna od razmerja časovnih konstant  $T_1$  in  $T_2$ .



Sl. 2.36

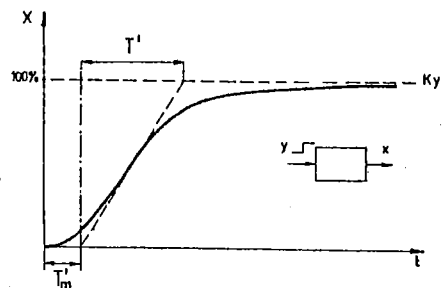
Sl. 2.37a kaže rezultirajoče prehodne funkcije n zaporedno vezanih členov prvega reda z enakimi časovnimi konstantami. Za večje vrednosti n poteka prehodna funkcija v začetku bolj položno in to dalj časa. S konstrukcijo, ki je prikazana na sl. 2.37a in ponovno na sl. 2.38, lahko takšne prehodne funkcije sistema višjega reda (n-tega reda) aproksimiramo s prenosno funkcijo, ki bi jo dala zaporedna vezava člena z mrtvim časom s časovno konstanto  $T'_m$  in člena prvega reda s časovno konstanto  $T'$  (sl. 2.39). Iz diagrama na sl. 2.37b vidimo razmerje nadomestnih časovnih konstant  $T'/T'_m$  v odvisnosti od števila n zaporedno vezanih



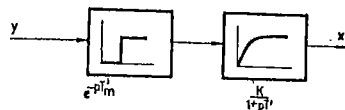
Sl. 2.37

členov prvega reda. Tudi diagram na sl. 2.36b kaže to razmerje za zaporedno vezavo dveh členov prvega reda z različnima časovnima konstantama.

Če začnjenja prehodna funkcija z vodoravno tangento (sl. 2.38), lahko iz tega sklepamo, da pripada ta funkcija nekemu sistemu višjega reda. Reda n sistema sicer ne moremo ugotoviti, pač pa velja pravilo, da bolj sploščeni začetni ravni deli (večji nadomestni mrtvi časi  $T'_m$ , gl. sl. 2.37a) prehodnih funkcij ustrezajo višjemu redu n. Sistemi višjega



Sl. 2.38



Sl. 2.39

reda s prenosno funkcijo, kot jo kaže sl. 2.38, nastopajo pogosto pri procesnih regulacijah in jih lahko z opisano konstrukcijo (sl. 2.38 in sl. 2.39) ponazorimo s prenosno funkcijo

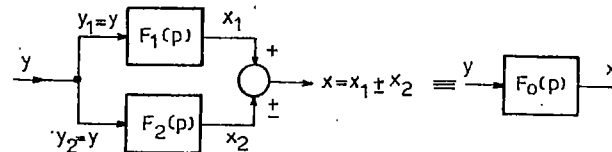
$$F(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = e^{-pT_m} \frac{K}{1+pT} \quad (2.70)$$

Vzporedna vezava n členov s prenosnimi funkcijami po en. 2.68 daje nadomestno prenosno funkcijo  $F_0(p)$

$$F_0(p) = \frac{x(p)}{y(p)} = \sum_{i=1}^n F_i(p) \quad (2.71)$$

$$x = \sum_{i=1}^n x_i, \quad y = y_1$$

Sl. 2.40 kaže vzporedno vezavo dveh členov.



$$F_0(p) = F_1(p) + F_2(p) = \frac{x(p)}{y(p)}$$

$$x = x_1 + x_2, \quad y_1 = y_2 = y$$

Sl. 2.40

### 2.5.2 Grafična konstrukcija krivulj frekvenčnih karakteristik

Frekvenčno karakteristiko  $F(j\omega)$  nekega sistema lahko narišemo, če spreminjamo krožno frekvenco  $\omega$  od nič proti neskončnosti in izračunamo dovolj veliko točk, ki jih potem vnašamo v enega od običajnih diagramov.

Če je sistem sestavljen iz n zaporednih elementarnih členov (glej pogl. 2.5.1)  $F_i(p)$ :

$$F_0(p) = \prod_{i=1}^n F_i(p) = \alpha_0 e^{j\varphi_0} = \prod_{i=1}^n |F_i(p)| \cdot \prod_{i=1}^n e^{j\varphi_i},$$

$$p = j\omega$$

dobimo krivuljo  $F_0(j\omega)$  zelo enostavno in hitro z grafično konstrukcijo v Bodejevem diagramu. V tem diagramu nanašamo iznos  $\alpha$  v dvojnem logaritmičnem diagramu, kot  $\varphi$  pa v enojnem.

Ker je:

$$\log F_0(j\omega) = \sum_{i=1}^n \log F_i(j\omega) \quad (2.72)$$

in

$$\varphi_0 = \sum_{i=1}^n \varphi_i$$

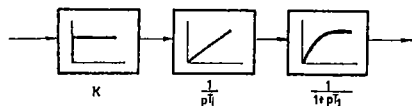
dobimo iznos  $\alpha_0$  rezultirajoče amplitudne frekvenčne karakteristike tako, da aritmetično seštejemo posamezne iznose, izhajajoč pri tem iz  $\alpha = 1$ : vrednosti  $\alpha > 1$  vzamemo kot pozitivne, vrednosti  $\alpha < 1$  pa kot negativne.

Kote  $\varphi_i$  v linearno-logaritemskem diagramu prav tako aritmetično seštevamo.

Za zgled poiščimo amplitudno in fazno frekvenčno karakteristiko sistema, ki je sestavljen iz treh elementarnih členov (sl. 2.41): iz proporcionalnega, integralnega in členu prvega reda:

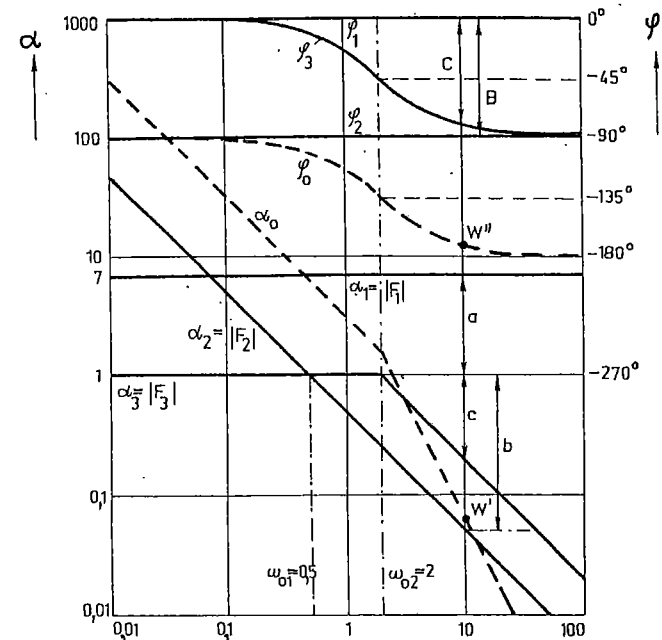
$$F_0(j\omega) = K \frac{1}{j\omega T_1} \frac{1}{1+j\omega T_1} = F_1(j\omega) \cdot F_2(j\omega) \cdot F_3(j\omega)$$

$$K = 7, \quad T_1 = 2s, \quad T_1 = 0,5s$$



Sl. 2.41

V Bodejev diagram lahko takoj vrišemo amplitudne in fazne karakteristike vseh treh elementarnih členov ločeno (sl. 2.42).



$$F_1(j\omega) = 7$$

$$F_2(j\omega) = \frac{1}{j\omega 2} = \frac{1}{j \frac{\omega}{0,5}}; \quad \omega_{01} = 0,5(\text{rad/s})$$

$$F_3(j\omega) = \frac{1}{1+p 0,5} = \frac{1}{1+j \frac{\omega}{2}}; \quad \omega_{02} = 2(\text{rad/s})$$

Sl. 2.42

Z aritmetičnim seštevanjem amplitud (npr. s šestilom) grafično konstruiramo rezultirajočo amplitudno  $\alpha_0$  in fazno  $\varphi_0$  karakteristiko. Npr. pri frekvenci  $\omega = 10 \text{ rad/s}$  dobimo točko  $W'$  rezultirajoče amplitudne karakteristike, če seštejemo daljice  $+a - b - c = W'$ , točko  $W''$  rezultirajoče fazne karakteristike pa s seštevanjem daljic  $B + C = W''$  ( $A = 0^\circ$ ,  $B = -90^\circ = \text{konst.}$ ). Kot vidimo s sl. 2.42, vpliva koeficient  $K$  le na amplitudno karakteristiko, ki se pomakne navzgor ( $K > 1$ ) ali navzdol ( $K < 1$ ) za določen iznos. Isti translatorsni premik krivulje dobimo tudi v Nicholsovem diagramu.

Če ne zahtevamo posebne točnosti, tedaj nadomestimo krivulje amplitudne karakteristike zaradi enostavnejšega risanja kar s premicami oz. z asimptotami, kot smo to storili za člen prvega reda na sl. 2.42 (gl. sl. 2.7). Tako delamo tudi pri členih drugega reda (sl. 2.12), pri realnem diferencialnem členu (sl. 2.28), pri diferencialnem členu prvega reda (sl. 2.30) itd.

Lahko pa si pri risanju krivulj amplitudnih in faznih karakteristik osnovnih členov pomagamo tudi s posebnimi šablonami, ki si jih v ta namen izdelamo.

Manj primerna sta za grafično konstrukcijo rezultirajoče frekvenčne karakteristike Nyquistov in Nicholsov diagram. Navadno pridemo še najhitreje do rezultata, če konstruiramo rezultirajočo frekvenčno karakteristiko kar v Bodejevem diagramu in jo potem točko za točko prenese- mo v enega od obeh omenjenih diagramov.

### 2.5.3 Analiza krivulj frekvenčnih karakteristik

Veliko več kot iz prehodne funkcije lahko odčitamo iz poteka frekvenčne karakteristike nekega sistema (člena). Poglejmo, kaj vse lahko takoj ugotovimo iz frekvenčne karakteristike, ki je narisana npr. v Nyquistovem diagramu.

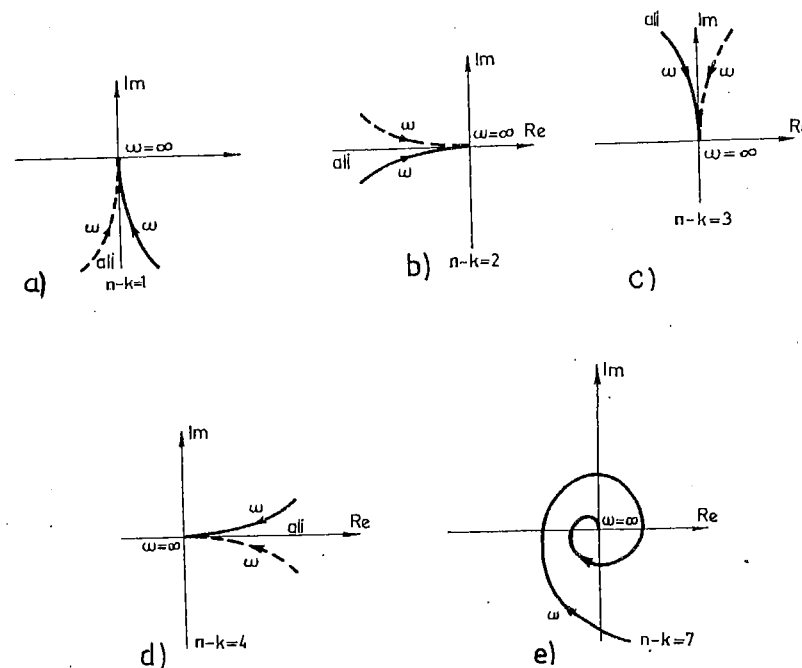
1. Red sistema odčitamo pri velikih frekvencah ( $\omega \rightarrow \infty$ ). Pri velikih frekvencah postane prenosna funkcija po en. (2.18) približno

$$\lim_{p \rightarrow \infty} F(p) \approx K \frac{r_k}{l_n} \frac{1}{p^{n-k}}$$

Iznos frekvenčne karakteristike  $|F(j\omega)| = \alpha$  gre proti nič, fazni pomik pa je

$$\varphi = (n-k) \left(-\frac{\pi}{2}\right),$$

torej tolikokrat po  $-\pi/2$ , kolikor znaša red sistema  $(n-k)$ . Na sl. 2.43 vidimo poteke krivulj frekvenčnih karakteristik pri velikih frekvencah za člene 1., 2., 3., 4. in 7. reda. Krivulje se končujejo v koordinatnem izhodišču in tangirajo pri tem eno izmed koordinatnih polosí.



Sl. 2.43

2. Iz poteka pri nizkih frekvencah ( $\omega \rightarrow 0$ ) ugotovimo, če vsebuje sistem eno ali več integracij. Ako vsebuje sistem m integracij, tedaj ima prenosna funkcija v imenovalcu m korenov z vrednostjo nič (m polov v izhodišču) (gl. tudi en. 2.27,  $m \equiv A$ )

$$F(p) = K \frac{1 + pb_1 + p^2 b_2 + \dots + p^k b_k}{p^m (1 + pa_1 + p^2 a_2 + \dots + p^n a_n)} \quad (2.73)$$

$$m + n > k, \quad p = j\omega$$

Frekvenčna karakteristika postane za vrednosti frekvenc  $\omega \rightarrow 0$

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} F(j\omega) = K \frac{1}{(j\omega)^m} \quad (2.74)$$

Iznos gre proti neskončnosti, fazni kot pa je tedaj

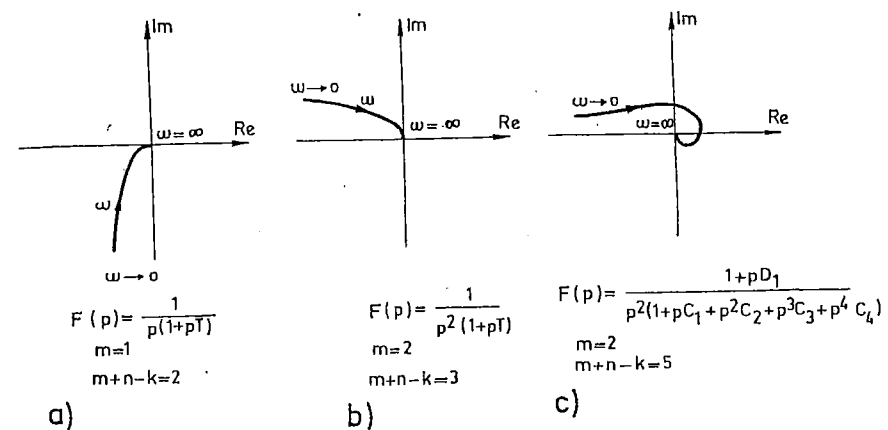
$$\varphi = m \left(-\frac{\pi}{2}\right)$$

Za zgled vzemimo frekvenčno karakteristiko reda 2, ki vsebuje enojno integracijo ( $m = 1$ )

$$F(j\omega) = K \frac{1}{j\omega (1 + j\omega T)}$$

Na sl. 2.44a vidimo, da poteka ustrezna krivulja pri nizkih frekvencah asimptotično na os  $\varphi = -\pi/2$ , t.j. na negativno imaginarno os. Na isti sliki vidimo še dva nadaljnja člana, ki vsebujeta dvojno integracijo. Red sistema je  $(m + n) - k$  (gl. en. 2.29).

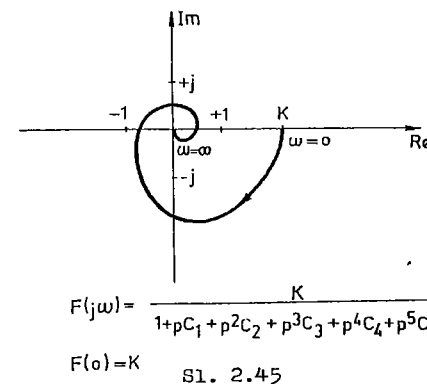
Ako sistem ne vsebuje integracije ( $m = 0$ ), tedaj se začenja krivulja v končnosti in lahko pri frekvenci  $\omega = 0$  odčitamo vrednost statičnega



Sl. 2.44

ojačenja K (sl. 2.45).

3. Iz frekvenčnih karakteristik členov drugega reda odčitamo resonančni faktor  $Q_r$  in resonančno frekvenco  $\omega_r$  (gl. pogl. 2.4.4 in sl. 2.15).

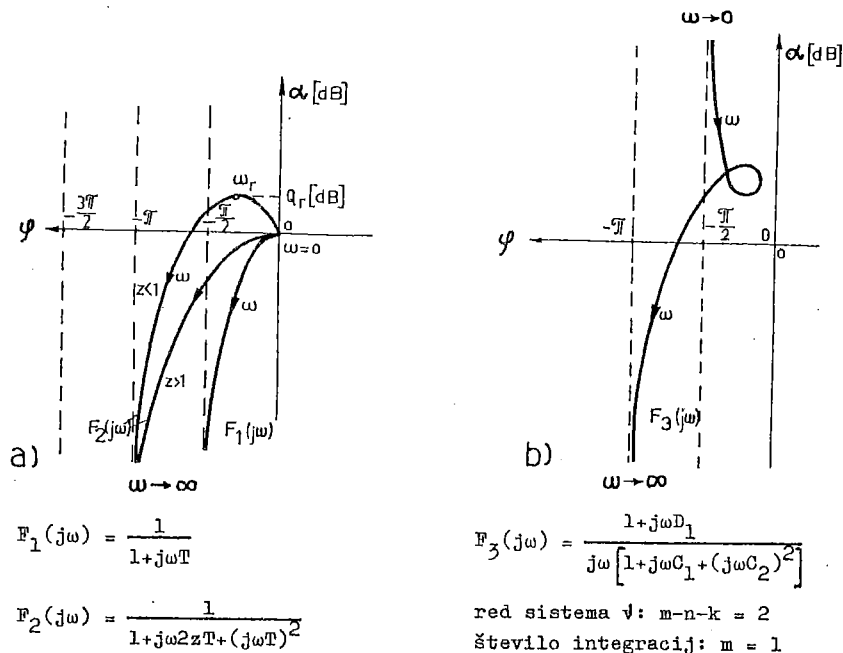


Pojem resonančnega faktorja in resonančne frekvence pa lahko razširimo tudi na sisteme višjega reda, ki imajo bolj ali manj izražen maksimum iznosa  $\alpha_{max} = K Q_r$ . Takim sistemom nihajo ob prehodnem pojavu s frekvenco, ki je

tem bližja resonančni frekvenci, čim bolj izrazito je resonančno mesto (glej tudi pogl. 3.3).

Vse omenjene lastnosti členov lahko odčitamo tudi iz krivulj frekvenčne karakteristike v Nicholsovem ali v Bodejevem diagramu.

V Nicholsovem diagramu potekajo sistemi  $\nu$ -tega reda za  $\omega \rightarrow \infty$  tangencialno na premico  $\varphi = \nu(-\pi/2)$ , sistemi z  $m$  integracijami pa za  $\omega \rightarrow 0$  tangencialno na premico  $\varphi = m(-\pi/2)$  (sl. 2.46). Podobno lahko ugotovimo lastnosti sistema, če je frekvenčna karakteristika podana v Bodejevem diagramu. Zadostuje že npr. pogled na strmino amplitudne frekvenčne karakteristike pri velikih ( $\omega \rightarrow \infty$ ) in majhnih ( $\omega \rightarrow 0$ ) frekvencah.



Sl. 2.46

### 2.5.4 Transientno in stacionarno stanje

Odziv sistema  $x(t)$  na vhodno funkcijo  $y(t)$  (sl. 2.47) izračunamo iz enačbe

$$x(p) = F(p) y(p) \quad (2.75)$$

če poznamo prenosno funkcijo  $F(p)$  pomnožimo s transformirano vhodno funkcijo

$$y(p) = \mathcal{L}\{y(t)\}$$

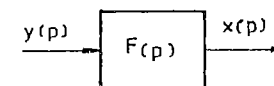
ter poiščemo inverzno transformacijo za  $x(p)$ , t.j.

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1}\{F(p) y(p)\} \quad (2.76)$$

Če vstavljamo v en. 2.76 različne vrednosti za čas  $t$ , lahko izračunamo trenutne vrednosti izhodne veličine  $x$ .

Stacionarno stanje  $x(t = \infty)$  lahko prav tako izračunamo iz en. 2.76, če vstavljamo vanjo vrednost  $t \rightarrow \infty$ . Hitreje in enostavnije pa izračunamo to stanje, če uporabimo stavek o končani vrednosti funkcije (gl. Dodatek I.), ker se izognemo zamudni inverzni transformaciji (en. 2.76)

$$x(t \rightarrow \infty) = \lim_{p \rightarrow 0} pF(p) y(p) \quad (2.77)$$



$$x(p) = F(p) y(p)$$

Sl. 2.47

Sistemi, ki vsebujejo integracijo (A)0 v en. 2.27), dosežejo stacionarno stanje le tedaj, če je vhodna funkcija nič (gl. tudi pogl. 2.4.5).

## 2.6 Izračun prenosnih funkcij

### 2.6.1 Potek izračuna

Izračunati prenosno funkcijo  $F(p)$  nekega sistema pomeni poiskati zvezo med izhodno in med vhodno veličino tega člena v slikovnem prostoru. Če ima sistem več vhodnih veličin, ki vplivajo na isto izhodno veličino, lahko zaradi linearnosti sistema poiščemo ločeno prehodne funkcije za vse vhodne veličine.

Zvezo med izhodno in vhodno veličino podajajo fizikalni zakoni. Ob upoštevanju teh zakonov in numeričnih vrednostih parametrov sistema lahko napišemo diferencialne enačbe. Zaradi nelinearnosti realnih sistemov moramo ponavadi takšen sistem še linearizirati. Nato diferencialno enačbo še normiramo (gl. pogl. 2.2) tako, da v njej nastopajo le relativne spremembe fizikalnih veličin.

Tako napisana diferencialna enačba je pripravljena za transformacijo v slikovni prostor Laplaceove transformacije, kjer poiščemo razmerje med izhodno in vhodno veličino, t.j. prenosno funkcijo.

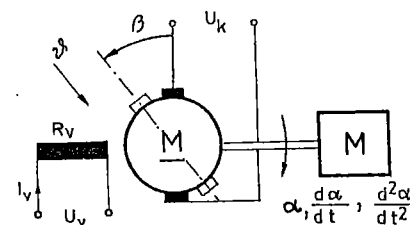
Izkušnja uči, da je nastavljanje diferencialnih enačb ob upoštevanju fizikalnih zakonov težje kot pa kasnejša matematična obdelava teh enačb (lineariziranje, normiranje, Laplaceova transformacija, računanje transientnih in stacionarnih stanj itd.), ker se pri nastavljanju teh enačb pogosto vrinejo napake zaradi napačnih predpostavk ali celo sklepanj. Zato moramo analizi fizikalnih sistemov in nastavljanju diferencialnih enačb posvetiti posebno pozornost! Važen pogoj je seveda, da dobro poznamo realni sistem, ki ga hočemo matematično opisati. Med-

tem ko poteka računanje, če že imamo napisane diferencialne enačbe, ponavadi šablonsko in ga lahko opravlja tudi matematik, pa analiza fizikalnih sistemov ni šablonsko delo zaradi raznovrstnosti sistemov, režimov obratovanja in zahtev. Tega dela npr. matematik ne more opravlјati.

Celotni postopek poteka v treh stopnjah:

1. Najprej se pri opazovanem fizikalnem sistemu odločimo, katero veličino bomo vzeli kot izhodno  $X$  in katere veličine bomo vzeli kot vhodne  $Y_1$ . Ponavadi deluje na sistem več vhodnih veličin, od teh je ena tista, s katero hočemo krmliliti izhodno veličino, vplivi ostalih veličin pa so nezaželeni (motnje!). Teh vplivov je ponavadi mnogo in se moramo odločiti katere od teh relativno malo vplivajo na izhodno veličino in jih zanemarimo, da ne dobimo kompliciranih in nepreglednih matematičnih povezav! Sl. 2.48 kaže enosmerni motor, pri katerem je izhodna veličina lahko kot zasuka  $\alpha$ , kotna hitrost

$\omega = d\alpha/dt$  ali kotni pospešek  $d\omega/dt$ . Na izhodno veličino bodo vplivale različne vhodne veličine: vzbujalna napetost  $U_v$ , vzbujalni tok  $I_v$ , kotvina napetost  $U_k$ , lega ščetk  $\beta$ , okoliška temperatura  $\vartheta$ ,



Sl. 2.48

ohmska upornost vzbujalnega navitja  $R_v$ , bremenski mehanski moment  $M$  itd. Če hočemo npr. krmliliti hitrost  $\omega$  s kotvino napetostjo  $U_k$  in so ostale veličine praktično konstantne, bo  $\omega = X$ ,  $U_k = Y$ , medtem ko bomo morali bremenski moment (motor je namenjen pogonu) obravnavati kot motnjo  $M = Z$ .

2. Ob upoštevanju fizikalnih zakonov napišemo diferencialno enačbo, ki povezuje npr. spremembo izhodne  $\Delta X$  in vhodne  $\Delta Y$  veličine.

Pri bolj kompliciranih sistemih ponavadi ne moremo neposredno napisati zveze med  $X$  in  $Y$ , temveč poiščemo najprej delne diferencialne enačbe, ki povezujejo posamezne fizikalne veličine znotraj sistema. Te fizikalne veličine kasneje iz sistema diferencialnih enačb izločimo in v končni diferencialni enačbi, ki povezuje  $X$  in  $Y$ , ne nastopajo.

Če sistem ni linearen, moramo obstoječe nelinearne zveze med posameznimi fizikalnimi veličinami sistema najprej linearizirati. Da lahko to storimo, moramo poznati delovne točke in režim obratovanja realnega sistema. Le tako se lahko odločimo za pravilno linearizacijo, ocenimo velikost napak in predpišemo območje veljavnosti poenostavljenega izračuna!

Diferencialno enačbo (ali enačbe) nato še normiramo.

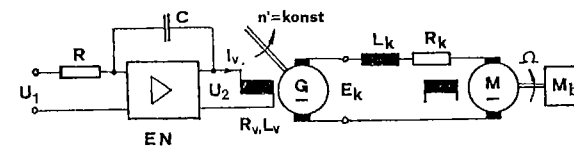
3. Linearizirano in normirano diferencialno enačbo, ki povezuje relativne spremembe vhodne  $y$  in izhodne  $x$  veličine, transformiramo v slikovni prostor Laplaceove transformacije in napišemo prenosno funkcijo sistema. Za normirane prenosne funkcije je treba podati delovne točke  $X_0$ ,  $Y_0$  ter osnovne vrednosti  $X^*$  in  $Y^*$ , pri lineariziranih pa še pogoje in območja veljavnosti prenosne funkcije.

2.6.2 Numerični zgle

Sl. 2.49 kaže fizikalni sistem, pri katerem z napetostjo  $U_1$  krmilimo kotno hitrost  $\Omega$ . Na to kotno hitrost vpliva še bremenski moment  $M_b$ . Slika ponazarja poznani Ward-Leonardov agregat, kateremu dobavlja vzbujalno napetost  $U_2$  elektronska naprava z integralno karakteristiko. Tehnični podatki so naslednji:

Motor - nazivne vrednosti so:  $U_{kn} = 200$  V,  $I_{kn} = 10$  A,  $P_n = 1,8$  kW,  $n_n = 600$  vrt/min,  $M_n = 28,7$  Nm; ohmska upornost kotve  $2\Omega$ , vztrajnostni moment  $J = 0,685$  Nms<sup>2</sup>.

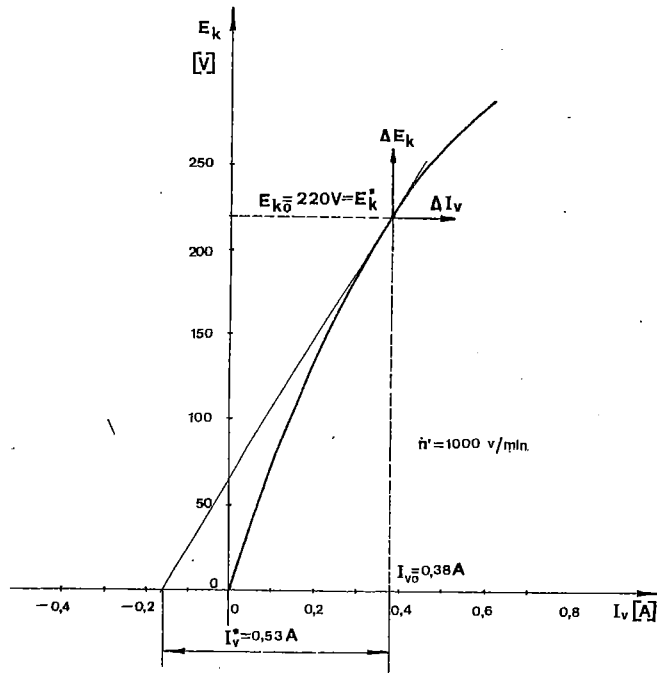
Generator - nazivne vrednosti so:  $U_{kn} = 250$  V,  $I_{kn} = 10$  A,  $P_n = 2,5$  kW;  $R_v = 20$   $\Omega$ ,  $L_v = 2$  H, ohmska upornost kotve  $2$   $\Omega$ ; karakteristiko praznega teka kaže sl. 2.50.



Sl. 2.49

Oba stroja sta kompenzirana, tako da lahko praktično upoštevamo le notranje ohmske padce napetosti. Skupna induktivnost kotvinega tokokroga je  $L_k = 80$  mH, skupna ohmska upornost kotvinega tokokroga pa  $R_k = 4$   $\Omega$ .



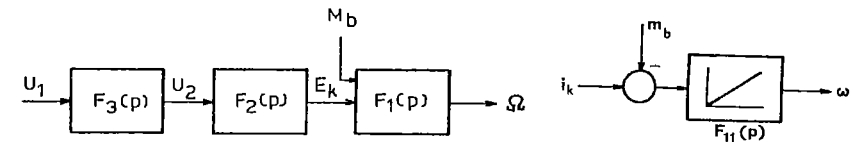


Sl. 2.50

Elektronska naprava je sestavljena iz idealnega enosmernega ojačevalnika, ki ima faktor ojačenja  $A = -\infty$ , notranjo izhodno impedanco nič ter maksimalno izhodno napetost  $U_{2max} = \pm 100$  V;  $R = 5$  k $\Omega$ ,  $C = 200$   $\mu$ F.

Za delovno točko, ki ustreza nazivnemu obratovanju motorja, je treba napisati prenosni funkciji sistema, ki bosta povezovali relativne spremembe izhodne veličine  $\Omega$  ter relativni spremembi obeh vhodnih veličin  $U_1$  in  $M_b$  ob predpostavki, da se vrednosti  $U_1$  in  $M_b$  spreminjata okrog izhodiščnih vrednosti za največ 10 %!

1) Celotni sistem bomo najprej razdelili na enostavnejše člene, za katere bomo lažje poiskali prenosne funkcije. Prenosno funkcijo celotnega sistema izračunamo potem iz prenosnih funkcij členov ob uporabi enačb iz pogl. 2.5.1. To lahko storimo samo tedaj, če je izpolnjen osnovni pogoj, da sledeči členi v verigi ne vplivajo na predhodne! Poglejmo, če je ta pogoj izpolnjen pri obravnavanem sistemu! Na dlan je, da lahko ta sistem razdelimo na tri člene: motor, generator in elektronsko napravo. Ker je izhodna notranja upornost elektronske naprave nič, priključena impedanca vzbujalnega navitja na elektronsko napravo povratno ne bo vplivala! Ker lahko reakcijo kotve pri generatorju zanemarimo (gl. podatke!), bo motor vplival na napetost na sponkah generatorja (zaradi ohmskega padca v kotvi generatorja), ne bo pa vplival na inducirano napetost generatorja  $E_k$ . Če se odločimo da bo  $E_k$  izhodna veličina generatorja, potem povratnega vpliva od motorja na generator ni! Od tod sledi, da lahko obravnavani sistem razstavimo na zaporedno vezavo treh enostavnejših členov po sl. 2.51, ker je izpolnjen pogoj o "enosmernem" poteku signalov (smer puščic) in bomo lahko za izračun prenosne funkcije celotnega sistema uporabili en. 2.69.



$F_1$  - motor,  $F_2$  - generator,  
 $F_3$  - elektronska naprava

Sl. 2.51

$$F_{11}(p) = \frac{\omega(p)}{i_k(p) - m_b(p)} = \frac{1}{pT_z}$$

Sl. 2.52

Vhodne in izhodne veličine posameznih členov izberemo takole:

1. člen (motor): prva vhodna veličina  $E_k$  oz.  $e_k$   
 druga vhodna veličina  $M_b$  oz.  $m_b$   
 izhodna veličina  $\Omega$  oz.  $\omega$
2. člen (generator): vhodna veličina  $U_2$  oz.  $u_2$   
 izhodna veličina  $E_k$  oz.  $e_k$
3. člen (elek.napr.): vhodna veličina  $U_1$  oz.  $u_1$   
 izhodna veličina  $U_2$  oz.  $u_2$

$E_k$  je inducirana napetost v kotvi generatorja. Ohmsko upornost kotve generatorja računsko pripojimo ohmski upornosti kotve motorja!

2) Na osnovi fizikalnih zakonov in numeričnih podatkov poiščimo prenosne funkcije vseh treh členov!

a) Motor:

Med momentom motorja  $M$ , bremenskim momentom  $M_b$  in vztrajnostnim momentom  $M_v$  mora v vsakem trenutku obstajati ravnotežje

$$M - M_b - M_v = 0 \quad (2.78)$$

Enačbo lahko normiramo. Smiselno je, da za osnovno vrednost momentov  $M^*$  izberemo kakšen značilen moment, npr. zagonski ali kratkostični moment motorja  $M_k$ . Velikost  $M_k$  ugotovimo iz linearne zveze med toki in momentu motorja ( $\Phi = \text{konst.}$ )

$$M = k I_k \quad (2.79)$$

$$M_k = M_n \frac{I_{kk}}{I_{kn}}$$

$M_n = 28,7 \text{ Nm}$  je podan nazivni moment motorja,  $I_{kn} = 10 \text{ A}$  je nazivni tok motorja, zagonski ali kratkostični tok motorja  $I_{kk}$  pa lahko izračunamo iz ohmovega zakona (celotno ohmsko upornost kotvinega tokokroga pripišemo motorju)

$$I_{kk} = \frac{E_{kn}}{R_k} = \frac{220V}{4\Omega} = 55 \text{ A} \quad (2.80)$$

in je

$$M_k = \frac{28,7 \text{ Nm} \cdot 55 \text{ A}}{10 \text{ A}} = 158 \text{ Nm} \quad (2.81)$$

V normirani obliki je en. 2.78

$$\frac{M}{M_k} - \frac{M_b}{M_k} - \frac{M_v}{M_k} = 0, \quad M^* \equiv M_k \quad (2.82)$$

Ker se enačbe niti po obliki niti po vrednosti koeficientov ne spreminijo, če namesto iznosov pišemo spremembe veličin (gl. en. 2.8), lahko napišemo

$$m - m_b - m_v = 0 \quad (2.83)$$

$$m = \frac{\Delta M}{M_k}, \quad m_b = \frac{\Delta M_b}{M_k}, \quad m_v = \frac{\Delta M_v}{M_k} \quad (2.84)$$

$$\Delta M = M - M_o, \quad \Delta M_b = M_b - M_{bo}, \quad \Delta M_v = M_v \quad (2.85)$$

Za izhodiščno vrednost momentov smo vzeli stacionarno vrednost momentov v opazovani delovni točki motorja (nazivno obratovanje)

$$M_o = M_{bo} = M_n = 28,7 \text{ Nm}; \quad M_{vo} \equiv 0 \quad (2.86)$$

Izračunajmo sedaj vse tri sumande v en. 2.83!

$$m = \frac{\Delta I_k}{I_{kk}} = i_k, \quad m_b = \frac{\Delta M_b}{M_k},$$

$$m_v = \frac{J}{M_k} \frac{d \Delta \Omega}{dt} = \frac{J \Omega^*}{M_k} \frac{d \frac{\Delta \Omega}{\Omega^*}}{dt} = T_z \frac{d\omega}{dt} \quad (2.87)$$

$$\omega = \frac{\Delta \Omega}{\Omega^*}$$

$\Omega^*$  je kotna hitrost neobremenjenega motorja, če mu pritismo na kotno napetost  $E_k$  (gl. en. 2.92a)

$$\Omega^* = \frac{660 \text{ v/min}}{60} \cdot 2\pi = 69,2 \text{ rad./s} \quad (2.88)$$

$\Omega_0$  je kotna hitrost v delovni točki

$$\Omega_0 = \frac{600 \text{ v/min}}{60} \cdot 2\pi = 62,8 \text{ rad./s}$$

$T_z$  je zagonska (mehanska) časovna konstanta motorja:

$$T_z = \frac{J \omega^*}{M_k} = \frac{0,685 \text{ Nms}^2 \cdot 69,2 \text{ rad./s}}{158 \text{ Nm}} = 0,3 \text{ s} \quad (2.89)$$

Ta časovna konstanta ima tudi fizikalni pomen: če bi na neobremenjen motor z vztrajnostnim momentom  $J$  ves čas deloval kratkostični moment  $M_k$ , bi se kotna hitrost motorja v času  $T_z$  spremenila (linearno naraščanje) za vrednost  $\Omega^*$ .

Če vstavimo izračunane vrednosti v en. 2.83, dobimo

$$i_k - m_b - T_z \frac{d\omega}{dt} = 0 \quad (2.90)$$

$$i_k = m$$

En. 2.90 lahko v blokovni shemi prikažemo na sl. 2.52. Razlika dveh

vhodnih veličin  $m - m_b$  deluje na spremembo izhodne veličine  $\omega$ . Z Laplaceovo transformacijo en. 2.90 dobimo prenosno funkcijo  $F_{11}(p)$

$$i_k(p) - m_b(p) - p T_z \omega(p) = 0$$

$$F_{11}(p) = \frac{\omega(p)}{i_k(p) - m_b(p)} = \frac{1}{p T_z} \quad (2.91)$$

Relativno spremembo  $i_k$  izračunamo po Kirchoffovem zakonu, za kotvin tokokrog, na katerega deluje razlika med inducirano napetostjo generatorja  $E_k$  in inducirano protinapetostjo motorja  $E$

$$E_k - E = I_k R_k + L_k \frac{d I_k}{dt}$$

$$\frac{\Delta E_k - \Delta E}{I_{kk}} = \frac{\Delta I_k}{I_{kk}} R_k + L_k \frac{d \frac{\Delta I_k}{I_{kk}}}{dt}$$

$$\frac{\Delta E_k - \Delta E}{I_{kk} R_k} = \frac{\Delta I_k}{I_{kk}} + \frac{L_k}{R_k} \frac{d \frac{\Delta I_k}{I_{kk}}}{dt}$$

$$\frac{\Delta E_k - \Delta E}{E_k^*} = \frac{\Delta I_k}{I_{kk}} + T_k \frac{d \frac{\Delta I_k}{I_{kk}}}{dt}$$

$$e_k - e = i_k + T_k \frac{d i_k}{dt} \quad (2.92)$$

$$\Delta E_k = E_k - E_{k0}, \quad \Delta E = E - E_0, \quad \Delta I_k = I_k - I_{k0}$$

$$e_k = \frac{\Delta E_k}{E}, \quad e = \frac{\Delta E}{E}, \quad i_k = \frac{\Delta I_k}{I_{kk}}$$

$$E_k^* = R_k I_{kk} = 220 \text{ V}, \quad I_{kk} = I_k^* = 55 \text{ A} \quad (2.92a)$$

$$T_k = \frac{L_k}{R_k} = \frac{80 \text{ mH}}{4 \Omega} = 20 \text{ ms}$$

$E_k^*$  je osnovna vrednost inducirane kotvine napetosti,  $I_{kk}$  je osnovna vrednost kotvinega toka (gl. en. 2.80),  $T_k$  pa je električna časovna konstanta kotvinega tokokroga. Z Laplaceovo transformacijo en. 2.92 dobimo

$$e_k(p) - e(p) = i_k(p) + pT_k i_k(p)$$

$$F_{12}(p) = \frac{i_k(p)}{e_k(p) - e(p)} = \frac{1}{1 + pT_k} \quad (2.93)$$

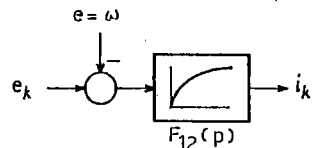
$E_{ko}$  in  $E_o$  sta inducirani napetosti generatorja oziroma motorja pri pogojih, ki ustrezajo delovni točki, torej

$$E_{ko} = U_{kn} + I_{kn} \frac{R_k}{2} = 200 + 20 = 220 \text{ V}$$

$$E_o = U_{kn} - I_{kn} \frac{R_k}{2} = 180 \text{ V}$$

$$I_{ko} = I_{kn} = 10 \text{ A}$$

Na podlagi en. 2.93 lahko narišemo blokovno shemo, ki ponazarja oba vpliva (vhodni veličini  $e_k$  in  $e$ ) na izhodno veličino  $i_k$  (sl. 2.53).



$$F_{12}(p) = \frac{i_k(p)}{e_k(p) - e(p)} = \frac{1}{1 + pT_k}$$

Sl. 2.53

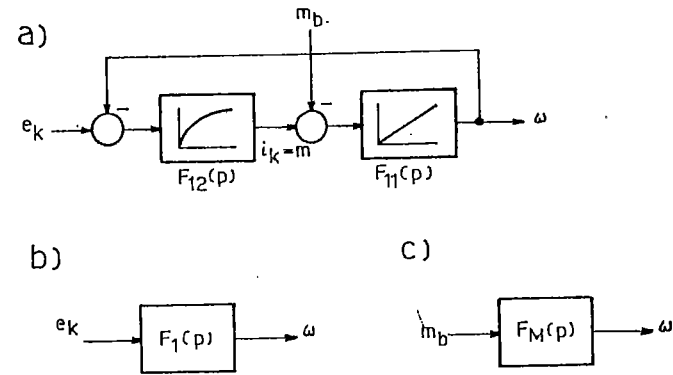
Ker se inducirana napetost motorja  $E$  spreminja linearno s kotno hitrostjo  $\Omega$ , je

$$\frac{\Delta E}{E_k^*} = \frac{\Delta \Omega}{\Omega^*} \text{ oz. } e = \omega \quad (2.94)$$

in lahko blokovni shemi na sl.

2.52 in sl. 2.53 združimo v sl.

2.54a, ki prikazuje kompletno blokovno shemo motorja z vhodnima veličinama  $e_k$  in  $m_b$  ter izhodno veličino  $\omega$ .



Sl. 2.54

Ob pomoči teorije zaključnih sistemov (gl. pogl. 3.1) lahko iz te blokovne sheme napišemo prenosno funkcijo  $F_1(p)$ , ki povezuje veličini  $e_k$  in  $\omega$

$$F_1(p) = \frac{\omega(p)}{e_k(p)} = \frac{1}{1 + pT_z + p^2 T_k T_z} \quad (2.95)$$

in prenosno funkcijo  $F_M(p)$ , ki povezuje veličini  $m_b$  in  $\omega$  (gl. en. 3.10)

$$F_M(p) = \frac{\omega(p)}{m_b(p)} = - \frac{1 + pT_k}{1 + pT_z + p^2 T_k T_z} \quad (2.96)$$

Sl. 2.54b in sl. 2.54c kažeta ustrezni blokovni shemi. Povratna zveza, ki gre od  $\omega$  k primerjalnemu členu, nastopa zaradi vpliva inducirane protinapetosti motorja.

b) Generator:

Zvezo med inducirano napetostjo  $E_k$  generatorja, ki se vrti s konstantno hitrostjo, in med vzbujalno napetostjo  $U_2$ , podajajo enačbe

$$E_k = k_1 \dot{\Phi} \quad (2.97a)$$

$$\dot{\Phi} = k_2 I_V \quad (2.97b)$$

$$U_2 = I_V R_V + L_V \frac{d I_V}{dt} \quad (2.97c)$$

Koeficienta  $k_2$  in  $L_V$  zaradi vpliva nasičenja železa nista konstantna. Zvezo v stacionarnem stanju

$$E_k = k_1 k_2 I_V = k_3 I_V \quad (2.98)$$

podaja karakteristika praznega teka generatorja (sl. 2.50). Koeficient  $k_3$  kakor tudi induktivnost  $L_V$  sta proporcionalna permeabilnosti železa, torej naklonskemu kotu tangente v različnih točkah karakteristike praznega teka. Ker smo se odločili, da bo obravnavani sistem obratoval v okolici izbrane delovne točke, lahko nelinearni člen lineariziramo v delovni točki tako, da nelinearno statično karakteristiko nadomestimo s tangento v delovni točki (sl. 2.50). Induktivnost  $L_V = 2 \text{ H}$  je bila podana za to delovno točko. Če bi hoteli izračunati induktivnost  $L_V'$  za kakšno drugo delovno točko, bi morali upoštevati tangense naklonskih kotov tangents v teh točkah

$$L_V' = L_V \frac{\text{tga}'}{\text{tga}} \quad (2.99)$$

Iz enačb 2.97 sledi

$$\frac{U_2}{I_V^*} = \frac{I_V}{I_V^*} R_V + L_V \frac{d \frac{I_V}{I_V^*}}{dt}$$

$$\frac{U_2}{U_2^*} = \frac{I_V}{I_V^*} + T_V \frac{d \frac{I_V}{I_V^*}}{dt}$$

$$\frac{\Delta U_2}{U_2^*} = \frac{\Delta I_V}{I_V^*} + T_V \frac{d \frac{\Delta I_V}{I_V^*}}{dt}$$

$$u_2 = i_2 + T_V \frac{di_V}{dt} \quad (2.101)$$

$$u_2 = \frac{\Delta U_2}{U_2}, i_2 = \frac{\Delta I_V}{I_V}, \Delta U_2 = U_2 - U_{20}, \Delta I_V = I_V - I_{V0}$$

$$T_V = \frac{L_V}{R_V} = \frac{2 \text{ H}}{20 \Omega} = 0,1 \text{ s}$$

$I_V^*$  je osnovna vrednost vzbujalnega toka, ki jo lahko poljubno izberemo. V obravnavanem primeru smo jo izbrali s konstrukcijo na sl. 2.50 tako, da povzroči sprememba  $\Delta I_V = I_V^*$  na linearizirani karakteristiki spremembo  $\Delta E_k = E_k^*$  (gl. en. 2.17)

$$I_V^* = 0,53 \text{ A}$$

$U_2^*$  je osnovna vrednost vzbujalne napetosti, katere velikost sledi iz odnosov v zgornjih enačbah

$$U_2^* = I_V^* R_V = 106 \text{ V}$$

$$I_{V0} = 0,38 \text{ A (iz sl. 2.50)}, U_{20} = I_{V0} R_V = 76 \text{ V}$$

Ker velja zaradi linearizacije odnos

$$\frac{\Delta I_V}{I_V^*} = \frac{\Delta E_k}{E_k^*} \text{ oz. } i_V = e_k,$$

lahko en. 2.101 napišemo tudi v obliki

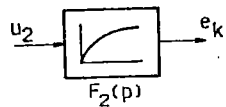
$$u_2 = e_k + T_V \frac{d e_k}{dt} \quad (2.102)$$

in z Laplaceovo transformacijo

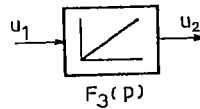
$$u_2(p) = e_k(p) + p T_V e_k(p)$$

$$F_2(p) = \frac{e_k(p)}{u_2(p)} = \frac{1}{1+pT_V} \quad (2.103)$$

Prenosno funkcijo drugega člena, ki je člen prvega reda, kaže sl. 2.55.



Sl. 2.55



Sl. 2.56

c) Elektronska naprava:

Kot bomo spoznali v pogl. 4.5.1, obstaja pri narisanim vezju zveza

$$U_2 = \frac{1}{RC} \int U_1 dt \quad (2.104)$$

Ta člen je nelinearen zaradi nasičenja ( $U_{2max} = \pm 100$  V). Med vrednostima + 100 V in - 100 V pa velja linearna zveza po en. 2.104. Ker je delovna točka v stacionarnem stanju  $U_{20} = 76$  V znotraj linearnega ob-

močja, bomo lahko ta člen upoštevali kot da je linearen.

Normiranje, izračun vrednosti veličin v delovnih točkah ter izračun osnovnih vrednosti poteka po že ustaljeni shemi

$$\frac{d \frac{U_2}{U_2^*}}{dt} = \frac{1}{T_i} \frac{U_1}{U_1^*}$$

$$\frac{d \frac{\Delta U_2}{U_2^*}}{dt} = \frac{1}{T_i} \frac{\Delta U_1}{U_1^*}$$

$$\frac{d u_2}{dt} = \frac{1}{T_i} u_1$$

$$p u_2(p) = \frac{1}{T_i} u_1(p)$$

$$F_3(p) = \frac{u_2(p)}{u_1(p)} = \frac{1}{pT_i} \quad (2.105)$$

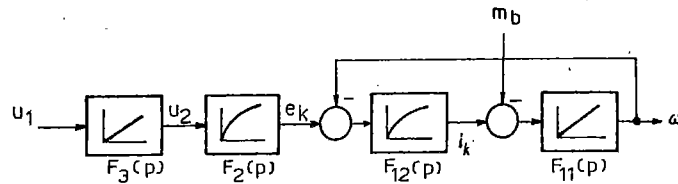
$$U_1^* = U_2^* = 106 \text{ V}; \quad \Delta U_1 = U_1, \quad U_{10} = 0$$

$$T_i = RC = 5 \text{ k}\Omega \cdot 200 \mu\text{F} = 0,5 \text{ s}$$

$$u_1 = \frac{\Delta U_1}{U_1^*}$$

Sl. 2.56 kaže blokovno shemo tretjega člena, ki je integralni člen.

Na sl. 2.57 vidimo blokovno shemo celotnega sistema, ki ga sestavljajo obravnavani trije zaporedno vezani členi oziroma štirje bloki.



Sl. 2.57

Prenosno funkcijo celotnega sistema dobimo iz izračunanih prenosnih funkcij (gl. pogl. 3.1):

$$F_o(p) = \frac{\omega(p)}{u_1(p)} = F_1(p) \cdot F_2(p) \cdot F_3(p) = \frac{1}{1+pT_z+p^2T_kT_z} \cdot \frac{1}{1+pT_v} \cdot \frac{1}{pT_1} \quad (2.106)$$

$$F_M(p) = \frac{\omega(p)}{m_b(p)} = - \frac{1+pT_k}{1+pT_z+p^2T_kT_z} \quad (2.107)$$

V Tabeli 2 so zbrani izračunani podatki za posamezne člene. Kot vidimo, določimo delovne točke (izhodiščne vrednosti) posameznih veličin preko realnih (linearnih ali nelinearnih) statičnih karakteristik, napredujoč od zadnjega člena v verigi do prvega člena! Ko se enkrat odločimo za delovno točko zadnjega člena, so s tem določene že tudi vse delovne točke predhodnih členov. Osnovne vrednosti posameznih veličin lahko izbiramo poljubno, le da morajo imeti fizikalne veličine na istem mestu (npr.  $M$ ,  $M_b$  in  $M_v$ ,  $E_k$ ,  $E$ ) iste osnovne vrednosti! Pri prvem in

drugem členu smo namenoma izbrali osnovne vrednosti tako, da sta postala faktorja statičnega ojačenja teh členov ena.

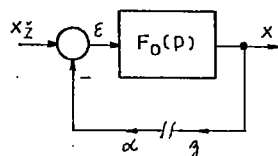
TABELA 2

Veličina	Del. točka	Osnovna vrednost
$\Omega$	$\Omega_o = 62,8 \text{ rad/s}$	$\Omega^* = 69,2 \text{ rad/s}$
$M_b$	$M_{bo} = M_n = 28,7 \text{ Nm}$	$M_b^* = M_k = 143 \text{ Nm}$
$M$	$M_o = M_n = 28,7 \text{ Nm}$	$M^* = M_k = 143 \text{ Nm}$
$I_k$	$I_{ko} = 10 \text{ A}$	$I_k^* = I_{kk} = 55 \text{ A}$
$E_k$	$E_{ko} = 220 \text{ V}$	$E_k^* = I_{kk} \cdot R_k = 220 \text{ V}$
$E$	$E_o = 180 \text{ V}$	$E^* = E_k^* = 220 \text{ V}$
$I_v$	$I_{vo} = 0,38 \text{ A}$	$I_v^* = 0,53 \text{ A}$ (iz sl. 2.50)
$U_2$	$U_{2o} = I_{vo} \cdot R_v = 76 \text{ V}$	$U_2^* = I_v \cdot R_v = 106 \text{ V}$
$U_1$	$U_{1o} = 0$	$U_1^* = 106 \text{ V}$

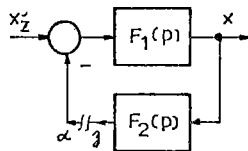
### 3. TEORIJA LINEARNE REGULACIJE

#### 3.1 Prenosne funkcije zaključenih sistemov

Enozančni regulacijski krog z direktno povratno zvezo, v kateri ni nobenega člana, kaže sl. 3.1. Če prekinemo zaključen regulacijski krog



Sl. 3.1



Sl. 3.2

na kateremkoli mestu v zanki in poiščemo negativno razmerje med izhodno  $\beta$  in vhodno veličino  $\alpha$  na mestu prekinitve v slikovnem prostoru Laplaceove transformacije, dobimo funkcijo  $F_0(p)$

$$-\frac{\beta(p)}{\alpha(p)} = F_0(p), \quad (3.1)$$

ki jo imenujemo prenosno funkcijo odprtega regulacijskega kroga. Pri sistemih z direktno povratno zvezo (sl. 3.1) podaja ta funkcija tudi razmerje

$$\frac{x(p)}{x_z(p)} = F_0(p) \quad (3.2)$$

med regulirano in želeno vrednostjo pri odprti povratni zvezi! Pri sistemih, ki nimajo direktno povratne zveze (sl. 3.2), je prenosna funkcija odprtega regulacijskega kroga prav tako definirana z en. 3.1 in je produkt prenosnih funkcij vseh členov, ki so zaporedno vezani v zaključeni zanki

$$F_0(p) = -\frac{\beta(p)}{\alpha(p)} = F_1(p) \cdot F_2(p) \quad (3.3)$$

le da v tem primeru funkcija  $F_0(p)$  ne daje povezave po en. 3.2.

S sl. 3.2 lahko izračunamo prenosno funkcijo zaključenega enozančnega regulacijskega kroga  $H(p)$ , ki podaja zvezo med regulirano  $x$  in želeno  $x_z$  veličino pri zaključenem regulacijskem krogu. Iz blokovne sheme na sl. 3.2 sledi

$$x(p) = [x_z(p) - x(p)F_2(p)] F_1(p)$$

in

$$H(p) = \frac{x(p)}{x_z(p)} = \frac{F_1(p)}{1+F_0(p)} \quad (3.4)$$

$$F_0(p) = F_1(p) \cdot F_2(p)$$

Pri enozančnih sistemih z direktnimi povratnimi zvezami ( $F_2(p) = 1$ ) preide en. 3.4 v

$$H(p) = \frac{x(p)}{x_z(p)} = \frac{F_0(p)}{1+F_0(p)} \quad (3.5)$$

Le pri teh sistemih vstopa v direktno vejo (gl. sl. 1.4) veličina

$$\varepsilon = x_z - x \quad (3.6)$$

ki ponazarja napako (odstopanje) regulacije in jo lahko s pomočjo en. 3.5 neposredno izrazimo z

$$\varepsilon(p) = \frac{1}{1+F_0(p)} x_z(p) \quad (3.7)$$

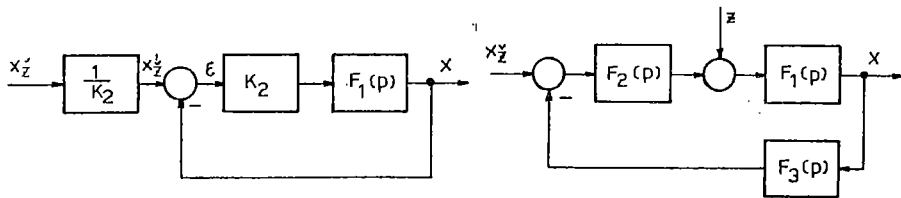


Pri fizikalnih sistemih s posrednimi povratnimi zvezami podajamo želeno vrednost v obliki analogne veličine, ki po dimenziji in po iznosu (pri napaki nič) v splošnem ni enaka regulirani veličini! Ker vse prenosne funkcije po dogovoru normiramo, so vse veličine v blokovnih shemah brez dimenzije, med osnovnima veličinama regulirane in analogne želene vrednosti pa bo razmerje

$$\frac{x_{\frac{z}{2}}^*}{x^*} = K_2, \quad (3.8)$$

pri čemer je  $K_2$  faktor statičnega ojačenja člana v povratni zvezi.

Če je v povratni zvezi le proporcionalen člen  $F_2(p) = K_2$ , lahko blokovno shemo s sl. 3.2 transformiramo na enakovredno na sl. 3.3, ki ima direktno povratno zvezo in vstopa v primerjalni člen želena veličina  $x_{\frac{z}{2}}$  z enako osnovno vrednostjo, kot je osnovna vrednost regulirane veličine. Zato prikazujemo v praksi regulacijske sisteme, ki imajo v povratni zvezi le proporcionalni člen, z blokovno shemo na sl. 3.3 z direktno povratno zvezo ter upoštevamo kot želena veličino  $x_{\frac{z}{2}}$  namesto  $x_{\frac{z}{2}}^!$



Sl. 3.3

Sl. 3.4

Formulo po en. 3.4 (oz. 3.5) uporabljamo tudi za razreševanje zaključenih zank znotraj sistema kot npr. v primeru na sl. 2.57, kjer smo člana  $F_{11}(p)$  in  $F_{12}(p)$  nadomestili z enim samim členom  $F_1(p)$  (en. 2.95).

Sl. 3.4 kaže regulacijski sistem, na katerega deluje mimo  $x_{\frac{z}{2}}$  še zunanja motnja  $z$ . Prenosna funkcija odprtega regulacijskega kroga za motnjo  $F_M(p)$  podaja zvezo med regulirano veličino  $x$  in med motnjo  $z$  pri odprti glavni povratni zvezi in je za primer s sl. 3.4

$$F_M(p) = \frac{x(p)}{z(p)} = F_1(p) \quad (3.9)$$

Včasih prenosne funkcije odprtega regulacijskega kroga za motnjo ne moremo tako neposredno določiti. Tak primer smo imeli na sl. 2.57, ko smo iskali vpliv  $m_b$  na  $x$ . Iz zakonitosti blokovne sheme lahko napišemo

$$\omega(p) = -m_b(p) \cdot F_{11}(p) - \omega(p) F_{12}(p) F_{11}(p)$$

in nato

$$F_M(p) = \frac{\omega(p)}{m_b(p)} = - \frac{F_{11}(p)}{1 + F_{11}(p) F_{12}(p)}$$

$$F_M(p) = - \frac{1 + pT_k}{1 + pT_z + p^2 T_k T_z} \quad (3.10)$$

Prenosno funkcijo zaključenega regulacijskega kroga za motnjo  $H_M(p)$  izračunamo s

$$H_M(p) = \frac{x(p)}{z(p)} = \frac{F_M(p)}{1 + F_0(p)} \quad (3.11)$$

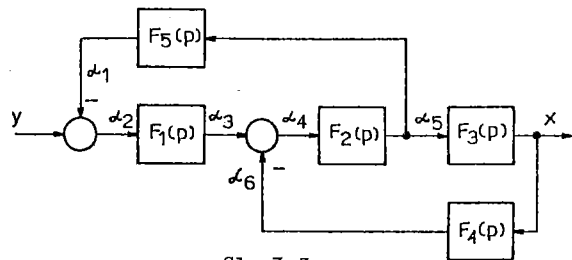
in znaša npr. za blokovno shemo na sl. 3.4

$$H_M(p) = \frac{x(p)}{z(p)} = \frac{F_1(p)}{1 + F_0(p)}$$

$$F_0(p) = F_1(p) \cdot F_2(p) \cdot F_3(p)$$

Na tem mestu velja opozoriti, da se pri vseh prenosnih funkcijah zaključenih regulacijskih krogov nahaja v imenovalcu izraz  $1+F_0(p)$ .

Če so posamezne zanke sistema med seboj prepletene, ne moremo neposredno uporabiti en. 3.4. Zgled: izračunati je treba prenosno funkcijo  $F_0(p) = x(p)/y(p)$  večzanknega sistema na sl. 3.5.



Sl. 3.5

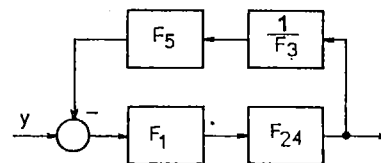
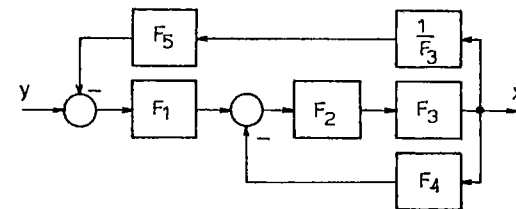
Možni sta dve poti reševanja:

1. Blokovno shemo transformiramo na ekvivalentno, pri kateri zanke niso prepletene (sl. 3.6) in uporabimo nato en. 3.4 (zaradi krajšega pisanja smo izpustili p-je):

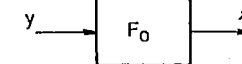
$$F_{24} = \frac{F_2 F_3}{1 + F_2 F_3 F_4}$$

$$F_0 = \frac{F_1 F_{24}}{1 + F_1 F_{24} F_5} \cdot \frac{1}{F_3}$$

$$F_0 = \frac{F_1 F_2 F_3}{1 + F_1 F_2 F_5 + F_1 F_3 F_4}$$



Sl. 3.6



2. Lahko pa izračunamo zvezo med veličinama x in y neposredno tako, da označimo v blokovni shemi na sl. 3.5 vse vmesne veličine in napišemo enačbe:

$$\begin{aligned} \alpha_2 &= y - \alpha_1 & \alpha_1 &= \alpha_5 F_5 \\ \alpha_3 &= \alpha_2 F_1 & \alpha_6 &= x F_4 \\ \alpha_4 &= \alpha_3 - \alpha_6 & x &= \alpha_5 F_3 \\ \alpha_5 &= \alpha_4 F_2 \end{aligned}$$

Če izločimo iz teh enačb vse vmesne veličine  $\alpha_i$ , dobimo rešitev

$$\frac{x}{y} = \frac{F_1 F_2 F_3}{1 + F_1 F_2 F_5 + F_1 F_3 F_4} = F_0$$

ki ustreza prejšnji.

Tabela 3 kaže nekaj pravil za transformacijo blokovnih shem.

TRANSFORMACIJE BLOKOVNIH SHEM TABELA 3

Transformacija	Podana blokovna shema	Enakovredna blok.shema
1 Zamenjava členov		
2 Premaknitev sumacijskega mesta naprej		
3 Premaknitev sumacijskega mesta nazaj		
4 Premaknitev razvejišča naprej		
5 Premaknitev razvejišča nazaj		
6 Premaknitev razvejišča pred sumacijsko mesto		
7 Premaknitev razvejišča za sumacijsko mesto		

TRANSFORMACIJE BLOKOVNIH SHEM (nadaljevanje) TABELA 3

Transformacija	Podana blokovna shema	Enakovredna blok.shema
8 Odstranitev enega člana iz paralelne veje		
9 Vpeljava enega člana v paralelno vejo		
10 Odstranitev paralelne veje		
11 Odstranitev člana iz povratne veje		
12 Vpeljava člana v povratno vejo		
13 Odstranitev povratne veje		
14 Poseben primer tč. 13		
15 Poseben primer tč. 13		

### 3.2 Statične napake regulacij

Iz prenosne funkcije zaključenega regulacijskega kroga  $H(p)$  oz.  $H_M(p)$  lahko izračunamo velikost statične (preostale) napake regulacije  $\mathcal{E}_s$  za določeno vrednost vhodne veličine " $x_z$ " oz. " $z$ ".

#### 3.2.1 Statična napaka pri vodeni regulaciji

Pri vodenih regulacijah je

$$x(t \rightarrow \infty) = \lim_{p \rightarrow 0} p H(p) x_z(p) \quad (3.12)$$

in statična napaka  $\mathcal{E}_s$

$$\mathcal{E}_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{1}{1+F_0(p)} x_z(p) \quad (3.13)$$

En. 3.13 izhaja iz en. 3.7 in velja le za sisteme z direktno povratno zvezo. Ker pa se lahko pri realnih regulacijskih sistemih v povratnih zvezah nahajajo le taki členi (merilni členi, merilni preoblikovalniki, atenuatorji, filtri), ki ne vsebujejo integracije ali čiste diferenciacije, je splošna oblika prenosne funkcije členov v povratni zvezi takšna, kot jo podaja en. 2.27, le da je  $A = 0$ . Obstaja torej neki faktor fizikalnega ojačenja  $K_f$ . Pri normirani prenosni funkciji člena v povratni zvezi bomo vedno izbrali faktor ojačenja (računski)  $K = 1$ , da bo sprememba  $X^*$  povzročila spremembo  $X_z^*$  (gl. en. 2.17):

$$X_z^* = X^* \cdot K_f \quad (3.14)$$

Če tako normiramo prenosne funkcije členov v povratni zvezi, velja en. 3.13 tudi za regulacijske sisteme, ki v resnični izvedbi nimajo direktne povratne zveze, njihova normirana blokovna shema jo pa ima.

En. 3.13 lahko uporabljamo za računanje relativnih statičnih napak  $\mathcal{E}_s$  tudi pri normiranih blokovnih shemah, ki nimajo direktne povratne zveze, saj v stacionarnem stanju vpliva v prejšnjem poglavju opisane prenosne funkcije ( $A = 0$ ,  $K = 1$ ) ni!

Če pripeljemo na vhod normirane blokovne sheme relativno spremembo želene vrednosti

$$\frac{\Delta X_z}{X_z^*} = 1 = x_z$$

t.j.

$$x_z(p) = \frac{1}{p} \quad (3.15)$$

je relativna napaka po en. 3.13

$$\mathcal{E}_s = \lim_{p \rightarrow 0} \frac{1}{1+F_0(p)} \quad (3.16)$$

Velikost te napake, imenujemo jo "pozicijska", bo odvisna od oblike prenosne funkcije odprtega regulacijskega kroga (gl. en. 2.27):

1. Če je  $+A = 0$ , kar pomeni, da funkcija  $F_0(p)$  ne vsebuje integracije, je

$$\mathcal{E}_s = \frac{1}{1+K_0} \quad (3.17)$$

$K_0 = K = \prod_i K_i$  je krožno ojačenje, t.j. produkt faktorjev ojačenja vseh členov v zaključenem krogu, pri čemer dobimo isti rezultat, če množimo računске faktorje ojačenja (v normirani blokovni shemi) ali pa fizikalne faktorje ojačenja  $K_f$ .

Preostala napaka je tem manjša, čim večji je faktor krožnega ojačenja  $K_0$ !

2. Če je  $+A \neq 0$ , pomeni, da vsebuje funkcija  $F_0(p)$  eden ( $A = 1$ ), dva ( $A = 2$ ) ali več ( $A > 2$ ) integralnih členov. Relativna statična napaka postane nič, če je izpolnjen pogoj:

$$A \geq s \tag{3.18}$$

pri

$$x_{\Sigma}(p) = \frac{1}{p^s}$$

To pomeni, da mora pri skočni spremembi želene vrednosti ( $s = 1$ ) funkcija  $F_0(p)$  vsebovati vsaj eno integracijo ( $A = 1$ ), da bo postala statična (pozicijska) napaka nič.

Če narašča želena vrednost z enakomerno hitrostjo

$$x_{\Sigma} = 1 \cdot t; \quad x_{\Sigma}(p) = \frac{1}{p^2}$$

je "hitrostna" statična napaka  $\mathcal{E}_s$  nič le tedaj, če vsebuje regulacijski krog dvojno (ali večkratno) integracijo itd.

Kot bomo videli, v praksi pogostokrat vstavljamo v direktno vejo integralne člene (I-, PI- ali PID-regulator), da odpravimo statično napako regulacije.

### 3.2.2 Statične napake pri regulacijah s konstantno želeno vrednostjo

Poglejmo še, kako je s statičnimi napakami pri regulacijah s konstantno želeno vrednostjo zaradi sprememb zunanjih motenj. Iz en. 3.11 sledi

$$\mathcal{E}_s = \lim_{p \rightarrow 0} p H_M(p) z(p) \tag{3.19}$$

$$\mathcal{E}_s = \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{F_M(p)}{1+F_0(p)} z(p) \tag{3.20}$$

Raziščimo naslednje primere

#### 1. Funkciji $F_M(p)$ in $F_0(p)$ ne vsebujeta integracije

( $+A = 0$  v en. 2.27)

Tedaj je

$$\mathcal{E}_s = \frac{K_M}{1+K_0} \lim_{p \rightarrow 0} p z(p); \quad z(p) = \frac{Z_0}{p^s} \tag{3.21}$$

$$s = 1, 2, 3, \dots$$

in je

$$\mathcal{E}_s = \frac{K_M}{1+K_0} Z_0 \quad \text{za } s = 1 \tag{3.22}$$

$$\mathcal{E}_s = \infty \quad \text{za } s > 1 \tag{3.23}$$

$Z_0$  podaja velikost vpliva zunanje motnje, "s" pa njeno obliko!

Za skočno obliko spremembe motnje  $z(p) = Z_0/p$  ( $s = 1$ ) je preostala napaka tem manjša, čim bolj je izpolnjen pogoj (en. 3.22)

$$1 + K_0 > K_M$$

Če gledamo shemo na sl. 3.4, je  $K_M = K_1$ ,  $K_0 = K_1 K_2 K_3$ . To pomeni, da bo statična napaka tem manjša, čim večji bo skupni faktor ojačenja členov, ki se nahajajo pred mestom delovanja motnje  $z$ !

2. Funkcija  $F_0(p)$  vsebuje integracije,  $F_M(p)$  pa ne

$$\mathcal{E}_s^i = Z_0 \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{F_M}{1+F_0(p)} \cdot \frac{1}{p^s} \quad (3.24)$$

$$\mathcal{E}_s = 0 \quad \text{za } s = 1, A = 1$$

$$\mathcal{E}_s = \frac{K_M}{K_0} Z_0 \quad \text{za } s = 2, A = 1$$

$$\mathcal{E}_s = 0 \quad \text{za } s = 2, A = 2$$

3. Funkcija  $F_M(p)$  vsebuje enako število integracij kot funkcija  $F_0(p)$

$$\mathcal{E}_s = Z_0 \lim_{p \rightarrow 0} p \frac{F_M(p)}{1+F_0(p)} \cdot \frac{1}{p^s}$$

$$\mathcal{E}_s = \frac{K_M}{K_0} Z_0 \quad \text{za } s = 1$$

$$\mathcal{E}_s = \infty \quad \text{za } s > 1$$

4. Funkcija  $F_0(p)$  vsebuje za "k" več integracij kot funkcija  $F_M(p)$

$$\mathcal{E}_s = 0 \quad \text{za } k = 1, s = 1$$

$$\mathcal{E}_s = \frac{K_M}{K_0} Z_0 \quad \text{za } k = 1, s = 2$$

$$\mathcal{E}_s = \infty \quad \text{za } k = 1, s > 2$$

$$\mathcal{E}_s = 0 \quad \text{za } k - s > 0$$

5. Če vsebuje funkcija  $F_M(p)$  več integracij kot funkcija  $F_0(p)$ , je vedno  $\mathcal{E}_s = \infty$ .

Če uporabimo te ugotovitve na primeru s sl. 3.4, velja naslednje: statična napaka regulacije pri skočni spremembi motnje bo nič tedaj, če bo imel člen  $F_2$  vsaj eno integracijo! (Člen  $F_3$  ne more imeti integracije!). Statična napaka regulacije pri enakomerno naraščujoči motnji bo nič le tedaj, če bo imel člen  $F_2$  vsaj dve integraciji!

Z en. 3.19 si lahko enostavno in hitro izračunamo velikosti statičnih napak tudi za druge možne primere.

3.3 Potek frekvenčnih karakteristik odprtega regulacijskega kroga ter lastnosti regulacijskega sistema

Če bi podobno, kot smo v pogl. 3.2 raziskovali stacionarne razmere, hoteli raziskovati transientne (dinamične) razmere pri različnih zaključnih sistemih, bi morali poiskati inverzno transformacijo

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ H(p) x_z(p) \right\}$$

oziroma

$$x(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ H_M(p) z(p) \right\}$$

kar bi bilo v splošnem zamudno delo. Da se izognemo neugodni inverzni transformaciji, skušamo že v slikovnem prostoru najti pokazatelje, na podlagi katerih lahko sklepamo na obliko transientnega pojava pri regulacijskih procesih. Pri tem ne gre toliko za natančnost kot za to, da bi bili ti pokazatelji hitro dostopni in uporabni tako za analizo kot tudi za sintezo regulacijskih sistemov.

Ena možnih poti je ta, da opazujemo potek krivulje frekvenčne karakteristike zaključenega regulacijskega sistema  $H(j\omega)$  in se naslonimo na ugotovitve pri členih drugega reda! Pri teh členih smo iz nekaterih podatkov, ki smo jih odčitali iz frekvenčne karakteristike ( $Q_r$ ,  $\omega_r$ ), povsem eksaktno ugotovili dinamične lastnosti členu ( $t_r$ ,  $\omega_1$ ,  $A_{pr}$ ).

Izkaže se, da lahko tudi pri sistemih višjega reda, katerih frekvenčne karakteristike potekajo podobno kot frekvenčna karakteristika členu drugega reda, iz podatkov resonančnega pojava sklepamo na časovni potek (dinamiko) ob prehodnem pojavu! Če napišemo za zaključen regulacijski sistem

$$H(j\omega) = \lambda e^{j\psi} = \frac{K}{X_Z} \quad (3.25)$$

in poiščemo resonančni faktor zaključenega kroga

$$Q_{rz} = \lambda_{\max} \quad (3.26)$$

in resonančno frekvenco zaključenega kroga

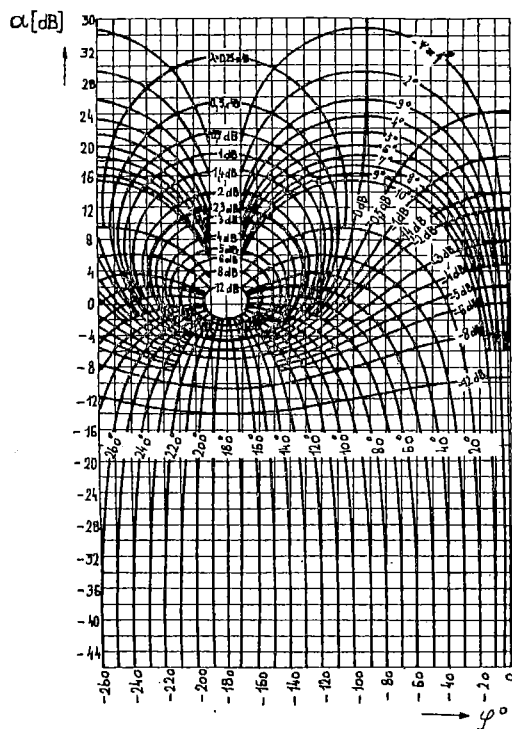
$$\omega_{rz}, \quad (3.27)$$

lahko iz teh dveh podatkov sklepamo na obliko transientnega pojava oziroma na stopnjo dušenosti. Eksaktnih relacij med podatkom  $Q_{rz}$  in  $\omega_{rz}$  ter transientnim pojavom, kot so bili pri členih drugega reda, pri sistemih višjega reda ni. Pač pa velja pravilo, da je transientni pojav tem slabše dušen, čim večji je  $Q_{rz}$  in da poteka ta pojav tem hitreje, čim večji je  $\omega_{rz}$ !

Da ugotovimo  $Q_{rz}$  in  $\omega_{rz}$ , bi morali narisati krivuljo frekvenčne karakteristike  $H(j\omega)$ , ki izhaja iz en. 3.5

$$H(j\omega) = \frac{F_0(j\omega)}{1+F_0(j\omega)} = \lambda e^{j\psi} \quad (3.28)$$

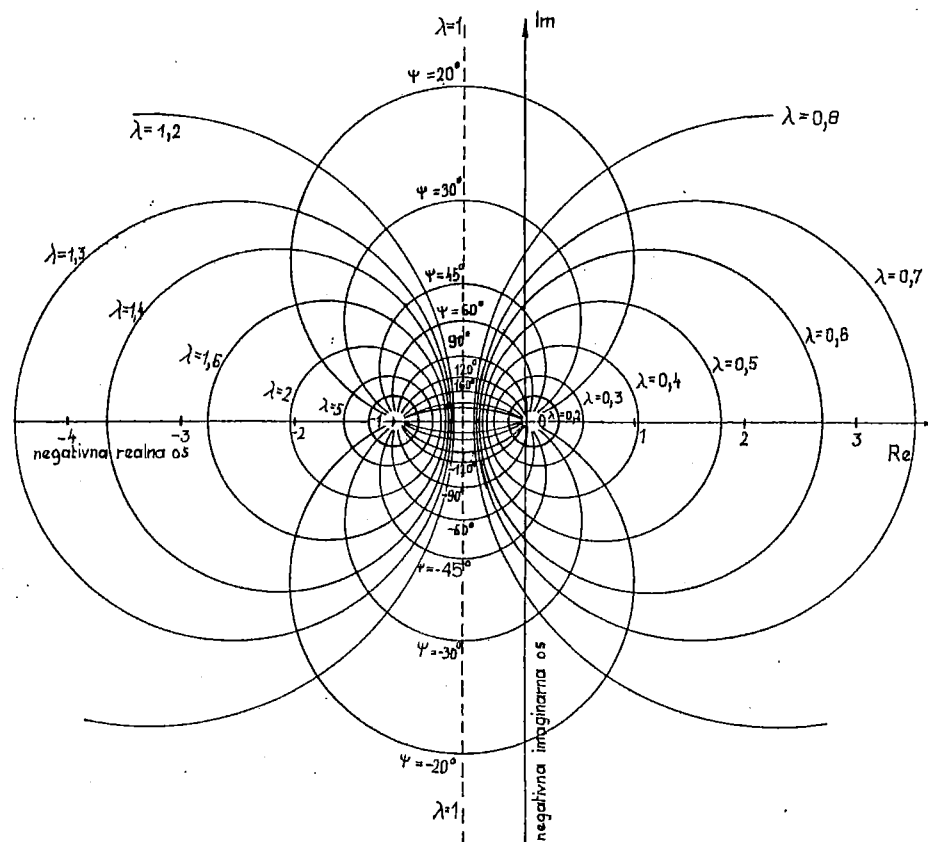
To delo si lahko prikrajšamo, če narišemo v Nicholsov diagram krivuljo frekvenčne karakteristike odprtega regulacijskega kroga  $F_0(j\omega)$ . Ta diagram je opremljen razen z osnovno koordinatno (pravokotno) mrežo za  $\alpha/\text{dB}$  in  $\varphi^\circ$  še s sekundarno koordinatno mrežo za  $\lambda$  in  $\psi$  (sl. 3.7). Če smo torej v ta diagram z ozirom na mrežo  $\alpha$ ,  $\varphi$  narisali krivuljo  $F_0(j\omega)$ , predstavlja ta ista krivulja, če jo odčitujemo z ozirom na koordinatno mrežo  $\lambda$ ,  $\psi$ , istočasno tudi krivuljo frekvenčne karakteristike zaključenega regulacijskega kroga  $H(j\omega)$ ! Koordinatna mreža  $\alpha$ ,  $\varphi$  je bila v tem diagramu preslikana v mrežo  $\lambda$ ,  $\psi$  po zakonu en. 3.28. Zato velja mreža  $\lambda$ ,  $\psi$  le za regulacijske sisteme z direktnimi povratnimi zvezami! Z ustrežno sekundarno koordinatno mrežo  $\lambda$ ,  $\psi$  je opremljen tudi Nyquistov diagram na sl. 3.8. V tem diagramu so krivulje  $\lambda = \text{konst.}$  ekscentrični krogi okoli točke -1. Krivulje z večjim  $\lambda$  ležijo bližje točki -1. Točka -1 ustreza vrednosti  $\lambda = \infty$ .



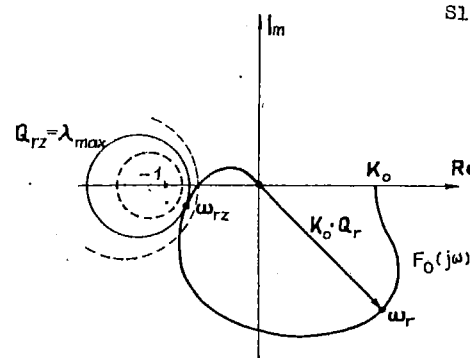
Sl. 3.7

Na sl. 3.9 je vrisana frekvenčna karakteristika nekega sistema 3. reda s statičnim ojačenjem  $K_0$ . S te slike vidimo, da lahko v dotikališču krivulje  $F_0(j\omega)$  in krivulje, ki ji pripada  $\lambda = \lambda_{max}$ , odčitamo mimo  $\lambda_{max}$  še  $\omega_{rz}$ . Ista podatka lahko odčitamo tudi v Nicholsovem diagramu (sl. 3.10), kjer ležijo krivulje  $\lambda = konst.$  okrog točke  $\alpha = 0$  dB,  $\varphi = -180^\circ$ , ki ustreza točki -1 v Nyquistovem diagramu.

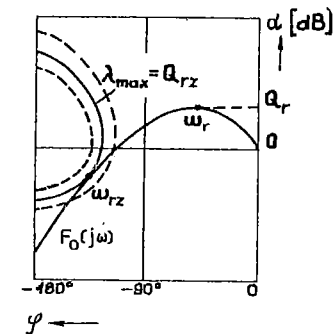
Kot vidimo s sl. 3.9 in 3.10, je  $\omega_{rz} \gg \omega_r$ , kar pomeni, da bodo imeli zaključeni (regulacijski) sistemi hitrejši prehodni (transientni) pojav od odprtih sistemov (istih sistemov brez negativne povratne



Sl. 3.8



Sl. 3.9



Sl. 3.10



zveze), saj vemo, da se lastna frekvenca, s katero sistem niha, le malo razlikuje od resonančne frekvence (gl. pogl. 2.4.4)!

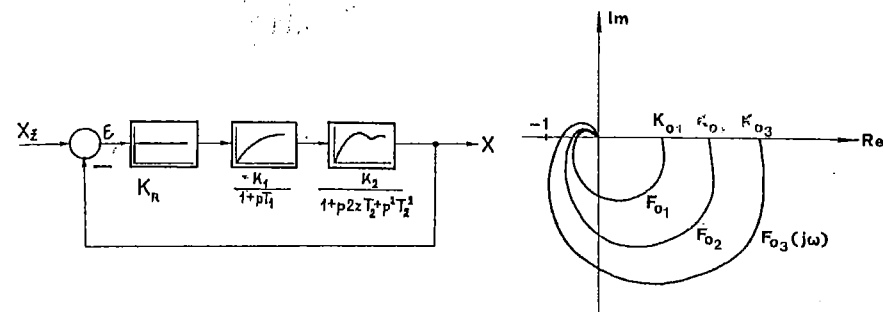
Čim bolj se krivulja  $F_o(j\omega)$  približuje točki -1 v Nyquistovem oz. točki  $\alpha = 0$  dB,  $\varphi = -180^\circ$  v Nicholsovem diagramu, tem večji postanejo  $\lambda_{\max} \approx Q_{rz}$  in tem slabše dušeni bodo transientni pojavi. V skrajnem primeru, če bi krivulje  $F_o(j\omega)$  šle skozi omenjeno točko, bi bil  $\lambda_{\max} = \infty$ , kar pomeni, da bi sistem nihal nedušeno (gl. sl. 2.14 ter en. 2.48). Zato imenujemo točko -1 oz. 0 dB,  $-180^\circ$  kritično točko.

Nasprotno je tudi poznano, da majhne vrednosti  $Q_{rz}$  spremljajo močno dušene transientne pojave in se spet pojavijo veliki časi  $t_r$ . Če hočemo torej imeti primerno dušen transientni pojav z ugodnimi časi  $t_r$ , mora potekati krivulja  $F_o(j\omega)$  mimo kritične točke v primerni oddaljenosti. To oddaljenost zagotovimo npr. tako, da predpišemo največji  $\lambda_{\max}$ , ki ga sme krivulja  $F_o(j\omega)$  še tangirati. Orientacijska vrednost, ki daje v mnogih primerih dobre transientne pojave, je  $\lambda_{\max} = 1,3$  oz.  $\lambda_{\max} = 2,3$  dB.

### 3.4 Problem: točnost-stabilnost

V pogl. 1.2 smo videli, da zahtevamo od dobre regulacije majhno statično napako  $\mathcal{E}_s$ , majhno dinamično napako  $\mathcal{E}_d$  in majhen regulacijski čas  $t_r$ . V praksi pa se izkaže, da prizadevanja za zmanjšanje ene od teh vrednosti največkrat avtomatično povečajo ostali dve vrednosti.

Poglejmo si to na primeru s sl. 3.11, ki kaže blokovno shemo vodene regulacije, v kateri nastopata mimo členov prvega in drugega reda še



$$K_0 = K_R K_1 K_2$$

Sl. 3.11

P-regulator (P-člen) s spremenljivim faktorjem ojačenja  $K_R$ . Principielni potek frekvenčne karakteristike odprtega regulacijskega kroga za ta sistem kaže sl. 3.12 za razne vrednosti  $K_R$  oz. krožnega ojačenja  $K_0 = K_R K_1 K_2$ .

$$K_{01} = K_1 \cdot K_2 \cdot 1$$

$$K_{02} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_{R2}$$

$$K_{03} = K_1 \cdot K_2 \cdot K_{R3}$$

$$K_{R1} = 1 < K_{R2} < K_{R3}$$

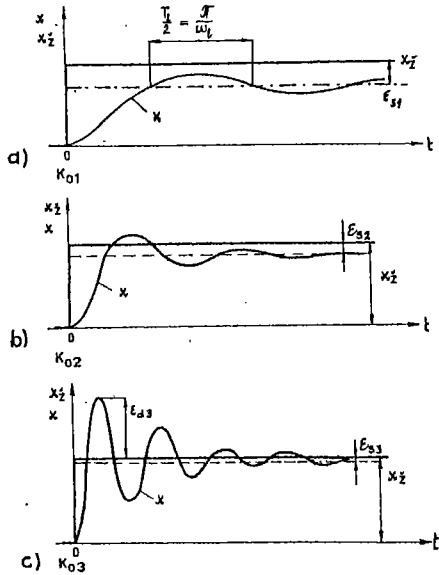
$$K_{01} < K_{02} < K_{03}$$

Sl. 3.12

Prizadevajmo si od vseh treh veličin  $\mathcal{E}_s$ ,  $\mathcal{E}_d$  in  $t_r$  naprej zmanjšati  $\mathcal{E}_s$ . V skladu z en. 3.17 moramo povečevati  $K_0$ . Povečevanje tega faktorja pa linearno povečuje kazalce  $\vec{F}_o(j\omega)$  v Nyquistovem diagramu na sl. 3.12: krivulje  $F(j\omega)$  se torej "napihujejo" in se približujejo kritični točki -1. To pomeni, da se pri povečevanju  $K_0$  v skladu z en. 3.17 statična napaka  $\mathcal{E}_s$  res zmanjšuje, povečuje pa se  $\lambda_{\max} \approx Q_{rz}$  in se s tem slabša dušenost transientnega pojava oziroma povečuje  $\mathcal{E}_d$  in  $t_r$ ! Sl. 3.13 kaže principielni potek transientnega pojava za ista tri različna krožna ojačenja kot na sl. 3.12. Povečevanje  $K_0$  res zmanjšuje  $\mathcal{E}_s$ , zmanjšuje pa tudi dušenost prehodnega pojava in povečuje  $\mathcal{E}_d$ . Vidimo pa še nekaj: tako velika kakor tudi majhna dušenja povečujejo  $t_r$ , kar se ujema z ugotovitvami v pogl. 2.4.4.

Iz tega zelo poučnega primera sledi ugotovitev, da je treba optimalen transientni pojav, t.j. optimalen potek regulacije, iskati v kompromisu med  $\epsilon_s$ ,  $\epsilon_d$  in  $t_r$ . Prej podana orientacijska vrednost  $Q_{RZ} = 1,3$  vodi k takšnemu kompromisu (sl. 3.13b).

Opisani problem med statično in dinamično točnostjo ter hitroštopo regulacije je klasični problem regulacije. K temu sodi tudi problem stabilnosti regulacijskega sistema, saj prizadevanja po večji statični točnosti in večji hitrosti delovanja avtomatično vodijo v nevarnost, da bi postal regulacijski krog nestabilen. Zato lahko ta klasični problem prikažemo tudi kot problem stabilnost-točnost.



$$K_{01} < K_{02} < K_{03}$$

$$\epsilon_{s1} > \epsilon_{s2} > \epsilon_{s3}$$

Sl. 3.13

### 3.5 Princip korekcije regulacijskih sistemov

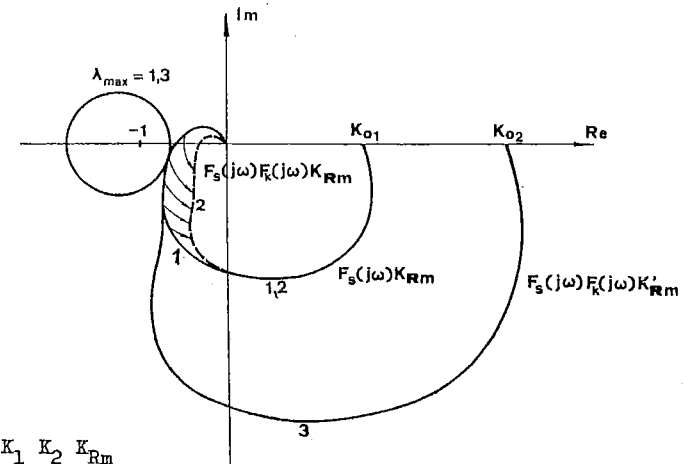
Proporcionalnemu regulatorju na sl. 3.11 lahko teoretično povečujemo faktor ojačenja  $K_R$  tako dolgo ( $K_{Rmax}$ ), dokler krivulja  $F_o(j\omega)$  ne doseže kritične točke  $-1$  na sl. 3.12: tedaj je regulacijski sistem na stabilnostni meji. Preko te meje bi sistem postal nestabilen (gl. pogl. 3.7) in bi tudi teoretično ne bil več uporaben (praktično pa že mnogo prej!). Torej lahko v skladu z en. 3.17 dosežemo najmanjšo napako

$$\epsilon_s = \frac{1}{1 + K_1 K_2 K_{Rmax}}$$

Če hočemo še bolj zmanjšati to napako, moramo ubrati eno od naslednjih poti:

1. Namesto P-regulatorja izberemo regulator, ki ima integralno delovanje (I-, PI- ali PID-regulator). Ta regulator s svojo prenosno funkcijo v smislu en. 3.24 ( $A = 1, s = 1$ ) omogoča, da se statična (pozicijska) napaka  $\epsilon_s$  popolnoma odpravi.

2. Če zadržimo omenjeni P-regulator, tedaj lahko zmanjšamo  $\epsilon_s$  brez poslabšanja dinamičnih lastnosti sistema tako, da frekvenčno karakteristiko  $F_{01}$  (gl. sl. 3.12) najprej korigiramo v območju okrog resonančne frekvence  $\omega_{RZ}$  (resonančno območje zaključenega kroga) tako, kot kaže črtkana krivulja na sl. 3.14. To dosežemo s posebnimi korekcijskimi



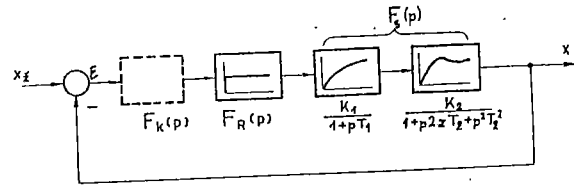
$$K_{01} = K_1 K_2 K_{Rm}$$

$$K_{02} = K_1 K_2 K'_{Rm}$$

$$K'_{Rm} > K_{Rm}$$

Sl. 3.14

členi ( $F_k(p)$  na sl. 3.15).

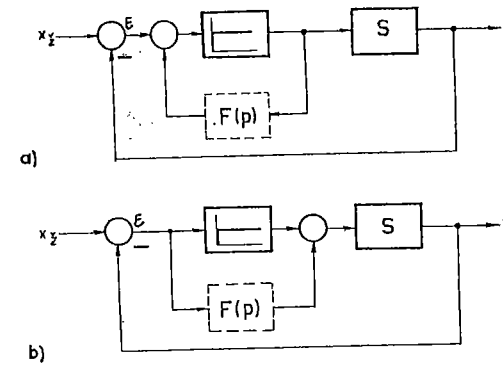


Sl. 3.15

Na sl. 3.14 so narisane krivulje frekvenčnih karakteristik odprtega regulacijskega kroga: 1-reguliranca in P-regulatorja  $F_S(j\omega) \cdot K_{Rm}$ , 2-kompenziranega reguliranca (z istim regulatorjem)  $K_{Rm} \cdot F_k(j\omega) \cdot F_S(j\omega)$ , 3-s faktorjem  $K'_{Rm}/K_{Rm}$  pomnoženega kompenziranega reguliranca  $K'_{Rm}(j\omega) \cdot F_k(j\omega) \cdot F_S(j\omega)$ . Kompenziranemu sistemu  $F_k(p) \cdot F_S(p)$  smo lahko brez škode močno povečali krožno ojačenje (s faktorjem  $K'_{Rm}/K_{Rm}$ ) in s tem zmanjšali napako  $\mathcal{E}_s$ , ne da bi poslabšali dinamične lastnosti, saj se kritični točki  $-1$  nismo prav nič približali ( $\lambda_{max}$  je ostal isti!)

Opisano korekcijo krivulj v resonančnem območju omogočajo takšni korekcijski členi, ki imajo v tem frekvenčnem območju pozitiven kot  $\varphi$  (npr. diferencialni členi!) in zato zavrtijo točke krivulje  $F_S(j\omega)$  v smeri pozitivnih  $\varphi$ -jev.

Korekcijski člen na sl. 3.15 je bil vključen zaporedno (v serijo) k ostalim členom direktne veje regulacijskega kroga, zato ga imenujemo serijski korekcijski člen. Mimo takih obstajajo še paralelni korekcijski členi (sl. 3.16), ki ležijo v blokovni shemi paralelno k členom direktne veje (gl. pogl. 3.8.2).



Sl. 3.16

Na sl. 3.14 se lahko tudi prepričamo o zelo škodljivem vplivu, ki ga imajo členi z mrtvim časom (pogl. 2.4.8). V nasprotju z opisanimi korekcijskimi členi prispevajo ti členi k dodatnemu negativnemu zasuku prvotne frekvenčne karakteristike  $F_S(j\omega)$  (gl. sl. 2.31) in tako močno slabšajo stabilnostne pogoje. Posebno neugodno je še to, da imajo ti členi večji negativni kot  $\varphi$  ravno v območju velikih frekvenc  $\omega$  (gl. en. 2.65), ki sovpada z resonančnim  $\omega_{r2}$ , t.j. kritičnim območjem krivulje  $F_S(j\omega)$  tem bolj, čim večje so vrednosti mrtvega časa  $T_m$ .

### 3.6 Numerični izračun poteka regulacije

Časovni potek regulirane veličine  $x(t)$  lahko izračunamo z inverzno Laplaceovo transformacijo funkcije  $x(p)$ , ki jo izračunamo iz en. 3.5 oz. en. 3.11

$$x(p) = H(p) x_2(p) \quad (3.29)$$

oziroma

$$x(p) = H_M(p) z(p) \quad (3.30)$$

Prenosno funkcijo zaključenega regulacijskega kroga moramo torej pomnožiti s funkcijo  $x_z(p)$  oz.  $z(p)$ , ki ustreza vsakokratnemu poteku vhodne veličine  $X_z(t)$  in  $Z(t)$ .

Postopek za inverzno transformacijo  $\mathcal{L}^{-1} \{ x(p) \}$  podaja matematika. Redkokdaj je funkcija  $x(p)$  takšne oblike, da jo lahko na podlagi korespondenčnih tabel iz priročnikov (gl. Dodatek I.) neposredno inverzno transformiramo. Zato si pomagamo drugače:

1. Če ima vhodna veličina obliko enotine funkcije z amplitudo  $a$

$$x_z(p) = \frac{a}{p} \quad \text{oz.} \quad z(p) = \frac{a}{p} \quad (3.31)$$

in je bil regulacijski sistem pred nastopom vhodne veličine v stacionarnem stanju (spremembe vseh relativnih veličin so bile nič), potem lahko uporabimo poznani Heavisideov stavek

$$\frac{x(t)}{a} = \frac{\check{S}(0)}{I(0)} + \sum_{i=1}^n \frac{\check{S}(p_i)}{p_i I'(p_i)} e^{p_i t} \quad (3.32)$$

$\check{S}(p)$  pomeni števec,  $I(p)$  pa imenovalec racionalne ulomljene funkcije, ki je prenosna funkcija zaključenega regulacijskega kroga

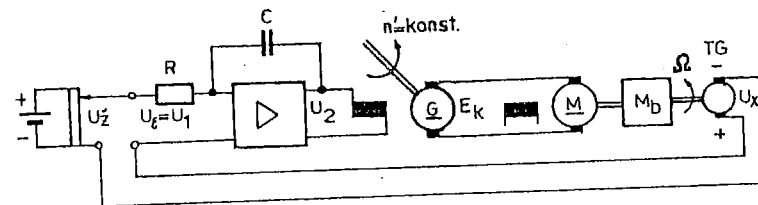
$$\frac{\check{S}(p)}{I(p)} = H_M(p) \quad \text{oz.} \quad \frac{\check{S}(p)}{I(p)} = H_M(p) \quad (3.33)$$

$p_i$  so koreni polinoma  $I(p)$ , katerega red je  $n$ . Potreben pogoj za veljavnost Heavisideovega stavka je ta, da so vsi koreni  $p_i$  med seboj različni in da nobeden ni nič! Ta pogoj je praktično skoraj vedno izpolnjen.

S Heavisideovim stavkom lahko torej izračunamo prehodne funkcije zaključenega regulacijskega sistema.

2. Če niso izpolnjeni potrebni pogoji za uporabo Heavisideovega stavka oziroma če vhodne veličine nimajo oblike enotine funkcije, pridemo do rezultata  $x(t)$  še najhitreje tako, da funkcijo  $x(p)$  razstavimo na vsoto enostavnih delnih ulomkov, ki jih potem lahko s pomočjo korespondenčne tabele inverzno transformiramo.

Za zgled poiščimo potek  $x(t)$  za regulacijski sistem, ki smo ga zgradili iz sistema na sl. 2.49 tako, kot kaže sl. 3.17: z enosmernim tahometričnim generatorjem merimo kotno hitrost  $\Omega$ , analogno napetost  $U_x$  primerjamo z analogno želeno vrednostjo  $U_z$  in z razliko napetosti krmilimo elektronsko napravo. Podatki so naslednji:



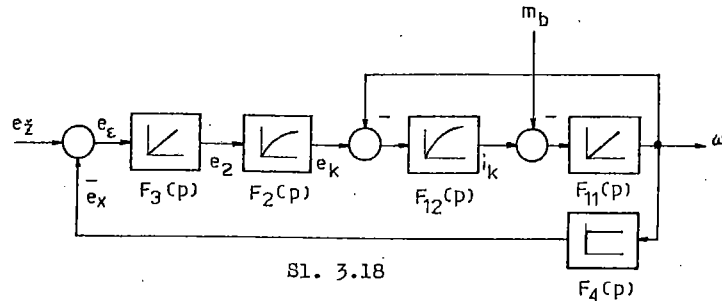
Sl. 3.17

1. Tahometrični generator TG ima linearno karakteristiko  $U_x = f(\Omega)$ . Pri 1000 vrt/min daje 100 V. Njegove električne in mehanske časovne konstante so tako majhne, da jih lahko zanemarimo.

2. Referenčni člen daje napetost  $U_z = 60$  V. Primerjanje merjene in želene vrednosti je galvansko.

3. Podatki ostalih členov so nespremenjeni (gl. pogl. 2.6.2).

Blokovne shemo regulacijskega kroga s sl. 3.17 kaže sl. 3.18.



Sl. 3.18

Normirana prenosna funkcija tahometričnega dinama, ki je P-člen, bo imela obliko

$$F_4(p) = \frac{e_x(p)}{\omega(p)} = K_4 \quad (3.34)$$

$$e_x = \frac{\Delta U_x}{U_x^*}, \quad \Delta U_x = U_x - U_{x0}$$

Iz poznanih podatkov in ob upoštevanju dejstva, da se regulacijski krog nahaja v delovni točki  $\Omega_0 = 62,8 \text{ rad/s}$  ( $n_0 = 600 \text{ vrt/min}$ ),  $M_{b0} = M_n = 28,7 \text{ Nm}$  (gl. Tabela 2 na str. 103), lahko izračunamo delovne točke in osnovne vrednosti še za preostale veličine v blokovni shemi regulacijskega kroga. Pri tem moramo upoštevati osnovno zahtevo, da morajo biti osnovne vrednosti fizikalnih veličin na istem mestu enake. Torej morajo imeti veličine, ki jih seštevamo oz. odštevamo v primerjalnem členu na sl. 3.18, enake osnovne vrednosti

$$U_x^* = U_z^* = U_\varepsilon^* \quad (3.35)$$

S primerjavo sl. 3.18 s sl. 2.49 vidimo, da je z ozirom na novo označbo

$$e_\varepsilon \equiv u_1 \quad \text{ozioroma} \quad U_\varepsilon \equiv U_1, \quad U_{\varepsilon 0} \equiv U_{10} \quad (3.36)$$

Za določitev osnovne vrednosti po en. 3.35 imamo dve možnosti:

1. Osnovno vrednost  $U_1^* = 106 \text{ V}$  smo že povsem svobodno izbrali, ko smo definirali konstanto  $T_1 = 0,5 \text{ s}$  integracijskemu členu (en. 2.105). Če obdržimo to osnovno vrednost (in s tem tudi  $T_1 = 0,5 \text{ s!}$ ), sta po zahtevi en. 3.35 določeni že obe osnovni vrednosti

$$U_z^* = U_x^* = 106 \text{ V}$$

Faktor statičnega ojačenja  $K_4$  normiranega člena  $F_4$  izračunamo potem iz poznane fizikalnega ojačenja  $k_f$  in iz že določenih osnovnih vrednosti  $\Omega^*$  ter  $U_x^*$  po en. 2.16. Za tahometrični generator je po podatkih

$$U_x = k_f \Omega = 0,1 \frac{60}{2\pi} \Omega = 0,955 \cdot \Omega$$

$$k_f = 0,955 \text{ Vs/rad}$$

in je

$$U_{x0} = k_f \Omega_0 = 60 \text{ V} = U_{z0}$$

$$U_x^* = U_1^* = 106 \text{ V} = U_z^* = U_\varepsilon^*$$

$$U_{\varepsilon 0} = U_{10} = 0 \text{ V}$$

$$e_z = \frac{\Delta U_z}{U_z^*}, \quad \Delta U_z = U_z - U_{z0}$$

$$e_\varepsilon = \frac{\Delta U_\varepsilon}{U_\varepsilon^*}, \quad \Delta U_\varepsilon = U_\varepsilon - U_{\varepsilon 0}$$

2. Če hočemo imeti v blokovni shemi na sl. 3.18 direktno povratno zvezo, t.j.  $K_4 = 1$ , moramo izbrati osnovno vrednost  $U_x^*$  v smislu en. 2.16

$$U_x^* = \frac{k_f}{K_4} \Omega^* = \frac{0,955}{1} \cdot 69,2 = 66 \text{ V} \quad (3.37)$$

Iz pogoja en. 3.35 je tudi

$$U_z^* = U_e^* = 66 \text{ V}$$

Ker  $U_e^*$  ni enaka prvotni izbrani osnovni vrednosti vhodne napetosti integralnega člana (gl. Tabela 2), moramo v pogl. 2.6.2 izračunano časovno konstanto normiranega člana korigirati v smislu definicije (gl. en. 2.55a v pogl. 2.4.5) in je

$$T_1 = 0,5 \frac{U_x^*}{U_1^*} = 0,5 \frac{66}{106} \approx 0,31 \text{ s} \quad (3.38)$$

Blokovna shema na sl. 3.18 ostane nespremenjena, le vrednosti konstant  $K_4$  in  $T_1$  ter osnovnih vrednosti veličin  $U_x^*$ ,  $U_z^*$  in  $U_e^*$  se spreminijo, če normiramo po dveh različnih poteh! Prenosne funkcije  $F_o(p)$ ,  $F_M(p)$  in  $H(p)$  pa so v obeh primerih enake, o čemer se lahko hitro prepričamo! Zato bo tudi izračunani regulacijski proces enak.

Iz blokovne sheme in iz izračunanih prenosnih funkcij (odločili se bomo npr. za vrednosti po varianti 2) izračunajmo sedaj potek  $\Delta\Omega(t)$  oz.  $\omega(t)$  pri skočni spremembi bremenskega momenta za  $M_b = 0,05 M_{bn} = 1,44 \text{ Nm}$  oziroma

$$m_b = \frac{1,44 \text{ Nm}}{143 \text{ Nm}} = 9,7 \cdot 10^{-3} \quad (3.39)$$

Upoštevali bomo, da je bil regulacijski sistem pred nastopom skočne motnje  $m_b$  v delovni točki v stacionarnem stanju in bomo zato lahko uporabili Heavisideov stavek. Ob upoštevanju en. 3.11 in en. 2.107 je

$$H_M(p) = \frac{\omega(p)}{m_b(p)} = \frac{F_M(p)}{1+F_o(p)} \quad (3.40)$$

$$F_o(p) = F_1(p)F_2(p)F_3(p)F_4(p) \quad (3.41)$$

$$H_M(p) = \frac{-pT_1(1+pT_v)(1+pT_k)}{1+pT_1(1+pT_v)(1+pT_z+p^2T_kT_z)} \quad (3.42)$$

Ob upoštevanju numeričnih vrednosti je

$$H_M(p) = - \frac{p0,31+p^236 \cdot 10^{-3}+p^30,62 \cdot 10^{-3}}{1+p0,31+p^20,124+p^311,16 \cdot 10^{-3}+p^40,186 \cdot 10^{-3}} = \frac{\check{S}(p)}{I(p)} \quad (3.43)$$

$$m_b(p) = \frac{9,7 \cdot 10^{-3}}{p}$$

$$I'(p) = \frac{d I(p)}{dp} = T_1+p^2T_1(T_z+T_v)+p^3T_zT_1(T_k+T_v)+p^4T_kT_zT_vT_1$$

$$I'(p) = 0,31+p0,248+p^233,48 \cdot 10^{-3}+p^30,744 \cdot 10^{-3}$$

$$\check{S}(0) = 0, \quad I(0) = 1$$

Praktična težava pri delu s Heavisideovim stavkom je iskanje korenov  $p_i$  enačbe  $I(p) = 0$ , če je red enačbe  $n$  velik. Pomagamo si lahko z računskimi stroji ali pa uporabimo eno od numeričnih približevalnih metod (npr. metodo po S. Line, gl. Dodatek II.). V smislu navodil po-

stopka po S. Linu napišemo enačbo  $\check{S}(p)$  v obliki

$$p^4 + p^3 60 + p^2 666,67 + p 1666,67 + 5376,34 = 0 \quad (3.44)$$

En. 3.44 delimo s členom

$$p^2 + p \frac{a_1}{a_2} + \frac{a_0}{a_2} = p^2 + p \frac{1.666,67}{666,67} + \frac{5.376,34}{666,67} = p^2 + p 2,5 + 8,06$$

$$\begin{aligned} (p^4 + p^3 60 + p^2 666,67 + p 1666,67 + 5376,34) : (p^2 + p 2,5 + 8,06) &= p^2 + p 57,5 + 514,86 \\ \frac{p^4 + p^3 2,5 + p^2 8,06}{p^3 57,5 + p^2 658,61 + p 1666,67} & \\ \frac{p^3 57,5 + p^2 143,75 + p 463,45}{p^2 514,86 + p 1203,22 + 5376,34} & \\ \frac{p^2 514,86 + p 1287,15 + 4149,77}{-p 84,07 + 1226,57} & \end{aligned}$$

Napaka (preostanek)  $-p 84,07 + 1226,57$  je precejšnja, zato en. 3.44 v smislu navodil ponovno delimo s členom

$$p^2 + p \frac{1203,02}{514,84} + \frac{5376,36}{514,84} = p^2 + p 2,34 + 10,44$$

Dobimo rezultat:  $p^2 + p 57,66 + 521,31$  in ostanek  $-p 155,17 - 66,14$ , ki je še vedno velik. Zato račun še trikrat ponovimo z rezultati:

$$(p^2 + p 2,04 + 10,31)(p^2 + p 57,96 + 538,2) \text{ in ostanek } -p 28,66 - 177,$$

oziroma

$$(p^2 + p 1,97 + 9,94)(p^2 + p 58,03 + 542,31) \text{ in ostanek } p 21,52 - 14,12$$

in končno

$$(p^2 + p 2,01 + 9,91)(p^2 + p 57,99 + 540,20) = 0 \quad (3.45)$$

in ostanek  $p 5,96 + 20,80$ , ki ga lahko zanemarimo.

Iz en. 3.45 izračunamo korene

$$\begin{aligned} p_1 &= -11,66, & p_3 &= -1,01 + j2,98 \\ p_2 &= -45,33, & p_4 &= -1,01 - j2,98 \end{aligned}$$

Heavisideov stavek daje

$$\begin{aligned} \frac{\omega(t)}{9,7 \cdot 10^{-3}} &= 0,0499 e^{-11,66t} - 0,00895 e^{-45,33t} - \\ &- (0,022 - j0,518) e^{(-1,01 + j2,98)t} - (0,022 + j0,518) e^{(-1,01 - j2,98)t} = \\ &= E e^{-\frac{t}{T_1}} + F e^{-\frac{t}{T_2}} + (A + jB) e^{(j\omega + j\nu)t} + (A - jB) e^{(j\omega - j\nu)t} \quad (3.46) \end{aligned}$$

En. 3.46 lahko preoblikujemo v

$$\frac{\omega(t)}{9,7 \cdot 10^{-3}} = E e^{-\frac{t}{T_1}} + F e^{-\frac{t}{T_2}} + 2D e^{j\omega t} \cos(\nu t + \varphi) \quad (3.47a)$$

pri čemer je:

$$D = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (3.47b)$$

$$\varphi = \arctg \frac{B}{A} \quad (3.47c)$$

V našem primeru je

$$\begin{aligned} \frac{\omega(t)}{9,7 \cdot 10^{-3}} &= 0,0499 \cdot e^{-11,66t} - 0,0089 \cdot e^{-45,33t} - \\ &- 1,036 e^{-1,01t} \cos(2,98t - 1,53) \quad (3.48a) \end{aligned}$$

oziroma

$$\omega(t) = 0,48 \cdot 10^{-3} e^{-11,66t} - 0,086 \cdot 10^{-3} e^{-45,33t} - 10,05 \cdot 10^{-3} e^{-1,01t} \cos(2,98t - 1,53) \quad (3.48b)$$

Rešitev je sestavljena iz dveh eksponentialnih členov z relativno majh-  
nima časovnima konstantama  $T_1 = 0,086s$  in  $T_2 = 0,022s$ , kar pomeni, da  
bosta ta dva člena v prehodnem pojavu kmalu izginila. Prevladuje tret-  
ji člen, ki izkazuje harmonično nihanje z eksponentialno upadajočo am-  
plitudo. Časovna konstanta  $T_3 = 1/\lambda = 0,99s$  je relativno velika, pa tu-  
di začetna amplituda  $1,036$  (gl. en. 3.48a) je velika. Torej bo prehodni  
pojav oblikoval predvsem ta tretji člen. Krožna frekvenca tega dušenega  
nihanja je  $\nu = 2,98 \text{ rad/s}$ .

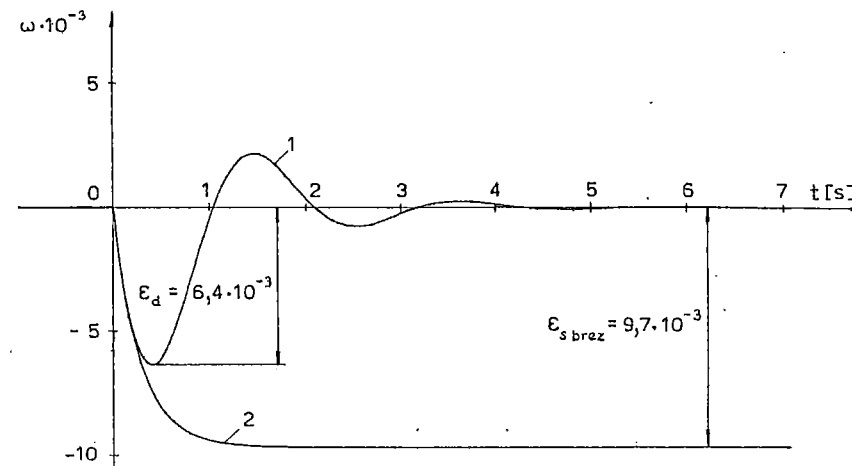
Prehodni pojav in s tem tudi regulacijski čas bo trajal praktično  
 $4T_3$  (gl. sl. 2.8) oziroma približno štiri sekunde! V stacionarnem stan-  
ju, ki ga dobimo za vrednost  $t \rightarrow \infty$ , bo  $\omega(t) = 0 = \mathcal{E}_s$ , kar pomeni, da  
ni preostale napake regulacije. Ta rezultat smo lahko tudi pričakova-  
li v skladu z ugotovitvami v pogl. 3.2.2.

Če vstavljamo v en. 3.48b različne vrednosti za čas  $t$  in izračunamo  
dovolj veliko točk, lahko narišemo krivuljo  $\omega(t)$ , ki jo kaže sl. 3.19.  
Krivulja 1 kaže prehodni pojav ob regulaciji, ko smo v času  $t = 0$  skoč-  
no povečali bremenski moment motorja za  $0,05 M_{dn}$ ! Regulacijski proces  
je praktično končan v času  $t_r \approx 4s$ . Maksimalna dinamična napaka je s  
sl. 3.19

$$\mathcal{E}_d \approx -6,4 \cdot 10^{-3} = \frac{\Delta \Omega}{\Omega^*}$$

$$\Delta \Omega = -6,4 \cdot 10^{-3} \cdot 69,2 \text{ rad/s} = -0,442 \text{ rad/s} = -4,22 \text{ vrt/min}$$

Statična napaka je  $\mathcal{E}_s = 0$ .



Sl. 3.19

Krivulja 2 na sl. 3.19 kaže prehodni pojav ob isti skočni spremembi  
obremenitve, če bi ne bilo regulacije ( $E_k = \text{konst.}$ )! Statična napaka  
bi bila v tem primeru  $-9,7 \cdot 10^{-3}$ .

Regulacija v stacionarnem stanju popolnoma odpravi vplive sprememb  
obremenitve, kar je posledica uporabljenega I-regulatorja (elektronska  
naprava na sl. 2.49)! Vendar lahko ugotovimo, da je dinamična napaka  
relativno velika, prav tako tudi regulacijski čas. PI- ali PID-regula-  
tor bi omogočal mnogo boljšo regulacijo (gl. pogl. 5.4.8 in sl. 5.22).



### 3.7 Stabilnost

#### 3.7.1 Osnovni stabilnostni pogoji

Pri stabilnem regulacijskem sistemu zavzame regulirana veličina v stacionarnem stanju neko končno konstantno vrednost, če delujejo na sistem konstantne zunanje veličine. Z drugimi besedami: regulirana veličina zavzame po končanem prehodnem pojavu neko konstantno vrednost (gl. sl. 3.19), če na sistem ne delujejo spremenljive zunanje veličine. Nasprotno pa je regulacijski sistem nestabilen, če se ob enakih pogojih regulirana veličina ne izniha, temveč narašča njena amplituda proti neskončnosti.

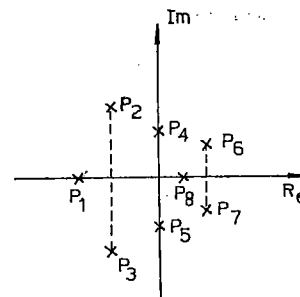
Če pogledamo en. 3.46, potem vidimo, da postanejo v času  $t \rightarrow \infty$  vsi eksponentni faktorji nič le tedaj, če so realni deli korenov enačbe  $F_0(p) + 1 = 0$  negativni! Ker se nahaja v imenovalcu prenosne funkcije  $H(p)$  in  $H_M(p)$  vedno isti izraz (gl. en. 3.4 in en. 3.11), pomeni, da so stabilnostni pogoji pri vodeni regulaciji in pri regulaciji s konstantno želeno vrednostjo isti!

Enačbo

$$F_0(p) + 1 = 0 \quad (3.49)$$

imenujemo karakteristična enačba. Osnovni stabilnostni pogoj se glasi: Regulacijski sistem je stabilen, če so realni deli vseh korenov karakteristične enačbe negativni!

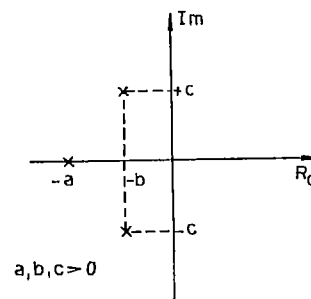
Sl. 3.20 kaže lego šestih korenov v kompleksni ravnini: korena  $p_1$  in  $p_8$  sta realna, koreni  $p_2$  in  $p_3$  ter  $p_6$  in  $p_7$  pa so konjugirano kompleksni. Le koreni  $p_1, p_2$  in  $p_3$  imajo negativni realni del. Koren  $p_8$  je realen in pozitiven, medtem ko imata korena  $p_4$  in  $p_5$  realni del nič



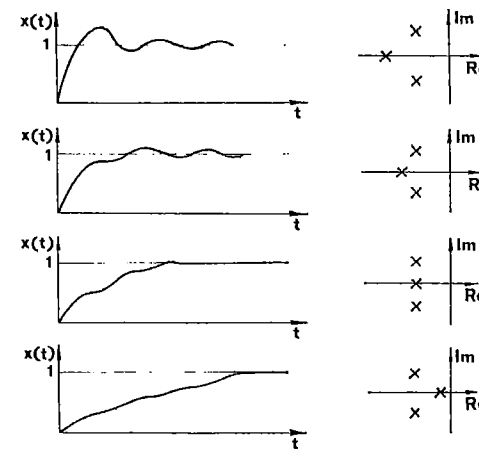
Sl. 3.20

in sta čisto imaginarna. Takšna dvojica daje sinusno nihanje s konstantno amplitudo in tako ne omogoča stabilne regulacije. Regulacija, katere karakteristična enačba ima vsaj en koren vrste  $p_4$  do  $p_8$ , je nestabilna! Torej lahko osnovni stabilnostni pogoj definiramo tudi z lego korenov karakteristične enačbe v kompleksni ravnini: Regulacijski krog je stabilen le tedaj, če ležijo vsi koreni karakteristične enačbe na levi polovici kompleksne ravnine. Tedaj govorimo tudi o "stabilnih" korenih, za razliko od "nestabilnih", ki ležijo na desni polovici ali na imaginarni osi.

Ta "matematični" stabilnostni pogoj pa sam v praksi ne zadošča. Od praktičnih regulacijskih sistemov ne zahtevamo le, da so stabilni, ampak morajo biti tudi "dobro" stabilni. To pomeni, da morajo biti prehodni pojavi dobro dušeni. Govorimo tudi o stopnji stabilnosti.



Sl. 3.21a



Sl. 3.21b

Sl. 3.21a kaže lego treh korenov karakteristične enačbe 3. reda nekega regulacijskega sistema. Časovni potek regulirane veličine  $x(t)$  bi imel naslednjo principiélno obliko (pri skočnih spremembah vhodne veličine)

$$x(t) = C_1 + C_2 e^{-at} + C_3 e^{-bt} \sin(ct + \varphi) \quad (3.50)$$

Kot vidimo, določajo realni deli korenov karakteristične enačbe časovno konstanto eksponencialnih faktorjev  $T_a = 1/a$  in  $T_b = 1/b$ , imaginarni deli pa krožno frekvenco sinusnega nihanja. Konstante  $C_1, C_2, C_3$  in  $\varphi$  so odvisne od polinoma  $\check{S}(p)$  v števcu en. 3.33 ter od amplitude vhodne veličine.

Regulacijski proces bo končan tem prej, čim manjše bodo časovne konstante eksponencialnih členov v en. 3.50 oz. čim večje bodo vrednosti negativnih realnih delov korenov karakteristične enačbe. Če naj bo prehodni pojav dobro dušen, morajo ležati koreni čim dalje proč od imaginarne osi.

Ker zavzamejo eksponencialni faktorji v en. 3.50 vrednost nič praktično v času  $4T$  (gl. sl. 2.8), lahko izračunamo trajanje prehodnega pojava ob regulaciji, t.j. regulacijski čas  $t_r$

$$t_r = 4T \quad (3.51a)$$

ali včasih tudi s

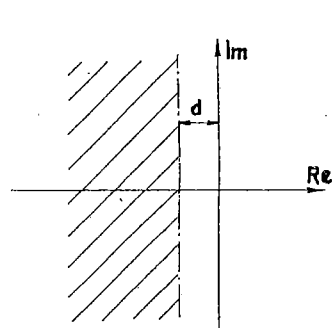
$$t_r = \pi T \quad (3.51b)$$

V času  $4T$  oz.  $\pi T$  se eksponencialni faktor zniža na približno 4 % oz. 2 % svoje začetne vrednosti! Pri izračunu  $T = 1/a$  oz.  $1/b$  upoštevamo manjšo od obeh vrednosti konstant  $a$  in  $b$ . Če ima karakteristična enačba več

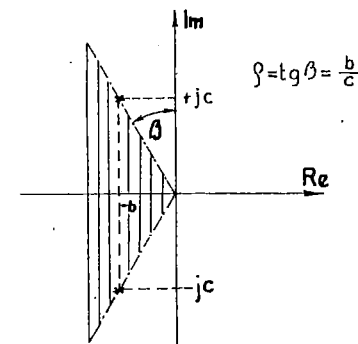
korenov, tedaj koreni, ki ležijo daleč proč od imaginarne osi, ne vplivajo veliko. Korene, ki ležijo bližje imaginarni osi, imenujemo prevladujoči koreni, ker odločilno vplivajo na prehodni pojav.

Sl. 3.21b kaže značilne prehodne pojave v odvisnosti od lege korenov karakteristične enačbe oz. od prevladujočih korenov.

Če hočemo predpisati čas, v katerem mora biti končan regulacijski proces, t.j. prehodni pojav, predpišemo minimalno vrednost razdalje  $d$  na sl. 3.22, do katere se smejo približati koreni karakteristične enačbe imaginarni osi. Vsi koreni morajo ležati v šrafiranem delu. Pravimo, da smo predpisali neko absolutno dušenje  $d$ .



Sl. 3.22



Sl. 3.23

Mimo regulacijskega časa  $t_r$  nas zanima tudi relativni regulacijski čas  $\tau_r$ , ki pove, koliko polperiod napravi regulirana veličina v prehodnem pojavu, t.j. v času  $t_r$

$$\tau_r = \frac{t_r}{T_{pp}} = \frac{t_r}{\frac{\pi}{c}} = \frac{\pi}{b} \cdot \frac{c}{\pi} = \frac{c}{b} = T_c \quad (3.52)$$

$$t_r = \frac{4}{b}$$

$T_{pp}$  je čas ene polperiode dušenega sinusnega nihanja s krožno frekvenco  $\omega$  (imaginarni del kompleksnega korena!). Če upoštevamo regulacijski čas  $t_r = \pi T$ , je

$$\tau_r = T c$$

oziroma z označbami na sl. 3.21a

$$\tau_r = \frac{c}{b} = \frac{\text{imaginarni del}}{\text{realni del}}$$

Recipročno vrednost

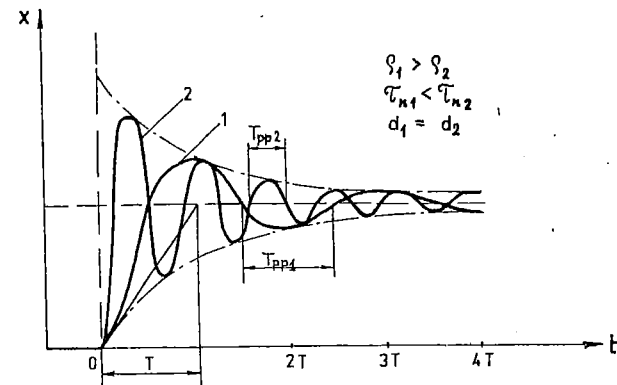
$$\frac{1}{\tau_r} = \varphi \quad (3.52a)$$

imenujemo tudi relativno dušenje  $\varphi$ . Tako ustreza npr. vrednosti  $\tau_r = 2,4$  vrednost  $\varphi \approx 0,4$ . Ti dve vrednosti si bomo zapomnili, ker dajeta v mnogih primerih dobre poteke regulacij!

Če predpišemo regulaciji največji relativni regulacijski čas  $\tau_r$  oz. najmanjše relativno dušenje  $\varphi$ , smo pravzaprav spet predpisali neko šrafirano ploskev, v kateri morajo ležati koreni karakteristične enačbe (sl. 3.23). Koreni, ki ležijo na mejni črti, ustrezajo zahtevi  $\tau_r$  oz.  $\varphi$ .

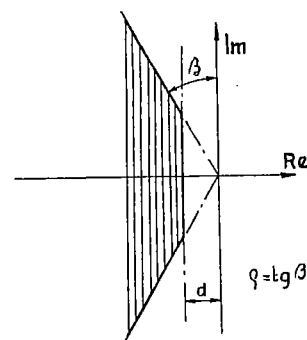
Na sl. 3.24 vidimo časovni potek regulirane veličine ob prehodnem pojavu za dva regulacijska kroga, ki imata isto časovno konstanto upadanja  $T$  kosinusnega člana, t.j. isto absolutno dušenje  $d$  in zato isti regulacijski čas  $t_r$ . Relativni dušenji oziroma relativna regulacijska časa  $\tau_r$  pa nista enaka: sistem 1 ima večje relativno dušenje.

Ker lahko pri predpisanem absolutnem dušenju  $d$  (sl. 3.24) nastopijo relativno slabo dušena nihanja z visokimi frekvencami, prav tako pa lah-

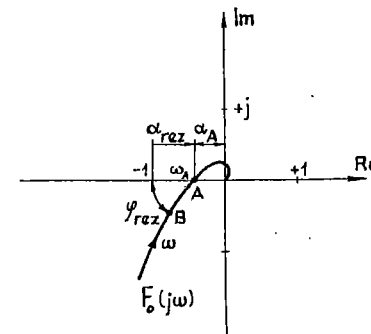


Sl. 3.24

ko pri predpisanem relativnem dušenju nastopijo absolutno slabo dušena nihanja z nizkimi frekvencami, lahko kombiniramo obe zahtevi in predpišemo neko absolutno in relativno dušenje. Vsi koreni karakteristične enačbe morajo tedaj ležati v šrafiranem območju na sl. 3.25.



Sl. 3.25



Sl. 3.26

Stopnjo stabilnosti lahko ocenjujemo tudi z oddaljenostjo krivulje frekvenčne karakteristike odprtega regulacijskega kroga  $F_o(j\omega)$  od kritične točke. V pogl. 3.3 smo videli, kakšno vlogo ima lega te krivulje v območju okrog kritične točke. Absolutnemu stabilnostnemu pogoju ustreza potek krivulje skozi kritično točko. Če pa poteka krivulja v neki oddaljenosti  $\alpha_{rez}$  in  $\varphi_{rez}$  mimo kritične točke (sl. 3.26), potem pravimo, da imamo še neko rezervo v iznosu  $\alpha_{rez}$  in v negativnem faznem pomiku  $\varphi_{rez}$ . Ti dve "rezervi" sta pravzaprav varnostni razdalji krivulje  $F_o(j\omega)$  od kritične točke, če bi se ojačenje  $K_o$  ali fazni pomik  $\varphi$  iz kakršnega koli vzroka povečala in bi se točka A premaknila oziroma točka B zavrtela v kritično točko. Do nezaželenega povečanja ojačenja lahko pride npr. zaradi nelinearnosti, zaradi sprememb konstant regularnega objekta itd., fazni pomik pa se lahko poveča zaradi nepredvidenih zakasnilnih členov in členov z majhnimi časovnimi konstantami, ki se nahajajo v regulacijskem krogu (glej pogl. 2.4.8 in 3.5).

Z velikostjo fazne in amplitudne rezerve vplivamo tudi na dinamične lastnosti regulacijskega kroga. V mnogih primerih dobimo dobre rezultate, če zagotovimo amplitudno rezervo

$$\alpha_{rez} \geq 0,6 \quad (3.53)$$

in fazno rezervo

$$\varphi_{rez} \geq 30^\circ \quad (3.54)$$

Iznos  $\alpha = \alpha_A$  frekvenčne karakteristike pri frekvenci  $\omega_A$  (sl. 3.26) je tedaj

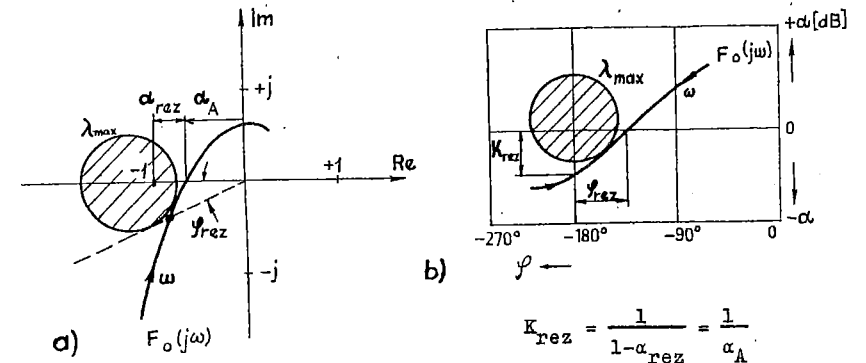
$$\alpha_A < 1 - \alpha_{rez} = 0,4 \quad (3.54a)$$

Ojačenje  $K_o$  smemo povečati za faktor

$$K_{rez} < \frac{1}{\alpha_A} = \frac{1}{1 - \alpha_{rez}} = 2,5 \text{ oz. } 8 \text{ dB}$$

in ostane regulacijski krog še vedno matematično stabilen.  $K_{rez}$  pomeni rezervo v ojačenju.

Varnostno razdaljo krivulje  $F_o(j\omega)$  od kritične točke zagotovimo tudi, če predpišemo maksimalni resonančni faktor zaprtega regulacijskega kroga  $Q_{TZ} = \lambda_{max}$  (sl. 3.27). Vrednost, ki daje dobre dinamične lastnosti regulacijskemu sistemu, je  $\lambda_{max} = 1,3$  oz.  $\lambda_{max} = 2,3$  dB. Ta vrednost nekako ustreza prejšnjima podatkom za fazno in amplitudno rezervo.



Sl. 3.27

$$K_{rez} = \frac{1}{1 - \alpha_{rez}} = \frac{1}{\alpha_A}$$

### 3.7.2 Stabilnostni kriteriji

Stabilnost nekega regulacijskega sistema ugotovimo računsko, če poiščemo korene polinoma v imenovalcu prenosne funkcije zaprtega regulacijskega kroga, t.j. korene karakteristične enačbe. Vendar je računanje korenov pri polinomih, ki so večji od 3. reda, precej zamudno. Pa tudi sicer nimamo vedno na voljo prenosnih funkcij.

Da bi lahko hitro ugotovili stabilnost regulacijskih sistemov, so različni avtorji izdelali različne metode za ugotavljanje stabilnosti. Pri tem so eni izhajali iz karakteristične enačbe zaprtega regulacijskega kroga (Hurwitz, Routh), drugi (Nyquist oz. Bode-Nyquist, Evans) spet iz frekvenčne karakteristike odprtega regulacijskega kroga ali (Küpfmüller) /12/ iz prehodne funkcije odprtega regulacijskega kroga, itd. Vse te stabilnostne kriterije lahko razdelimo v dve skupini. Kriteriji prve skupine samo ugotavljajo stabilnost, ne povedo pa nič o tem, koliko smo v posameznem primeru oddaljeni od stabilnostne meje, ali kaj naj storimo, da bi dosegli stabilnost. Stabilnostni kriteriji druge skupine pa gredo bolj v globino problema in omogočajo diskusijo ter dajo napotke za izboljšanje regulacijskih sistemov. Najbolj znana kriterija iz prve skupine, ki rabita le za hitro orientacijo, sta Hurwitzov in Routhov kriterij. V drugo skupino pa sodijo Nyquistov, Bode-Nyquistov in Evansov kriterij.

### 3.7.2.1 Hurwitzov stabilnostni kriterij

Hurwitz /13/ je postavil matematične pogoje, ki jih mora izpolnjevati linearna algebraična enačba

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_1 p + a_0 = 0 \quad (3.55)$$

da bo imela same negativne realne korene in konjugirane kompleksne korene z negativnim realnim delom. Ti pogoji so:

1. Vsi koeficienti  $a_0, a_1, \dots, a_n$  morajo biti različni od nič in istega predznaka.
2. Determinante  $\Delta_\lambda$  (Hurwitzove determinante) morajo biti večje od nič

$$\Delta_\lambda = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & a_{n+1-2\lambda} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & a_{n+2-2\lambda} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & a_{n+3-2\lambda} \\ 0 & a_n & a_{n-2} & \dots & a_{n+4-2\lambda} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n-\lambda} \end{vmatrix} > 0 \quad (3.56)$$

Za  $\lambda$  moramo zapovrstjo vstavljati  $\lambda = 2, 3, \dots, (n-1)$  in izračunati determinante  $\Delta_\lambda$ , ki morajo biti vse večje od nič.

Za enačbe 3. reda je Hurwitzova determinanta

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix} > 0 \quad (3.57)$$

oziroma

$$(a_1 a_2 - a_0 a_3) > 0 \quad (3.58)$$

Za enačbe 4. reda dobimo pogoja

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ a_4 & a_2 \end{vmatrix} > 0 \text{ oz. } (a_2 a_3 - a_1 a_4) > 0 \quad (3.59)$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_3 & a_1 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_0 \\ 0 & a_3 & a_1 \end{vmatrix} > 0 \text{ oz. } \begin{bmatrix} a_1(a_3 a_2 - a_4 a_1) - \\ -a_0 a_3^2 \end{bmatrix} > 0 \quad (3.60)$$

S Hurwitzovim kriterijem lahko iz karakteristične enačbe regulacijskega sistema razmeroma enostavno ugotovimo, ali bo neki sistem stabilen ali ne, ne da bi morali zato poiskati korene te enačbe. Ne izvemo pa nič o stabilnostni rezervi. Tudi če npr. spreminjamo parametre sistema, ne moremo s tem kriterijem ugotoviti, če se približujemo ali oddaljujemo od stabilnostne meje. Zato uporabljamo ta stabilnostni kriterij bolj redko in vedno le za kontrolo stabilnosti, nikoli pa ne pri sintezi regulacijskih krogov.

Računanje Hurwitzovih determinant postane zamudno, če imamo sisteme višjega reda od  $n = 3$ . Tedaj uporabimo raje kakšno drugo metodo. Stabil-

nost sistemov 3. reda pa kontroliramo vedno s Hurwitzovo determinanto (3.57) oziroma neen. (3.58).

### 3.7.2.2. Routhov stabilnostni kriterij

Enako kot Hurwitz je tudi Routh /14/ postavil matematične pogoje, ki zagotovijo enačbi korene s samimi negativnimi realnimi deli. Matematično sta Hurwitzov in Routhov kriterij enakovredna. Hurwitzov kriterij je več v rabi v Nemčiji in ZSSR, Routhov pa v ZDA, Veliki Britaniji in v Franciji.

Naj ima karakteristična enačba regulacijskega sistema obliko en. (3.55), pri čemer so koeficienti  $a_1$  realni ter koeficienta  $a_n > 0$  in  $a_0 \neq 0$ . Tedaj razporedimo najprej koeficiente v dve vrsti po shemi

$$\begin{array}{cccc} p^n: & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots \\ p^{n-1}: & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots \end{array} \quad (3.61)$$

Elemente tretje vrste dobimo s križno multiplikacijo

$$p^{n-2}: \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-2} - a_n \cdot a_{n-3}}{a_{n-1}} \frac{a_{n-1} \cdot a_{n-4} - a_n \cdot a_{n-5}}{a_{n-1}} \quad (3.62)$$

Elemente četrte vrste dobimo z analogno križno multiplikacijo elementov druge in tretje vrste in tako dalje, dokler ne dobimo vrste, katere elementi so vsi nič razen prvega.

Stabilnostne razmere ugotovimo takole:

1. Če so vsi elementi prve vertikalne kolone pozitivni, ima karakteristična enačba le korene z negativnim realnim delom in je regulacijski sistem stabilen.
2. Če se predznak pri teh elementih spremeni m-krat, tedaj vsebuje karakteristična enačba m-korenov s pozitivnim realnim delom in je sistem nestabilen.
3. Če postanejo vsi elementi ene vrstice nič, tedaj ima karakteristična enačba čisti imaginarni koren (mejni stabilnostni primer).

Poglejmo si to metodo na konkretnem primeru! Karakteristična enačba naj bo

$$p^5 + p^4 + 9p^3 + 7p^2 + 14p + 6 = 0$$

Ustrezna Routhova shema je:

$p^5$	:	1	9	14
$p^4$	:	1	7	6
$p^3$	:	2	8	
$p^2$	:	3	6	
$p^1$	:	4		
$p^0$	:	6		

Ker so vsi elementi prve vertikalne kolone pozitivni, ima karakteristična enačba same korene z negativnim realnim delom.

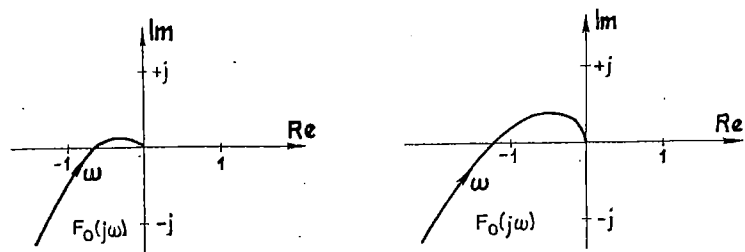
### 3.7.2.3 Stabilnostni kriterij leve roke

Oba stabilnostna kriterija, ki smo ju doslej spoznali, sta izhajala iz karakteristične enačbe regulacijskega sistema in sta tako predpostavljala, da je ta enačba poznana. V praksi pa se zelo pogosto zgodi, da uporabimo v regulacijskih krogih sestavne dele, ki jih dobavlja industrija in za katere ne vemo prenosnih funkcij, temveč so nam poznane le njihove statične in dinamične lastnosti oziroma njihove frekvenčne karakteristike ali pa te karakteristike eksperimentalno določimo. V takih primerih si z doslej opisanimi kriteriji ne moremo pomagati.

Mimo obravnavanih algebraičnih kriterijev so zelo pomembni tudi stabilnostni kriteriji, ki izhajajo iz frekvenčne karakteristike zaključnega regulacijskega kroga. Zaradi ozke povezanosti med frekvenčnima karakteristikama odprtega in zaključnega regulacijskega kroga lahko raziskujemo kar frekvenčno karakteristiko odprtega regulacijskega kroga in sklepamo na lastnosti zaključnega regulacijskega kroga.

Že v pogl. 3.3 in 3.4 smo videli, da je stabilnost regulacijskega kroga odvisna od poteka frekvenčne karakteristike odprtega regulacijskega kroga z ozirom na kritično točko  $-1+j0$ . Ta lastnost je osnova za tako imenovani stabilnostni kriterij leve roke, ki se glasi: Regulacijski krog je stabilen, če leži kritična točka v Nyquistovem diagramu levo od frekvenčne karakteristike odprtega regulacijskega kroga, če napredujemo v smeri naraščajoče frekvence  $\omega$  (sl. 3.28).

Seveda lahko ugotavljamo stabilnost s tem kriterijem tudi, če je krivulja  $F_o(j\omega)$  podana v Nicholsovem diagramu (sl. 3.29), le da mora tedaj ležati kritična točka (0 dB,  $-180^\circ$ ) desno, če potujemo po kri-



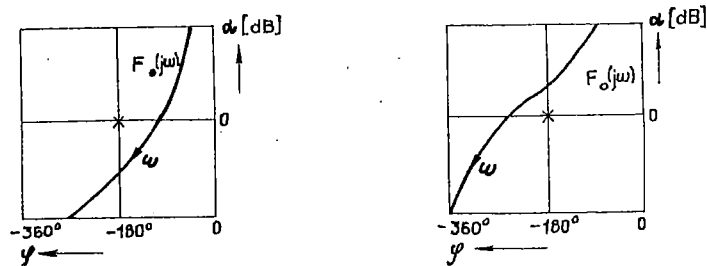
a) Stabilno

b) Nestabilno

Sl. 3.28

vulji v smeri naraščajočih frekvenc.

Kriterij leve roke izhaja iz Nyquistovega stabilnostnega kriterija (pogl. 3.7.2.4) oz. je le poseben primer tega kriterija.



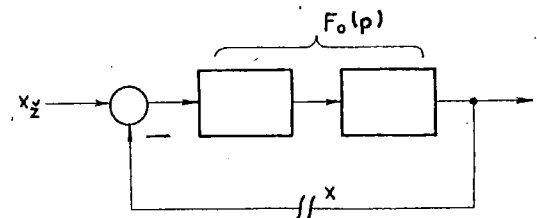
a) Stabilno

b) Nestabilno

Sl. 3.29

Ima pa ta kriterij tudi svojo fizikalno vsebino. Mislimo si, da smo regulacijskemu krogu prekinili povratno zvezo (sl. 3.30) in ima želena vrednost sinusni potek

$$\vec{x}_Z = x_{Z0} e^{j\omega t}$$



Sl. 3.30

Izhodna (regulirana) veličina niha tedaj tudi sinusno, le z neko drugo amplitudo in fazno lego

$$\vec{x} = x_{Z0} \alpha e^{j(\omega t + \varphi)}$$

Vrednosti  $\alpha$  in  $\varphi$  podaja v odvisnosti od frekvence  $\omega$  frekvenčna karakteristika odprtega regulacijskega kroga

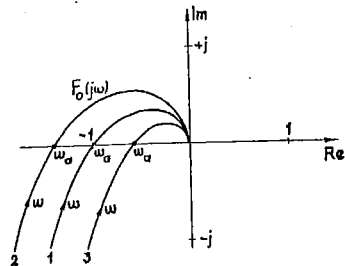
$$F_0(j\omega) = \frac{\vec{x}}{\vec{x}_Z} = \alpha e^{j\varphi}$$

Pri neki določeni frekvenci  $\omega = \omega_a$  postane  $\varphi_a = -180^\circ$ . Ojačenje  $\alpha$  pa je pri tej frekvenci lahko  $\alpha_a < 1$ ,  $\alpha_a > 1$  ali  $\alpha_a = 1$ .

Vzemimo, da je pri frekvenci  $\omega_a$   $\varphi_a = -180^\circ$  in  $\alpha_a = 1$ . Tedaj ima izhodna veličina isto amplitudo kot vhodna veličina, fazno pa je premaknjena za  $-180^\circ$ . Ako sklenemo prekinjeno povratno zvezo in odstranimo vhodno veličino  $x_Z$ , bo regulacijski krog nihal naprej sam od sebe z amplitudo  $x_{Z0}$  in s frekvenco  $\omega_a$ , saj smo mu pripeljali preko primerjalnega člana dodatno za  $180^\circ$  premaknjen signal, ki se tako po velikosti in fazni legi nič ne razlikuje od prvotnega "zunanjšega" signala  $x_Z$ . Imamo primer lastnega vzbujanja. Frekvenčna karakteristika odprtega regulacijskega kroga, ki omogoča takšen pojav, poteka tako kot kri-



vulja 1 na sl. 3.31.



Sl. 3.31

Poglejmo še, kaj se zgodi, če je pri frekvenci  $\omega_a$   $\alpha_a > 1$  ali  $\alpha_a < 1$ . V prvem primeru (glej krivuljo 2 na sl. 3.31) ima povratni signal preko sklenjene povratne zveze večjo amplitudo od prvotnega signala  $x_z$  in dobimo na izhodu še večjo amplitudo, povratni signal se še poveča itd. Izhodna veličina bo nihala sinusno s frekvenco  $\omega_a$ , amplitude pa bodo šle teoretično proti neskončnosti. Regulacijski krog je nestabilen. V drugem primeru (krivulja 3 na sl. 3.31) pa je ravno narobe: povratni signal ima manjšo amplitudo od prvotnega vhodnega signala in regulacijski krog se prej ali slej umiri (izniha), če odstranimo vhodno sinusno nihanje  $x_z$  in istočasno sklenemo povratno zvezo. Iz poteka krivulj  $F_0(j\omega)$  na sl. 3.31 lahko sklepamo o stabilnosti zaključnega regulacijskega kroga: v primeru 3 dobimo stabilni regulacijski krog, v primeru 2 nestabilni, krivulja 1 pa predstavlja mejni stabilnostni primer. Ugotovitve se ujemaajo s kriterijem leve roke.

Preostane še to, da fizikalno pojasnimo, zakaj zaključen regulacijski krog, katerega frekvenčna karakteristika odprtega regulacijskega kroga poteka tako kot npr. krivulja 2 na sl. 3.31, zaniha sam od sebe, pa čeprav ga pred tem ne "vzbudimo" od zunaj (kot smo to storili v pravkar opisanem miselnem eksperimentu). Razlog je ta, ker delujejo na vsak realen regulacijski krog neki zunanji vplivi in dobimo tudi pri "mirujočem" regulacijskem sistemu na izhodu neki signal poljubne oblike. Mislimo si ta izhodni signal razstavljen (po Fourierju) na sama sinusna višjeharmonska nihanja. Sinusni val, katerega frekvenca

je  $\omega_a$  bo prišel na vhod ravno s pravo fazno lego in se bo postopoma ojačeval ( $\alpha_a > 1$ ): regulacijski krog bo zanihal "sam od sebe" s frekvenco  $\omega_a$ , amplituda pa se bo teoretično večala proti neskončnosti, praktično pa je omejena z obstoječimi nelinearnostmi v sistemu (npr. maksimalen pomik ventila, maksimalna izhodna napetost itd.).

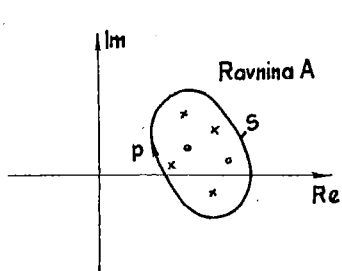
Kriterij leve roke lahko uporabimo za ugotavljanje stabilnosti skoraj vseh linearnih regulacijskih krogov. Le redkokdaj se zgodi, da ta kriterij odpove, npr. če ima krivulja  $F_0(j\omega)$  tako zamotan potek, da ne moremo ugotoviti, če leži kritična točka na levi ali desni strani krivulje. Tedaj si pomagamo z Nyquistovim stabilnostnim kriterijem.

#### 3.7.2.4 Nyquistov stabilnostni kriterij

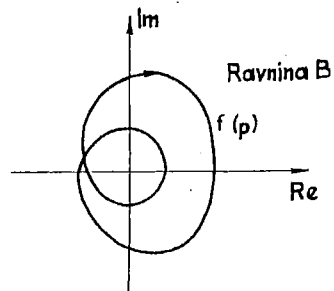
Tudi Nyquistov stabilnostni kriterij izhaja iz frekvenčne karakteristike odprtega regulacijskega kroga in ugotavlja stabilnost regulacijskega kroga po tem, kako poteka krivulja  $F_0(j\omega)$  okoli kritične točke. Matematično osnovo ima Nyquistov kriterij v teoriji funkcij kompleksne spremenljivke oziroma v teoremu o residuumih. Ker ni naš namen, da bi omenjeni kriterij strogo matematično izvajali oziroma dokazovali, temveč želimo seznaniti bralca le z osnovnimi idejami tega kriterija in seveda s praktičnimi posledicami, se bomo omejili le na najnujnejša izvajanja in ugotovitve. Zahtevnejšemu bralcu pa priporočamo, da poseže po ustrezni literaturi /15, 16/.

$f(p)$  naj bo funkcija neke kompleksne spremenljivke  $p$ . Če spreminjamo kompleksno spremenljivko  $p$  tako, da zavzame vse vrednosti na neki zaključeni krivulji  $S$  v kompleksni ravnini  $A$  (sl. 3.32), tedaj obide

krivulja, ki je podana z enačbo  $f(p)$ , v kompleksni ravnini B (sl. 3.33) točko (0,0) tolikokrat, kolikor znaša razlika polov in ničlišč funkcije  $f(p)$ , ki se nahajajo znotraj zaključene krivulje S v ravnini A. Krivulja  $f(p)$  je konformna upodobitev spremenljivke  $p$  s krivulje S.



Sl. 3.32



Sl. 3.33

Gelotna sprememba faznega kota funkcije  $f(p)$  je

$$\Delta\varphi = 2\pi (P-N)$$

Črki P in N pomenita število vseh polov in ničlišč funkcije  $f(p)$ , ki ležijo znotraj krivulje S v ravnini A.

Vzemimo neko racionalno ulomljeno funkcijo

$$f(p) = K \frac{(p-n_1)(p-n_2) \dots}{(p-p_1)(p-p_2) \dots} = |f(p)| e^{j\varphi}$$

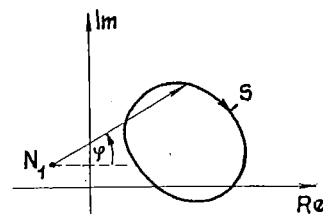
ki ima lahko tudi večkratne pole  $p_1$  in ničlišča  $n_1$ . Fazni kot  $\varphi$  te funkcije je

$$\varphi = \arg(p-n_1) + \arg(p-n_2) + \dots - \arg(p-p_1) - \arg(p-p_2) - \dots$$

Če spreminjamo  $p$  po neki krivulji S v smeri urinega kazalca, tedaj je celotna sprememba faznega kota

$$\Delta\varphi = N (-2\pi)$$

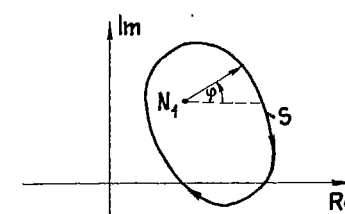
če je N število ničlišč, ki se nahajajo znotraj zaključene krivulje S (sl. 3.34a).



a)

$$\Delta\varphi = 0$$

Ravnina A



b)

$$\Delta\varphi = -2\pi$$

Ravnina A

Sl. 3.34

Podobno lahko ugotovimo celotno spremembo faznega kota, če je P število polov, ki ležijo znotraj krivulje S

$$\Delta\varphi = P 2\pi$$

Polji in ničlišča, ki ležijo zunaj krivulje S, ne prispevajo k spremembi  $\Delta\varphi$  (sl. 3.34b).

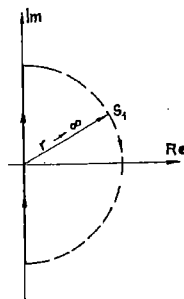
Celotna sprememba faznega kota je torej proporcionalna razliki števila polov in ničlišč, ki ležijo znotraj krivulj S

$$\Delta\varphi = (P-N) 2\pi$$

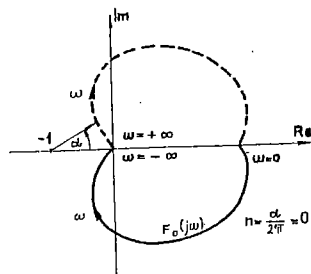
Če pišemo za funkcijo  $f(p)$

$$f(p) = 1 + F_0(p)$$

in pustimo, da gre spremenljivka  $p$  po krivulji  $S_1$ , ki oklepa celo desno polovico ravnine A (sl. 3.35), tedaj lahko iz poteka krivulje  $f(p) = 1 + F_0(p)$  ugotovimo, koliko znaša razlika med številom polov in ničlišč, ki ležijo v desni polovici kompleksne ravnine A.



Ravnina A  
Sl. 3.35



Sl. 3.36

Namesto funkcije  $f(p) = 1 + F_0(p)$  pa lahko vzamemo kar funkcijo  $F_0(p)$ . Obe funkciji imata iste pole! Kot kritično točko, katero obkroža funkcija  $F_0(p)$ , pa vzamemo namesto točke  $(0,0)$  ravnine B točko  $(-1,0)$  iste ravnine. Če obide spremenljivka  $p$  vse vrednosti krivulje  $S_1$  (sl. 3.35) v smeri urinega kazalca, tedaj obide krivulja  $F_0(p)$  točko  $(-1,0)$  ravnine B v trigonometričnem smislu tolikokrat, kolikor znaša razlika  $P - N$  polov funkcije  $F_0(p)$  in ničlišč funkcije  $1 + F_0(p)$ , ki imajo pozitivne realne dele.

Iz teh ugotovitev je postavil Nyquist svoje stabilnostne pogoje. V posebnem primeru, če naj bo funkcija  $1 + F_0(p)$  brez ničlišč s pozitivnim

realnim delom ( $N = 0$ ), se glasi Nyquistov stabilnostni kriterij:

Neki regulacijski krog je stabilen, če obide krivulja  $F_0(j\omega)$  odprtega regulacijskega kroga pri spremembi frekvence od  $-\infty$  do  $+\infty$  kritično točko  $(-1,0)$  v trigonometričnem smislu tolikokrat, kolikor znaša število nestabilnih polov v prenosni funkciji odprtega regulacijskega kroga, t.j.

$$n = P \quad (3.63)$$

Če je število nestabilnih polov  $P = 0$ , tedaj je regulacijski krog stabilen, ako krivulja  $F_0(j\omega)$  kritične točke ne obide.

Poglejmo sedaj, kako postopamo v praksi, če hočemo z Nyquistovim stabilnostnim kriterijem ugotoviti stabilnost regulacijskega kroga. Najprej narišemo krivuljo  $F_0(j\omega)$ , jo dopolnimo še s krivuljo za negativne frekvence  $F_0(-j\omega)$  in ugotovimo, če krivulja oklepa kritično točko. Iz prenosne funkcije  $F_0(p)$  ugotovimo število nestabilnih polov  $P$  odprtega regulacijskega kroga. Zaključen regulacijski krog je stabilen, če je izpolnjena enačba:

$$N = P - n = 0 \quad (3.64)$$

Pri praktičnem delu pa naletimo na nekatere težave:

1. Vedeti moramo, koliko nestabilnih polov ima izraz  $F_0(p)$ . Na to lahko navadno kar takoj odgovorimo, saj je funkcija  $F_0(p)$  sestavljena iz produkta enostavnejših prenosnih funkcij, za katere vemo, če so stabilne ali ne.

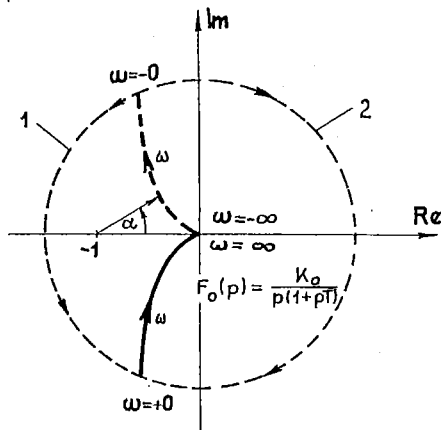
2. Število obkroženj  $n$  kritične točke ugotovimo najlažje tako, da gledamo spremembo kota  $\alpha$ , ki ga opiše kazalec iz kritične točke, če

potuje njegova konica po krivulji  $F_o(j\omega)$  za vrednosti frekvenc od  $\omega = -\infty$  do  $\omega = +\infty$  (sl. 3.36). Število obkroženj je potem

$$n = \frac{\Delta\alpha}{2\pi} \quad (3.65)$$

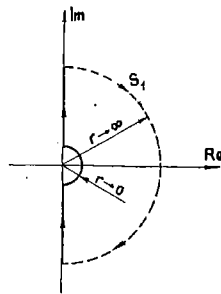
Kot  $\alpha$  štejeemo v trigonometričnem smislu.

3. Če gre frekvenčna karakteristika v neskončnost npr. pri vrednostih frekvenc  $\omega \rightarrow 0$  za integralne člene, se lahko znajdemo v težavah, ker ne vemo, kako poteka krivulja v neskončnosti. Takšen primer je tudi na sl. 3.37. Kako prehaja krivulja od vrednosti pri frekvenci  $\omega = -0$  do vrednosti pri frekvenci  $\omega = +0$ ? Če poteka po levi strani (krivulja 1), tedaj je  $\Delta\alpha = 2\pi$  in  $n = 1$ , v drugem primeru (krivulja 2) pa je  $\Delta\alpha = 0$  in  $n = 0$ .



$P = 0$        $\alpha = 0$   
 $n = 0$        $N = 0$

Sl. 3.37



Sl. 3.38

Odgovor na postavljeno vprašanje dobimo, če si mislimo, da poteka frekvenca  $\omega$  v okolici koordinatnega izhodišča ravnine A (sl. 3.38) po neskončno majhnem polkrogu po desni strani okoli te točke 0,0. Za majhne vrednosti frekvence  $\omega$  postane prenosna funkcija s sl. 3.37

$$F_o(p) = \frac{K_o}{p(1+pT)} \approx \frac{K_o}{p}; \quad p = j\omega \rightarrow 0$$

Če narašča fazni kot od  $p = j\omega$  v okolici točke 0,0 (glej sl. 3.38) od  $-\pi/2$  do  $+\pi/2$ , tedaj gre fazni kot funkcije  $1/p$  od  $+\pi/2$  do  $-\pi/2$  in enako tudi za funkcijo  $K_o/p$ . Torej se sklene krivulja frekvenčne karakteristike  $F_o(j\omega)$  pri prehodu od  $\omega = -0$  do  $\omega = +0$  po desni strani (krivulja 2 v sl. 3.37) in je  $\Delta\alpha = 0$  ter  $n = 0$ .

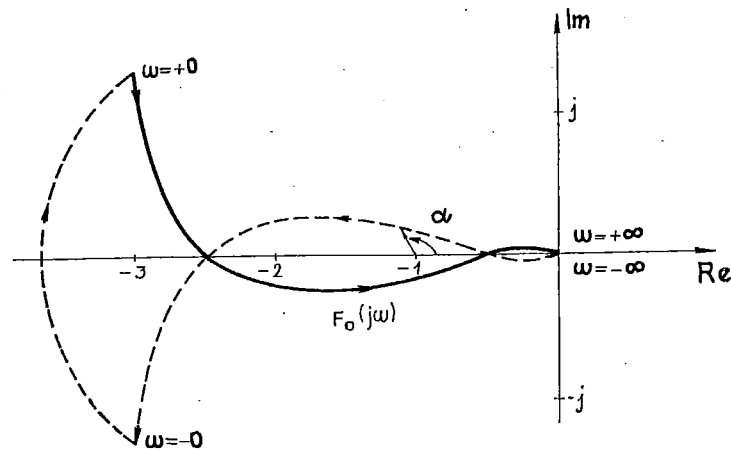
Najprikladneje je, če si ob takšnem razglabljanju napišemo tabelo:

Funkcija	Fazni kot gre		Se vrti v smeri
	od	do	
$p$	$-\frac{\pi}{2}$	$+\frac{\pi}{2}$	)
$\frac{1}{p}$	$+\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	)
$\frac{K_o}{p}$	$+\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	)

Nadaljnji zgled: Regulacijski sistem ima naslednjo prenosno funkcijo

$$F_o(p) = \frac{0,2K(1+p5)}{p(p-1)(1+p0,4)(1+p0,1)}$$

Frekvenčno karakteristiko  $F_o(j\omega)$  v Nyquistovem diagramu za vrednost  $K = 3$  kaže sl. 3.39. Ugotovimo stabilnost zaključenega regulacijskega kroga! Število nestabilnih polov je razvidno iz  $F_o(p) : P = 1$ . Če hočemo ugotoviti število obkrožitev  $n$  kritične točke, moramo najprej



$$P = 1, \Delta\varphi = 2\pi, n = 1, N = 0$$

Sl. 3.39

ugotoviti, po kateri strani se v neskončnosti pri  $\omega \rightarrow 0$  zaključi krivulja. Za majhne vrednosti  $p$  je

$$F_o(p) \approx \frac{-0,2K}{p}$$

in ustrezna tabela

Funkcija	Fazni kot gre		Se vrtil v smeri
	od	do	
$p$	$-\frac{\pi}{2}$	$+\frac{\pi}{2}$	)
$\frac{1}{p}$	$+\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{2}$	)
$-\frac{1}{p}$	$-\frac{\pi}{2}$	$+\frac{\pi}{2}$	)
$-\frac{0,2K}{p}$	$-\frac{\pi}{2}$	$+\frac{\pi}{2}$	)

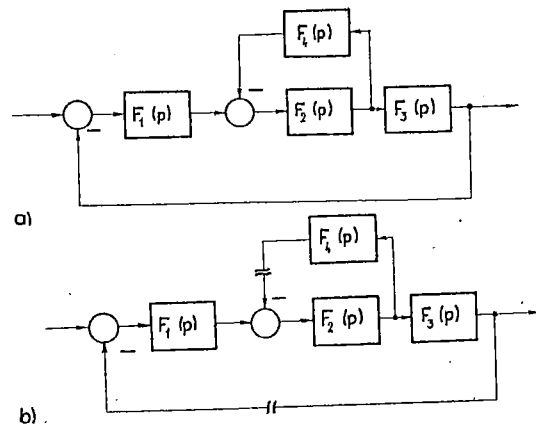
Ker je  $\Delta\varphi = 2\pi$  in  $n = 1$ , je po en. 3.64:  $N = 0$ .

Karakteristična enačba nima nestabilnih korenov in je regulacijski sistem stabilen.

Stabilnostne razmere se spremenijo, če povečamo ali če zmanjšamo konstanto  $K$ .

Nyquistov stabilnostni kriterij lahko razširimo tudi na večzračne regulacijske sisteme (sl. 3.40a). Tedaj se Nyquistov stabilnostni kriterij glasi /17/:

Večzračni regulacijski sistem, katerega prenosna funkcija povsem odprtega regulacijskega kroga vsebuje  $P$  polov s pozitivnim realnim delom, je stabilen samo tedaj, če je vsota vseh zaobkrožitev  $r$  v pozitivni smeri okoli kritične točke  $(-1, j0)$  vseh frekvenčnih karakteristik, ki jih dobimo s sukcesivnim vklopjanjem posameznih povratnih zvez v poljubnem zaporedju, enaka  $n = P$ , ako narašča frekvenca  $\omega$



Sl. 3.40

od  $-\infty$  do  $+\infty$ . Če je odprti sistem stabilen in je  $P = 0$ , tedaj mora biti število vseh obkroženj  $n = 0$ .

Za zgled vzemimo regulacijski krog na sl. 3.40a. Najprej odpremo vse, t.j. obe povratni zvezi (sl. 3.40b). Vzemimo, da je frekvenčna karakteristika tako odprtega regulacijskega kroga stabilna ( $P = 0$ ). Da ugotovimo stabilnost zaključnega sistema, postopamo takole: Najprej konstruiramo frekvenčno karakteristiko notranjega kroga  $F_2(j\omega)$ ,  $F_4(j\omega)$  in ugotovimo število obkroženj kritične točke. Naj bo to število npr.  $n_1 = -2$ . Nato konstruiramo frekvenčno karakteristiko

$$\frac{F_1(j\omega) F_2(j\omega) F_3(j\omega)}{1 + F_2(j\omega) F_4(j\omega)}$$

in ponovno ugotovimo število obkroženj kritične točke, npr.  $n_2 = 2$ . Ker je vsota  $n_1 + n_2 = 0 = P$ , pomeni to, da bo zaključen večzračni regulacijski krog stabilen.

### 3.7.2.5 Bode-Nyquistov kriterij

Praktična slabost Nyquistovega stabilnostnega kriterija je v zamudnem risanju frekvenčne karakteristike  $F_o(j\omega)$  v Nyquistovem diagramu. Mnogo enostavneje in hitreje lahko narišemo to frekvenčno karakteristiko v Bodejevem diagramu, saj lahko multiplikacijo frekvenčnih karakteristik v serijo vezanih členov odprtega regulacijskega kroga - in to je najbolj pogosta vezava - izvedemo v Bodejevem diagramu zelo enostavno, kot smo videli v pogl. 2.5.2. Ideja je sedaj ta, da bi izsledke Nyquistovega stabilnostnega kriterija oziroma kriterija leve roke, ki je pravzaprav poenostavljen Nyquistov kriterij, uporabili za krivulje, ki so narisane v Bodejevem diagramu. Tako je nastal Bode-Nyquistov stabilnostni kriterij.

Potek frekvenčne karakteristike okrog kritične točke se v Bodejevem diagramu ne da tako neposredno ugotoviti kot v Nyquistovem diagramu. Pomagamo si lahko tako, da ugotovimo amplitudno in fazno rezervo  $\alpha_{rez}$  in  $\varphi_{rez}$  (glej pogl. 3.7.1). Amplitudno rezervo odčitamo pri tisti frekvenci  $\omega$ , ko je fazni pomik  $\varphi = -180^\circ$ , fazno rezervo pa najdemo pri frekvenci, ko je iznos  $\alpha = 1$  (sl. 3.41 in sl. 3.42).

Bode-Nyquistov stabilnostni kriterij se glasi:

Zaključen regulacijski krog je stabilen, če je fazni pomik frekvenčne karakteristike  $|\varphi| < |-180^\circ|$  za vse vrednosti frekvence  $\omega$ , pri katerih je iznos  $\alpha > 1$ . Važen pogoj je še ta, da je odprti regulacijski krog stabilen, kar pomeni, da v njem ni nestabilnih členov oziroma da prenosna funkcija  $F_o(p)$  nima nestabilnih polov ( $P = 0$ ).

Zgled: Z Bode-Nyquistovim stabilnostnim kriterijem ugotovimo, če bo zaključen regulacijski krog, ki ima prenosno funkcijo

$$F_0(p) = 1,5 \cdot (1+p0,2) \cdot \frac{1}{p0,2} \cdot \frac{1}{1+p0,25+p^20,02} \cdot \frac{1}{1+p2} =$$

$$= F_1(p) \cdot F_2(p) \cdot F_3(p) \cdot F_4(p) \cdot F_5(p)$$

stabilen ali ne. Uporabimo lahko zgornji stabilnostni kriterij, ker funkcija  $F_0(p)$  nima nestabilnih polov (vsi členi so stabilni).

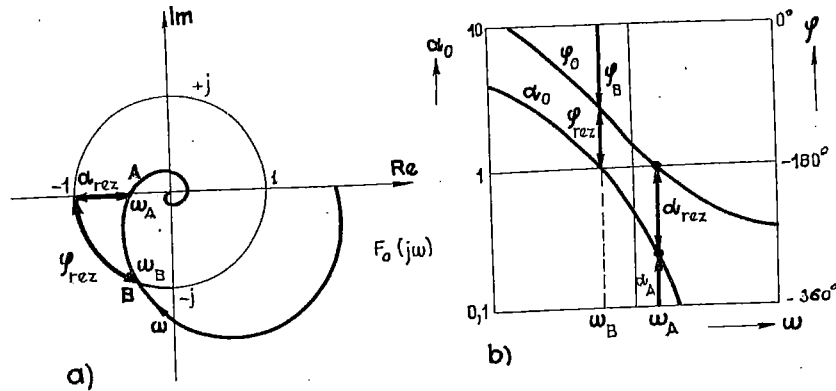
Frekvenčno karakteristiko odprtega regulacijskega kroga  $F_0(j\omega)$  bomo konstruirali grafično iz frekvenčnih karakteristik osnovnih členov, ki sestavljajo regulacijski sistem. Postopek smo spoznali že v pogl. 2.5.2. Karakteristične frekvence za posamezne krivulje so

$$\omega_{20} = \omega_{30} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ rad/s} \quad \omega_{50} = \frac{1}{2} = 0,5 \text{ rad/s}$$

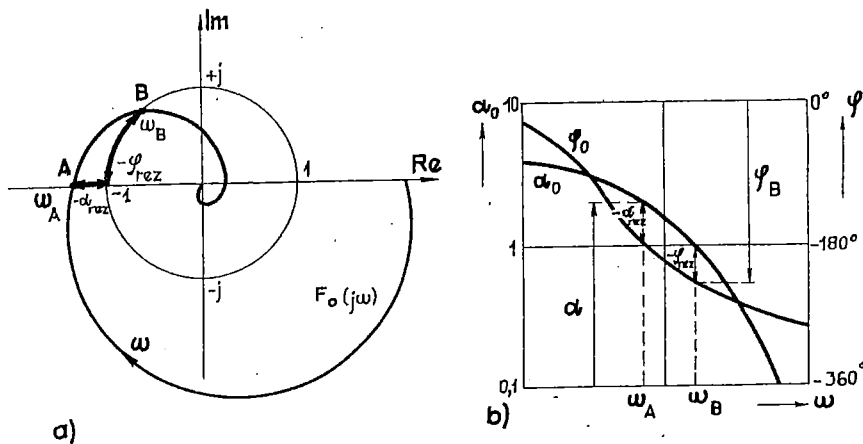
$$\omega_{40} = \frac{1}{0,141} = 7 \text{ rad/s}$$

Na sl. 3.43 vidimo amplitudne frekvenčne karakteristike posameznih členov ter rezultirajočo amplitudno in fazno frekvenčno karakteristiko odprtega regulacijskega kroga. Fazne karakteristike posameznih členov na sl. 3.43 niso narisane, da bi slika ne bila preobložena. Njihov potek smo videli na sl. 2.7, 2.12, 2.13, 2.20 in 2.30. Mimo tega so vse amplitudne karakteristike zaradi lažjega risanja prikazane z ravnimi črtami, t.j. z asimptotami.

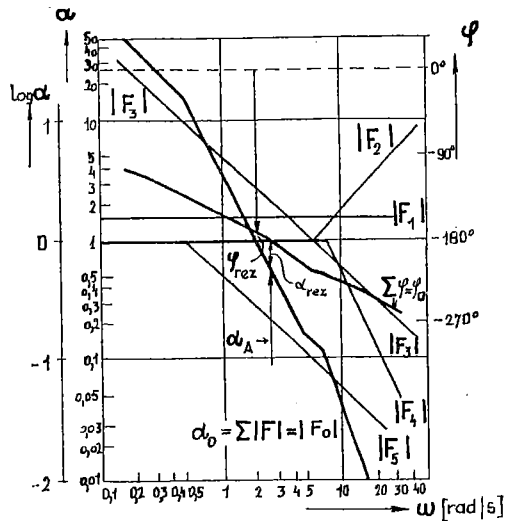
Kot vidimo, je amplitudna rezerva  $\alpha_{rez} = 0,35$  in fazna rezerva  $\varphi_{rez} = 6^\circ$ . Regulacijski krog bo stabilen, vendar ne tudi "dovolj"



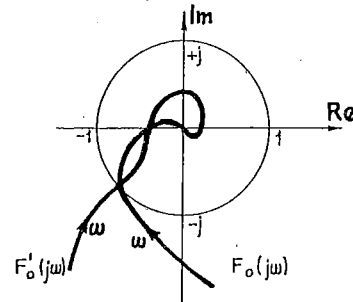
Stabilna regulacija  
Sl. 3.41



Nestabilna regulacija  
Sl. 3.42



Sl. 3.43



Sl. 3.44

stabilen, saj je dosežena stabilnostna rezerva daleč pod priporočeno:  $\alpha_{rez} \geq 0,6$  in  $\varphi_{rez} \geq 30^\circ$ . To pomeni, da bo regulacijski krog zelo slabo dušen.

Stabilnostne razmere lahko izboljšamo, če zmanjšamo ojačenje proporcionalnega člana ( $K = 1,53$ ) ali če zvečamo časovno konstanto  $T = 0,2s$  drugega in tretjega člana (PI-regulator!): v obeh primerih se krivulja  $\alpha_0$  pomakne navzdol in doseže pri nižjih frekvencah vrednost 1.

Omenimo naj še to, da predpisani vrednosti za amplitudno in fazno rezervo, npr.  $\alpha_{rez} = 0,6$  in  $\varphi_{rez} = 30^\circ$ , še ne jamčita, da bo zaključen regulacijski krog tudi dovolj dušen oziroma da ne bo preveč nihal. O tem se takoj prepričamo, če pogledamo frekvenčni karakteristiki odprtega regulacijskega kroga  $F_0(j\omega)$  in  $F_0'(j\omega)$  na sl. 3.44, ki imata isto fazno in amplitudno rezervo, se pa kljub temu različno približata kritični

točki -1. Ustrezni frekvenčni karakteristiki zaključenega regulacijskega kroga  $H(j\omega)$  in  $H'(j\omega)$  bosta imeli različna resonančna faktorja  $Q'_{rZ} = \lambda'_{max} < Q_{rZ} = \lambda_{max}$ . Ta dva faktorja pa sta, kot smo videli, v neposredni zvezi z dušenjem prehodnega pojava pri zaključenem regulacijskem krogu. Zato je v mnogih primerih bolje, da vrišemo frekvenčno karakteristiko  $F_0(j\omega)$  - s pomočjo Bodejevega diagrama - v Nicholsov diagram in predpišemo določen  $\lambda_{max}$ , kajti v Bodejevem diagramu bi težko določili  $\lambda_{max}$  regulacijskega kroga.

Bode-Nyquistov kriterij lahko razširimo tudi na sisteme, ki so v odprtem stanju nestabilni. Kriterij se glasi:

Sistem, katerega prenosna funkcija odprtega regulacijskega kroga ima  $P$  polov s pozitivnim realnim delom, je v zaključenem stanju stabilen, če je razlika med številom pozitivnih prehodov fazne frekvenčne karakteristike  $\varphi_0(\omega)$  preko premice  $\varphi = -180^\circ$  v območju frekvenc  $\omega$ , ko je amplitudna frekvenčna karakteristika  $\alpha_0 > 1$  ravno  $P/2$ . Karakteristika  $\varphi_0(\omega)$  ima pozitivni prehod tedaj, če prehaja preko premice  $\varphi = -180^\circ$  v smeri manjših negativnih faznih pomikov in negativni prehod, če prehaja v smeri večjih negativnih faznih pomikov.

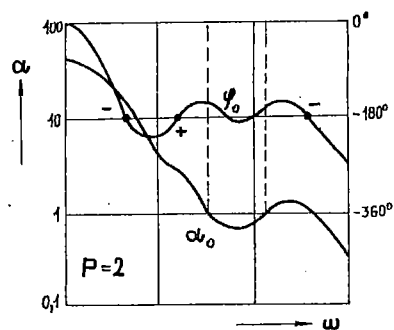
Ta stabilnostni kriterij izhaja iz Nyquistovega. Da se namreč dokazati /17/, da obstaja zveza med številom obkroženj  $n$  kritične točke  $(-1, j0)$  s karakteristiko  $F_0(j\omega)$  v Nyquistovem diagramu, če narašča  $\omega$  od  $-\infty$  do  $+\infty$ , in med razliko vseh pozitivnih in negativnih prehodov iste frekvenčne karakteristike preko območja  $-\infty, -1$  negativne polosi Nyquistovega diagrama pri frekvencah  $\omega = 0$  do  $\omega = +\infty$ :

$$\text{razlika prehodov} = \frac{1}{2} n. \tag{3.66}$$



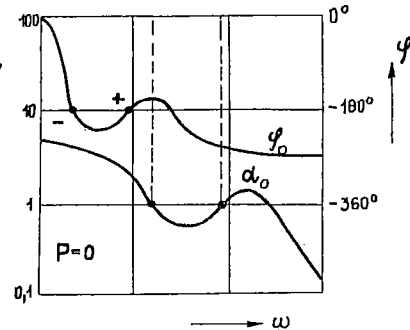
Na sl. 3.45 vidimo frekvenčni karakteristiki  $\alpha_o(\omega)$  in  $\varphi_o(\omega)$  nekega sistema, ki ima dva nestabilna pola ( $P = 2$ ). Razlika med pozitivnimi in negativnimi prehodi je  $-1 \neq p/2$  in je zato zaključen regulacijski krog nestabilen.

Ta kriterij lahko uporabimo tudi za ugotavljanje stabilnosti pri sistemih, ki sicer nimajo nestabilnih polov ( $P = 0$ ), pač pa poteka amplitudna ali fazna karakteristika zelo zamotano. Takšni sistemi so stabilni le tedaj, če je število pozitivnih prehodov enako številu negativnih prehodov v območju, kjer je  $\alpha_o > 1$ . Sistem, katerega frekvenčni karakteristiki vidimo na sl. 3.46, bo potemtakem stabilen.



Sl. 3.45

Pri sistemih, ki vsebujejo integracijo, moramo upoštevati tudi prehod oziroma presečišče frekvenčne karakteristike pri frekvenci  $\omega \rightarrow 0$ . V Nyquistovem diagramu ustreza to presečišču karakteristike z negativno polpremico v območju  $-\infty, -1$ . Če začne  $F_o(j\omega)$  pri  $\omega = 0$  na območju  $-\infty, -1$ , tedaj upoštevamo to kot polovičen prehod. Takšen primer smo



Sl. 3.46

imeli na sl. 3.39. Z Nyquistovim stabilnostnim kriterijem smo že ugotovili, da je zaključen sistem stabilen. Preverimo to še z Bode-Nyquistovim! Ker je  $P = 1$ , mora biti razlika med pozitivnimi in negativnimi prehodi  $P/2 = +1/2$ . Že kar s slike 3.39 lahko ugotovimo, da bo imela fazna frekvenčna karakteristika en polovičen negativni prehod pri frekvencah  $\omega = 0$  (na negativni realni osi) in en pozitivni prehod, torej je razlika ravno  $+1/2 = P/2$ .

Od tod tudi vidimo, da lahko pri praktičnem delu ugotovimo število obkroženj kritične točke v Nyquistovem diagramu ne le s spremembo  $\Delta\alpha$  (gl. en. 3.65), temveč tudi iz omenjene razlike prehodov ob upoštevanju en. 3.66.

Bode-Nyquistov kriterij lahko uporabimo tudi za večzračne regulacijske kroge. Stabilnostni kriterij se tedaj glasi:

Stabilnost večzračnega regulacijskega sistema, ki ima v povsem odprtem stanju (sl. 3.40b)  $P$  nestabilnih polov, ugotovimo tako, da poiščemo razliko med številom vseh pozitivnih in negativnih prehodov preko premice  $-180^\circ$  vseh faznih frekvenčnih karakteristik, ki jih dobimo s sukcesivnim vklapljanjem posameznih povratnih zvez. Zaključen sistem je stabilen samo tedaj, če je omenjena razlika prehodov enaka  $P/2$ .

Ob koncu naj še omenimo, da obstaja med amplitudno  $\alpha(\omega)$  in med fazno  $\varphi(\omega)$  frekvenčno karakteristiko enosmiselna zveza, tako da lahko ugotavljamo stabilnost npr. že samo iz poteka amplitudne frekvenčne karakteristike oziroma iz nagiba  $d\alpha/d\omega$ : Če prehaja amplitudna frekvenčna karakteristika odprtega regulacijskega kroga preko vrednosti  $\alpha = 1$  z nagibom  $-40$  dB/dekado ali več, tedaj je zaključen regulacijski krog nestabilen.

Čeprav izgleda ta način ugotavljanja stabilnosti zelo uporaben, ga vendar v praksi redko uporabljamo. Razlog za to je, ker nam večinoma ne gre samo za golo ugotavljanje stabilnosti, temveč ugotavljamo še druge lastnosti, kot npr. stabilnostno rezervo itd., in gledamo zato še potek  $\varphi(\omega)$ . Mimo tega pa velja omenjena enosmiselna zveza med  $\alpha(\omega)$  in  $\varphi(\omega)$  le za tako imenovane "sisteme z minimalnim faznim pomikom". Ti sistemi nimajo ničlišč s pozitivnim realnim delom /15/.

Gledano s praktičnega stališča pa kljub zgoraj omenjeni zvezi, ki jo je postavil Bode /15, 18/, ne moremo prikazati linearnega sistema edinole z amplitudno ali fazno frekvenčno karakteristiko (razen pri nekaterih čisto elektriških vezjih). Za to so trije poglavitni razlogi: prvič moti razmeroma majhna točnost, s katero ugotavljamo  $\varphi(\omega)$  iz  $\alpha(\omega)$ , posebno pri višjih frekvencah; drugič nismo skoraj nikoli popolnoma gotovi, da imamo opraviti s sistemom z minimalnim faznim pomikom; in tretjič so realni sistemi le redkokdaj (izjema so nekatera elektriška vezja) eksaktno linearni: če jih obravnavamo samo z  $\alpha(\omega)$  ali samo z  $\varphi(\omega)$ , namesto da gledamo istočasno  $\alpha(\omega)$  in  $\varphi(\omega)$ , se zavestno odpovemo polovici podatkov, ki so nam na voljo in dobimo linearizirani sistem, ki se zelo oddalji od realnosti.

### 3.7.2.6 Evansov stabilnostni kriterij in metoda lege korenov

Linearne regulacijske sisteme opisuje prenosna funkcija

$$H(p) = \frac{x(p)}{x_z(p)} = \frac{F_o(p)}{1+F_o(p)} \quad (3.67)$$

To prenosno funkcijo lahko izrazimo tudi z  $m$  ničlišč  $n_1, n_2, \dots, n_m$  in z  $n$  poli  $p_1, p_2, \dots, p_n$

$$H(p) = K \frac{(p-n_1)(p-n_2) \dots (p-n_m)}{(p-p_1)(p-p_2) \dots (p-p_n)} \quad (3.68)$$

Ničlišča  $n_i$  so istočasno tudi ničlišča (koreni) prenosne funkcije  $F_o(p)$ , poli  $p_j$  pa so ničlišča (koreni) karakteristične enačbe. Vidimo torej, da poznamo vse lastnosti zaključenega sistema, če poznamo ničlišča in pole oziroma njihovo lego v kompleksni ravnini.

W. Evans /19, 20/ je izdelal metodo, po kateri lahko grafično prikažemo korene  $p_j$  karakteristične enačbe v kompleksni ravnini kot funkcije parametrov sistema. Krivulje, ki prikazujejo lego korenov karakteristične enačbe v odvisnosti od nekega parametra, imenujemo krivulje korenov (Root Locus, Wurzelort, geometričeskoe mesto kornej), metoda pa metodo lege korenov (Root Locus Method, Wurzelort-Verfahren). Posebna prednost Evansove metode je, da lahko konstruiramo krivulje korenov neposredno iz ničlišč in polov prenosne funkcije odprtega regulacijskega kroga. Metoda je zelo primerna, če je npr. spremenljivi parameter sistema faktor ojačenja  $K_o$  in moramo določiti, za katere vrednosti tega parametra bo zaključen sistem stabilen. Vzemimo npr. prenosno funkcijo odprtega sistema

$$F_o(p) = \frac{K}{p(p+2)}$$

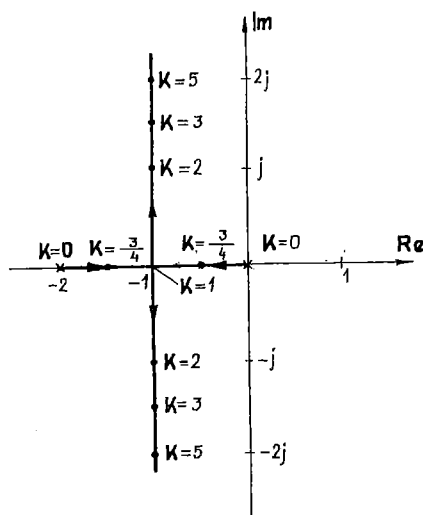
Karakteristična enačba  $F_o(p)+1 = D(p) = 0$  je

$$p^2+2p+K = 0$$

Korena karakteristične enačbe sta

$$p_{1,2} = -1 \pm \sqrt{1-K}$$

Krivuljo korenov v odvisnosti od ojačenja  $K$  kaže sl. 3.47. Vidimo, da bo zaključeni sistem stabilen za vse  $K > 0$ , ker ležijo tedaj koreni karakteristične enačbe v levi polovici kompleksne ravnine. Za vrednosti  $1 > K > 0$  dobimo aperiodične prehodne funkcije, za  $K > 1$  pa periodične.



Sl. 3.47

Metoda lege korenov se veliko uporablja v ZDA in deloma tudi v nekaterih evropskih državah. Je pravzaprav nekakšna protiutež analizi in sintezi regulacijskih krogov z metodo frekvenčnih karakteristik. V primerjavi z njo ima metoda lege korenov dve prednosti:

1. Lega polov daje neposreden odgovor o stabilnosti sistema.
2. Lega polov in ničlišč omogoča raziskovanje tako frekvenčnih karakteristik sistemov kakor tudi časovnih potekov regulacije na značilne oblike vhodnih veličin.

Kdaj uporabljamo metodo frekvenčnih karakteristik in kdaj metodo lege korenov?

1. Za zelo enostavne sisteme (sistemi 2. in 3. reda) sta obe metodi enakovredni.
2. Za manj enostavne sisteme (sistemi 3. do 7. reda) je priporočljivo, da uporabljamo istočasno obe metodi, ker se večkrat dopolnjujeta.
3. Za komplikirane sisteme (sistemi višjega reda od 7.) ali za sisteme, katerih lastnosti ugotovimo pretežno eksperimentalno, je metoda frekvenčne karakteristike najbolj primerna.

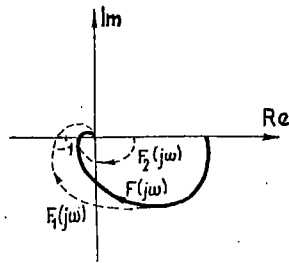
Doslej te dokaj razširjene metode lege korenov nismo obravnavali niti omenjali iz več razlogov: 1. ker smo se šele seznanjali z osnovnimi pojmi iz regulacijske teorije in si šele ustvarjali osnovne slike in bi vsako kopičenje različnih metod (analize) bralca le obremenjevalo, 2. zato ker ima metoda frekvenčne karakteristike svoje jasno razumljivo fizikalno ozadje in 3. zato, ker je prav metoda s frekvenčno karakteristiko osnovna in se tudi pri nas pretežno uporablja ter daje dobre rezultate v vseh primerih. Po drugi strani pa se regulacijski problemi v literaturi, predvsem anglo-ameriški, pogosto obravnavajo z metodo lege korenov in priporočamo bralcu, ki ga ta metoda zanima, da poseže po literaturi /19, 20, 21/.

3.8 Korekcija regulacijskih krogov

V pogl. 3.4 smo se srečali s "klasičnim" problemom stabilnost-točnost. Spoznali smo, da ojačenja  $K_0$  odprtega regulacijskega kroga ne moremo poljubno povečevati, ker postajajo tedaj stabilnost regulacijskega kroga oziroma dinamične lastnosti vse slabše in slabše (gl. sl. 3.23). Nasprotno pa prejemjen  $K_0$  dopušča preveliko statično napako, kar prav tako ni zaželeno.

Če predpišemo npr. neki maksimalni resonančni faktor zaprtega regulacijskega kroga  $Q_{rz} = \lambda_{max}$ , smo s tem za določeno prenosno funkcijo odprtega regulacijskega kroga  $F_0(p)$  hkrati določili tudi že maksimalno dovoljeno statično ojačenje  $K_0$  (npr.  $K_{01}$  na sl. 3.14). Ojačenje lahko nadalje povečujemo le, če preoblikujemo prenosno funkcijo oziroma frekvenčno karakteristiko odprtega regulacijskega kroga, kot smo npr. že videli na sl. 3.14. Za to poskrbijo posebni korekcijski členi, serijski ali paralelni (gl. pogl. 3.5).

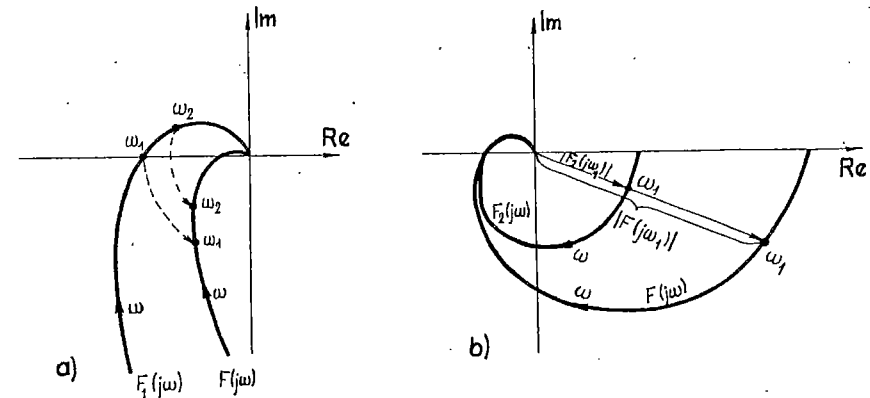
Kot vidimo na sl. 3.48, lahko dobimo želeno frekvenčno karakteristiko odprtega regulacijskega kroga  $F(j\omega)$  tako, da preoblikujemo ali krivuljo  $F_1(j\omega)$  ali pa krivuljo  $F_2(j\omega)$ . Regulacijski krog, katerega frekvenčna karakteristika odprtega regulacijskega kroga poteka tako kot  $F_1(j\omega)$  na sl. 3.48, je povsem nestabilen. Nasprotno pa je regulacijski krog s frekvenčno karakteristiko  $F_2(j\omega)$  zadosti



Sl. 3.48

stabilen, a je lahko zato preostala napaka zaradi majhnega ojačenja velika. Ker poteka frekvenčna karakteristika  $F(j\omega)$  pri velikih frekvencah enako kot  $F_2(j\omega)$ , pri majhnih frekvencah pa kot  $F_1(j\omega)$ , bo imel ustrezni regulacijski krog ugodno dušenje in tudi majhno statično napako.

Če preoblikujemo krivuljo  $F_1(j\omega)$  v območju višjih frekvenc tako, da dobi obliko krivulje  $F(j\omega)$  (sl. 3.48), tedaj pravimo, da smo izvedli korekcijo s prehitom<sup>+</sup> ali s pozitivnim faznim pomikom. Ustrezni korekcijski členi namreč preoblikujejo krivulje  $F_1(j\omega)$  tako, da zavrtijo točke krivulje  $F_1(j\omega)$  za določen kot v pozitivnem smislu, kot kaže sl. 3.49a.



$F_1(j\omega), F_2(j\omega)$  - nekorrigirana krivulja  
 $F(j\omega)$  - korigirana krivulja

Sl. 3.49

<sup>+</sup> preticanje (hrv.), Vorhalt (nem.), phase lead (angl.)

Prehod iz krivulje  $F_2(j\omega)$  na krivuljo  $F(j\omega)$  pri majhnih frekvencah dosežemo s tako imenovano korekcijo z integracijo. Sedaj ostanejo fazni koti nespremenjeni, povečajo pa se kazalci, t.j. iznosi (sl. 3.49b) pri majhnih frekvencah.

### 3.8.1 Korekcija s serijskimi korekcijskimi členi

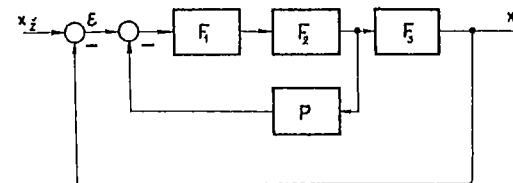
Serijske korekcijske člene vklapljamo v direktno vejo zaporedno (v serijo) k ostalim členom in sicer ponavadi takoj za primerjalnim členom, ker je tam energijski potencial še nizek. Ti členi so lahko pasivni ali aktivni (v odvisnosti od vrste uporabljenih elementov). Serijski korekcijski členi so v praksi skoraj izključno aktivni. Pri elektriških regulacijah so to enosmerni ojačevalniki (tranzistorski), ki jih opremimo s pasivnimi elementi (RC-elementi) in jih imenujemo regulatorje. Tranzistorski PD-regulator, t.j. regulator s proporcionalno-diferencialno karakteristiko, je torej aktivni serijski korekcijski člen s prehitom. Tranzistorski PI-regulator (proporcionalno-integralni) pa je aktivni serijski korekcijski člen, ki omogoča opisano korekcijo z integracijo.

Tranzistorski PID-regulator (proporcionalno-integralno-diferencialni) pa združuje obe vrsti korekcije.

Zgradbo in lastnosti omenjenih tranzistorskih regulatorjev bomo obravnavali v pogl. 4.5.1, njihovo vključevanje v regulacijski krog pa v pogl. 5.3.

### 3.8.2 Korekcija s paralelnimi korekcijskimi členi

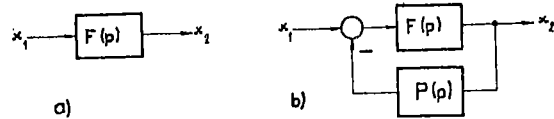
Paralelni korekcijski členi so v praksi skoraj izključno pasivni. Sestavljeni so iz pasivnih elementov. Z njimi tvorimo tako imenovane sekundarne ("stabilizacijske", "dušilne") povratne zveze (sl. 3.50).



Sl. 3.50

Takšna povratna zveza zajema en ali več členov direktne veje. Ker se energijski nivo proti koncu direktne veje praviloma vedno dviguje, je na mestu, kamor priključimo vhod korekcijskega člena (P na sl. 3.50), ponavadi dovolj energije. Zato je ta člen lahko pasiven (troši energijo) in je relativno poceni.

Korekcijske metode s paralelnimi korekcijskimi členi so v praksi zelo razširjene. Bistvena prednost je ta, da lahko s paralelnimi členi odpravimo ali vsaj zmanjšamo nezaželen vpliv sprememb karakteristik in nelinearnosti pri posameznih členih direktne veje na lastnosti celotnega regulacijskega sistema. Da je to možno, kaže primer na sl. 3.51. Vpliv sprememb v prenosni funkciji  $F(p)$  na veličino  $x_2$  izračunamo z enačbo ( $x_1 = \text{konst.}$ )



Sl. 3.51

$$\frac{d x_2}{dF} = \frac{d(x_1 F)}{dF}$$

$$d x_2 = x_1 dF$$

$$d x_2 = \frac{x_2}{F} dF \quad (3.69)$$

Kot vidimo, so spremembe izhodne veličine direktno proporcionalne spremembam v prenosni funkciji člena.

Če opremimo takšen člen z negativno povratno zvezo (sl. 3.51b), v kateri se nahaja člen s prenosno funkcijo  $P(p)$ , je

$$x_2(p) = \frac{F(p)}{1+F(p)P(p)} \cdot x_1(p) \quad (3.70)$$

$$d x_2 = \frac{x_1 dF}{(1+FP)^2}$$

$$d x_2 = \frac{1}{1+FP} \frac{dF}{F} x_2 \quad (3.71)$$

Če primerjamo en. 3.69 in en. 3.71 vidimo, da lahko s povratno zvezo zmanjšamo vpliv sprememb v prenosni funkciji na izhodno veličino za faktor  $1/(1+FP)$ . Ako je v določenem frekvenčnem intervalu

$$1+F(p)P(p) \gg 1 \quad (3.72)$$

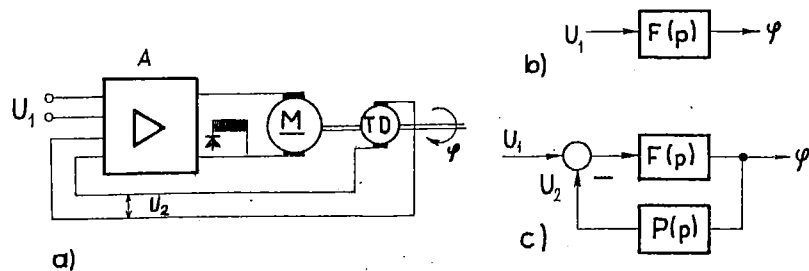
tedaj spremembe v parametrih funkcije  $F(p)$  člena na sl. 3.51b ne vplivajo na veličino  $x_2$  in s tem tudi ne na lastnosti celotnega sistema, katerega sestavni del je ta člen.

S paralelnimi korekcijskimi členi pa hočemo predvsem spreminjati (korigirati!) prvotne frekvenčne karakteristike oz. prenosne funkcije. Če upoštevamo neenačbo 3.72, tedaj preide en. 3.70 v

$$x_2(p) \doteq \frac{1}{F(p)} x_1(p) \quad (3.73)$$

To pomeni, da so lastnosti člena, ki ga zajema paralelni korekcijski člen v frekvenčnem območju, kjer velja neenačba 3.72, določene s prenosno funkcijo  $P(p)$  korekcijskega člena. Iz tega lahko zaključimo, da lahko s paralelnimi korekcijskimi členi uspešno preoblikujemo podane frekvenčne karakteristike.

Konkretni zgled za paralelno korekcijo kaže sl. 3.52. Tuje konstantno vzbujanemu enosmernemu motorju želimo spreminjati kot (lego) zasuka  $\varphi$  gredi z napetostjo  $U_1$ , ki preko ojačevalnika A (P-člen) spreminja kotvino napetost. Prenosno funkcijo, ki povezuje napetost  $U_1$  in kot  $\varphi$



Sl. 3.52

(tokrat še brez tahometrične povratne zveze!), lahko izračunamo iz fizikalnih zakonov in je

$$F(p) = \frac{\varphi(p)}{U_1(p)} = \frac{K_1}{p^2 J + pd} \quad (3.74)$$

Pri motorju smo upoštevali le vztrajnostni moment  $J$ , zanemarili pa smo kotvino časovno konstanto. Če opremimo ta člen (ojačevalnik  $A$  + motor  $M$ ) s povratno zvezo, kot kaže sl. 3.52a in upoštevamo, da velja pri tahometričnem generatorju  $TD$  zveza (spet zanemarimo časovno konstanto kotve)

$$F(p) = \frac{U_2(p)}{\varphi(p)} = pK_2 \quad (3.75)$$

dobimo prenosno funkcijo "koriranega" člena (sl. 3.52c)

$$F_k(p) = \frac{\varphi(p)}{U_1(p)} = \frac{K_1}{p^2 J + p(d + K_1 K_2)} \quad (3.76)$$

Prenosna funkcija po en. 3.76 ima isto obliko kot prenosna funkcija po en. 3.74, le da se je povečala konstanta ("dušenje") pri spremen-

ljivki  $p$ . Če je  $K_1 K_2 \gg d$ , tedaj spremembe konstante  $d$  praktično ne vplivajo za lastnosti korigiranega sistema. Takšne "tahometrične" sekundarne povratne zveze so v praksi pogoste.

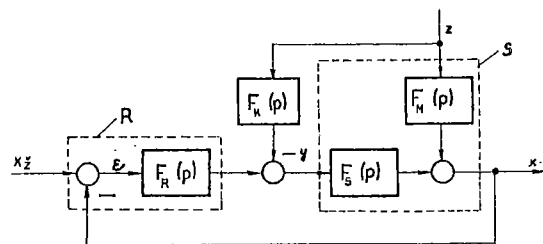
Mimó že omenjenih dobrih strani paralelnih korekcijskih členov naj omenimo še to, da so regulacijski krogi, ki vsebujejo paralelne korekcijske člene, manj občutljivi za motnje, ki jih vsebuje signal  $\mathcal{E}$  iz primerjalnega člena, kot pa regulacijski sistemi s serijsko korekcijo. Vzrok je v tem, ker delujejo ostali členi regulacijskega kroga, ki se nahajajo pred vhomom v paralelni korekcijski člen, kot nizkopasovni filtri!

Primere regulacijskih sistemov s paralelnimi korekcijskimi členi kažejo sl. 1.19, 4.29, 4.30 in 5.28.

Medtem, ko so metode za sintezo serijskih korekcijskih členov (regulatorjev) v literaturi dobro izdelane, pa tega za paralelne korekcijske člene ne moremo trditi. Razlog je ta, da je pri serijski korekciji lega korekcijskega člena določena in s tem tudi struktura (blokovna shema) regulacije. Pri paralelni korekciji pa so možnosti glede števila korekcijskih členov, mesta odvzema signala in mesta povratnega delovanja povsem odprte. Teoretično je možno zelo veliko kombinacij v odvisnosti od zgradbe in razsežnosti reguliranca. Zato tudi ne more biti enotnih navodil za sintezo regulacijskih sistemov s paralelnimi korekcijskimi členi. Pri sintezi teh se bolj kot kjerkoli drugje naslanjamo na izkustvo. V veliko pomoč so pri tem tudi analogni računalniki.

### 3.9 Kombinirani sistemi

Kombinirane sisteme imenujemo takšne, ki vsebujejo istočasno regulacijo in krmiljenje. Sl. 3.53 kaže blokovno shemo kombiniranega sistema, pri katerem sestavljata regulacijski krog reguliranec S, regulator R in negativna povratna zveza, krmiljenje pa krmilni člen  $F_K$



S - regulirani sistem (objekt)  
R - regulator

Sl. 3.53

ter reguliranec S. Krmilni člen meri velikost motnje z in dodatno krmili reguliranec. Če je  $x_z = 0$  in opazujemo le vhodno veličino z, velja

$$\frac{x(p)}{z(p)} = H_M(p) = \frac{F_M(p) - F_S(p)F_K(p)}{1 + F_S(p)F_R(p)} \quad (3.77)$$

Iz te enačbe vidimo, da krmilna veja ne vpliva na stabilnost regulacijskega kroga, saj prenosne funkcije  $F_K(p)$  ni v karakteristični enačbi  $1 + F_S(p)F_R(p) = 1 + F_0(p) = 0$ ! Če bi hoteli popolnoma odpraviti vpliv motnje z na veličino x, bi morale biti

$$F_M(p) - F_S(p)F_K(p) = 0 \quad (3.78)$$

oziroma prenosna funkcija krmilnega člena

$$F_K(p) = \frac{F_M(p)}{F_S(p)} \quad (3.79)$$

Ker je pri realnih regulirancih  $F_S(p)/F_M(p)$  v splošnem neka racionalna ulomljena funkcija (gl. en. 2.27), funkcije  $F_K(p)$ , ki bi imela v smislu zahteve po en. 3.79 v števcu polinom višjega reda od reda polinoma v imenovalcu, ne moremo izdelati. Zato vpliva motnje z ne moremo povsem odpraviti, lahko pa s primerno izbiro  $F_K(p)$  ta vpliv zmanjšamo v primerjavi s čisto regulacijo.

Bolj ugodne rezultate dobimo v stacionarnem stanju. Če predpostavljamo, da v blokovni shemi noben člen ne vsebuje integracije, bi v smislu zahteve po en. 3.79 preostalo pozicijsko napako povsem odpravili, če bi korekcijski člen imel faktor ojačenja

$$K_K = \frac{K_M}{K_S} \quad (3.80)$$

Zgled za takšen kombinirani sistem je napetostna regulacija enosmernega generatorja, če je generator mimo tega še normalno kompondiran: bremenski kotvin tok (motnja) dodatno krmili magnetni fluks in inducirano napetost tako, da je pri nazivni obremenitvi na sponkah spet nazivna napetost, kakor je bila v praznem teku.

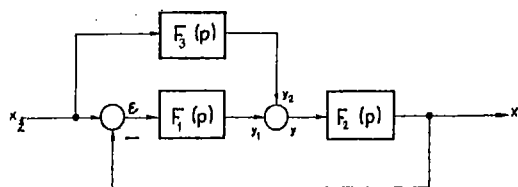
Slaba stran takega kombiniranega sistema je ta, da lahko krmilno vejo "umerimo", t.j. naravnamo le na eno delovno točko (npr. na nazivni kotvin tok v prejšnjem primeru,  $K_K = \text{konst.}$ ). V ostalih delovnih točkah pa zaradi vedno prisotnih nelinearnosti (npr.  $K_M \neq \text{konst.}$ ,  $K_S \neq \text{konst.}$ ) pri realnih sistemih pogoj po en. 3.80 ni več izpolnjen. Mimo tega ena krmilna veja za razliko od regulacijskega kroga reducira



vplive le ene same zunanje motnje.

Kombinirane sisteme imamo lahko tudi pri vođenih regulacijah (sl. 3.54). Krmilna veja je lahko groba in daje potrebno moč ( $y_2$ ), regulacijski krog pa skrbi, da se odpravijo morebitne netočnosti pri krmiljenju in prevzame tako vlogo nekakšnega nonija. Iz blokovne sheme na sl. 3.54 je

$$\mathcal{E}(p) = \frac{1 - F_2(p)F_3(p)}{1 + F_1(p)F_2(p)} \cdot X_2(p) \quad (3.81)$$



Sl. 3.54

Ponovno lahko ugotovimo, da krmilni člen  $F_3$  ne bo vplival na stabilnost regulacijskega kroga, pač pa le na napako  $\mathcal{E}$ . Iz že prej naštetih razlogov ne moremo zgraditi krmilnega člana

$$F_3(p) = \frac{1}{F_2(p)} \quad (3.82)$$

ki bi to napako  $\mathcal{E}$  povsem odpravil (dinamično in statično). Pač pa lahko spet odpravimo statično napako  $\mathcal{E}_s$ , vendar zaradi nelinearnosti v funkciji  $F_3(p)$  le v določeni delovni točki. Krmilni člen spet ne bo

popravljal napak zaradi drugih zunanjih motenj.

Za zaključek lahko ponovimo naslednje: največja prednost kombiniranih sistemov je ta, da omogočajo zmanjšanje napake  $\mathcal{E}$ , ne da bi poslabšali stabilnostne razmere. So pa kot vsi regulacijski sistemi občutljivi za nezaželene spremembe parametrov v karakteristikah posameznih členov regulacijskega kroga.

Pri sintezi regulacijskih sistemov je navadno najbolje, če gledamo na dodatno krmiljenje le kot na pomožno sredstvo, da dosežemo zaželen kompromis med točnostjo in stabilnostjo. Zato sestavimo najprej osnovni regulacijski krog in skušamo že z njim kar najbolj izpolniti postavljene zahteve in šele nato po potrebi vpeljemo še krmiljenje. Ker v praksi večinoma vse naloge uspešno izpolnimo že s samo regulacijo, so kombinirani sistemi bolj redki.

#### 4. REGULACIJSKE NAPRAVE

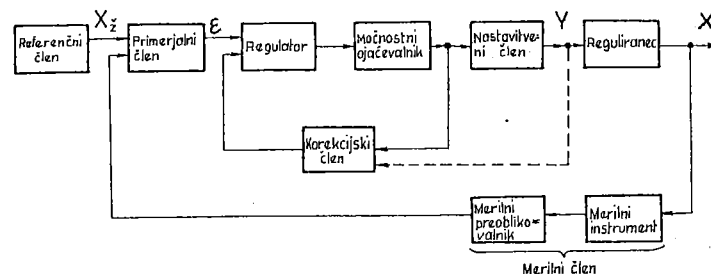
##### 4.1 Zgradba regulacijskih sistemov

Doslej smo zgradbo regulacijskih sistemov prikazovali shematično z blokovnimi diagrami, sestavne dele pa z njihovimi diferencialnimi enačbami oziroma prenosnimi funkcijami. Na ta način smo dobili zelo pregledne rezultate, številne raznovrstne naprave pa smo skrčili le na nekaj osnovnih členov. Takšna pot je zelo prikladna za analizo obstoječih regulacijskih sistemov. Če pa se znajdemo pred zahtevo projektirati in zgraditi realni regulacijski sistem, se ne moremo več ukvarjati samo z abstraktnimi bloki in prenosnimi funkcijami, temveč se moramo odločiti za naprave (aparature), ki bodo sestavljale fizikalni regulacijski sistem. Govorimo tudi o sintezi regulacijskih sistemov. K sintezi ne moremo pristopiti, če ne vemo, s kakšnimi aparaturami lahko razpolagamo, bodisi da jih sami zgradimo ali pa jih kupimo. Če bi k sintezi pristopili le matematično, ne pa tudi tehnološko, bi lahko vse regulacijske probleme stoo odstotno uspešno teoretično razrešili, saj je vedno možno najti korekcijski člen s takšno prenosno funkcijo, ki omogoča prenosno funkcijo  $H(p) = 1$  oz.

$H_M(p) = 0!$  To smo videli npr. v pogl. 3.8. Ko pa hočemo potem te korekcijske člene tehniško realizirati in iščemo ustrezne aparature, pa žal spoznamo, da jih ni mogoče dobiti. Zato je prav, da si prav na kratko ogledamo, kakšne naprave sestavljajo regulacijske sisteme in po kakšnih vidikih izbiramo te naprave. Ker so te naprave zelo raznovrstne in številne, jih vseh ni mogoče v tem okviru obravnavati, pa če bi se omejili tudi npr. le na elektriške! Zato se bomo omejili

le na opis tistih elektriških naprav, ki se v današnji praksi največ uporabljajo. Obravnavali pa bomo tudi nekaj značilnih kompletnih regulacijskih sistemov s področja elektromotorskih pogonov in elektroenergetike.

Da lahko izvedemo vse značilne naloge v regulacijskih krogih, kot so merjenje regulirane veličine, primerjanje izmerjene veličine z želeno ter povratno delovanje na regulirane, moramo imeti ustrezne naprave. Sl. 4.1 kaže regulacijski sistem tako, kot ga sestavljajo posamezne aparature, ki opravljajo svoje značilne naloge. Seveda lahko posamezni sestavni del opravlja istočasno več nalog npr. Wattov regulator na sl. 1.18 meri, primerja in regulira hkrati. Zato vseh členov, ki po svoji "funkciji" sestavljajo regulacijsko napravo na sl. 4.1, ne najdemo v vsakem regulacijskem sistemu.



Sl. 4.1

## 4.2 Merilni členi

Naloga merilnih členov v regulacijskih napravah je dajati informacijo (analogno ali digitalno) v takšni obliki, da jo lahko posreduje mo oddaljenemu primerjalnemu členu. Najprimerneje prenašamo informacijo v obliki električnih napetosti ali tokov ali pnevmatskih tlakov. To je tudi pglavitni razlog, da je velika večina merilnih členov elektriška, tudi pri merjenju neelektriških veličin. Zelo logično je, da potem to električno informacijo "obdelamo" v elektriških regulatorjih. Zato so v praksi elektriške regulacije zelo pogoste.

Pri izbiri merilnega členu moramo upoštevati naslednje:

### 1. Merilno območje.

2. Točnost merjenja. Zavedati se moramo, da ne more biti regulacija nikoli bolj točna, kot je meritev sama. Praviloma mora biti zato merilna točnost vsaj tako velika, kot je zahtevana statična točnost regulacije.

3. Frekvenčno območje. Merilni člen mora imeti vsaj tako velik frekvenčni obseg, kakršnega pričakujemo za celotni regulacijski krog. V tem frekvenčnem območju mora biti njegova frekvenčna karakteristika  $F(j\omega) = K$ .

4. Vhodna in izhodna moč. Vprašanje vhodne moči v merilni člen navadno ni težavno, saj se nahaja merilni člen na izhodu regulacijskega sistema, kjer so na voljo velike energije. Bolj zanimivo je vprašanje, kakšna naj bo izhodna moč merilnega členu. Vsekakor je odvisna od tega, koliko moči potrebuje primerjalni člen oziroma regulator. Na sploš-

no težimo vedno za tem, da odvezemamo merilnim členu čim manj moči, ker so lahko le-ti tedaj manjši, zato praviloma natančnejši, bolj linearni, hitrejši in seveda cenejši. Za ilustracijo pomislimo samo na tahometrični generator: če je le-ta neobremenjen, je inducirana napetost, ki jo dobimo na sponkah, točno proporcionalna merjenim vrtljajem. Čim bolj pa generator obremenjujemo, tem bolj odstopa napetost na sponkah od inducirane napetosti v praznem teku. Pravzaprav je za to odstopanje važna relativna obremenitev. Če bi npr. potrebovali izhodno moč 0,1 W, nazivna moč tahometričnega generatorja pa bi bila 100 W, tedaj lahko to obremenitev popolnoma zanemarimo. Je pa seveda generator za 100 W drag in ima že kar občutni vztrajnostni moment, ki bi lahko poslabšal dinamiko celotnega sistema (frekvenčni obseg).

5. Nivo motenj in njegova lega v energijskem spektru. Če ima merilni člen visok nivo motenj (npr. šumov ipd.), leži pa ta v frekvenčnem območju, ki je dosti višje od frekvenčnega območja, ki ga morajo imeti koristne informacije (meritev) na izhodu iz merilnega členu, tedaj lahko izhodno veličino dobro filtriramo in tako izločimo motnje (šume) iz merilne informacije.

Iz vsega tega sledi, da merilnih členov ne moremo izbirati ločeno od ostalih členov regulacijskega kroga, zato tudi ne moremo postaviti nekih entotnih, splošno veljavnih določil niti za izbiro merilnih členov, niti za izbiro ostalih členov, npr. primerjalnih členov, regulatorjev, nastavitvenih členov itd. Zato npr. ne smemo razumeti zahteve po majhni izhodni moči merilnih členov (točka 4) tako, da naj imajo vsi merilni členi kar najmanjšo izhodno moč oz. kar najmanjši izhodni signal. Ne, saj moramo ta šibki izhodni signal ojačevati v nadaljnjih členih (npr. v regulatorju), ki seveda prav tako tudi popačijo signal

zaradi nelinearnosti svojih karakteristik in prinašajo tudi dodatne časovne konstante ter šum v regulacijski krog. Pa tudi v dovodih med merilnim in primerjalnim členom se vtihotapijo motnje (šum), če imajo okoliške motnje približno isti energijski nivo kot šibki merilni signal.

Za zgled vzemimo merjenje kotne hitrosti  $\omega$ . Ta naloga se pogosto pojavlja pri elektromotorskih pogonih. Najboljše, ne pa tudi najcenejše, je merjenje s tahometričnim generatorjem, ki daje na sponkah enosmerno napetost  $U$  proporcionalno kotni hitrosti  $\omega$ . Enosmerno napetost izberemo zato, ker jo lahko enostavno primerjamo (gl. pogl. 4.3). Enosmerni tahometrični generatorji so ponavadi zgrajeni kot prazno tekoči enosmerni stroji s permanentnimi magneti. Glede na zahtevani obseg regulacije (npr. pri vodeni regulaciji) moramo izbrati merilno območje. Znotraj tega območja mora biti zajamčena linearna zveza  $U = K \cdot \omega$

Zahteva po točnosti merjenja je pri vseh merilnih členih na prvem mestu, saj vemo, da regulacija ne more biti bolj točna od merjenja! Pri tahometričnem generatorju vplivajo na točnost merjenja predvsem: a) velikost električne obremenitve, b) okoliška temperatura, c) staranje magnetov. O problematiki obremenitve smo spregovorili že pri zahtevah pod tč. 4. Kar zadeva okoliško temperaturo, ta največ vpliva na trajne magnetne. Zato so pri kvalitetnih tahometričnih generatorjih trajni magneti toplotno kompenzirani (npr. z magnetnimi shunti) in so umetno starani. Tako dosežemo temperaturne koeficiente  $\leq 0,005 \%/^{\circ}\text{C}$  v območju od  $0^{\circ}$  do  $+60^{\circ}\text{C}$ .

Enosmerna napetost  $U$ , ki jo daje tahometrični generator, je valovita. Izmenična komponenta napetosti, ki je superponirana enosmerni, mora imeti čim manjšo amplitudo in čim večjo frekvenco. Izmenična komponenta

se pojavlja zaradi vpliva končnega števila kolektorskih lamel, utorov in polov. Frekvence izmeničnih komponent napetosti zaradi teh vplivov so mnogokratniki frekvence, s katero se vrti rotor. Zelo neugodna pa je dodatna izmenična komponenta z osnovno frekvenco vrtenja, ki se pojavlja zaradi mehanske ali magnetne nesimetrije v tahometričnem generatorju ali kar je bolj pogosto, zaradi slabo izvedene gredne povezave med regulirancem in tahometričnim generatorjem. Izmed vseh izmeničnih komponent napetosti ima ta najnižjo frekvenco in jo zato lahko izločimo le z večjimi filtri, ki s svojimi karakterističnimi frekvencami ponavadi že segajo v frekvenčni spekter koristne informacije (velikostni razred  $\omega_{RZ}$ , gl. pogl. 3.3). Zato je treba gredno povezavo vedno zelo skrbno izvesti, da se vrti rotor enakomerno brez sunkov in mrtvih hodov.

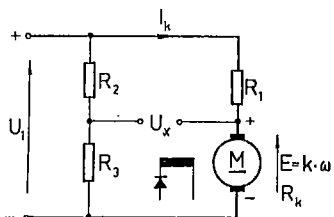
Kvalitetni tahometrični generatorji, ki izpolnjujejo vse naštetе zahteve, so relativno dragi. Njihova cena se giblje okrog 100  $\text{S}$ . Za ilustracijo podajamo podatke kvalitetnega tahometričnega generatorja "Hübner", Typ GMP 1: izhodna moč 0,01 W/1 vrt/min, maksimalna moč 30 W pri 3000 vrt/min, napaka v linearnosti pri polni moči  $< 0,5 \%$ , pri 1/10 moči  $< 0,1 \%$ , vsota vseh izmeničnih komponent  $< 0,5 \%$  enosmerne komponente (zaradi lamel  $< 0,15 \%$ , zaradi utorov  $< 0,2 \%$ , zaradi polov  $< 0,08 \%$  in zaradi vrtenja  $< 0,1$ ), temperaturni koeficient v območju  $0^{\circ}$  do  $+60^{\circ}$  je  $\leq 0,02 \%/^{\circ}\text{C}$ , napaka zaradi spreminjanja ohmske upornosti pri temperaturnih spremembah je za en velikostni razred manjša od napake zaradi segrevanja trajnih magnetov, vztrajnostni moment je  $20 \text{ kpcm}^2$ , potrebni vrtilni moment v praznem teku je 1,0 do 1,2 kpcm, cena je DM 450.

Če imamo opraviti z regulacijo hitrosti motorskih pogonov majhnih moči, je izdatek za tahometrični generator relativno velik. Večkrat škoduje tudi vztrajnostni moment tega generatorja. Zato se bomo odlo-

čili za druge, cenejše načine merjenja kotne hitrosti. To lahko storimo vedno tedaj, če ni potrebno natančno merjenje. Poglejmo si dve možnosti posrednega merjenja kotne hitrosti  $\omega$  pri reguliranem enosmernem motorju.

Kotni hitrosti  $\omega$  proporcionalno napetost  $U_x$  lahko dobimo z vezjem na sl. 4.2. Z upori  $R_1$ ,  $R_2$  in  $R_3$  ter s kotvijo enosmernega motorja napravimo električni mostič. Na eno diagonalo tega mostiča je priključena napajalna napetost  $U_1$ , na drugi diagonali pa lahko odvezemamo napetost, ki je proporcionalna kotni hitrosti  $\omega$  motorja. Za kotveni tokokrog lahko napišemo enačbo

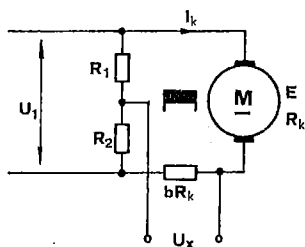
$$U_1 = K\omega + I_k(R_k + R_1) \quad (4.1)$$



Sl. 4.2

$R_k$  je ohmska upornost kotve,  $K$  pa je proporcionalnostni faktor med hitrostjo  $\omega$  in med inducirano protinapetostjo pri konstantno vzbujanem motorju. Napetost  $U_x$  je

$$U_x = - \frac{U_1 R_2}{R_2 + R_3} + I_k R_1$$



Sl. 4.3

oziroma če upoštevamo zgornjo enačbo

$$U_x = - \frac{U_1 R_2}{R_2 + R_3} + \frac{U_1 R_1}{R_1 + R_k} - \frac{K\omega R_1}{R_1 + R_k}$$

Če velja odnos

$$\frac{R_1}{R_k} = \frac{R_2}{R_3}$$

postane napetost  $U_x$  proporcionalna hitrosti

$$U_x = \frac{K R_1}{R_1 + R_k} \omega = K_1 \omega$$

Upornosti izberemo tako, da je

$$R_1 \ll R_k, \quad R_2 + R_3 \gg R_1 + R_k$$

To vezje lahko s pridom uporabimo posebno pri takšnih motorjih, ki imajo veliko razmerje kratkostičnega toka in toka praznega teka  $I_{kr}/I_0$  (vsaj  $> 1,5$ ) in čim bolj linearno karakteristiko.

Obstajajo tudi podobna mostična vezja za merjenje vrtljajev dvofaznih asinhronskih motorjev [22/.

Sl. 4.3 kaže merjenje kotne hitrosti  $\omega$  tuje vzbujanega enosmernega motorja s tako imenovano IR-kompensacijo. Upore izberemo tako, da je

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = b, \quad R_1 + R_2 \gg R_k \quad (4.2)$$

Tedaj je

$$U_1 = E + I_k R_k + b R_k I_k \quad (4.3)$$

$$E = k \varnothing \omega = K \omega; \quad \varnothing = \text{konst.} \quad (4.4)$$

$$U_x = b U_1 - b R_k I_k = b(E + b R_k I_k) \quad (4.5)$$

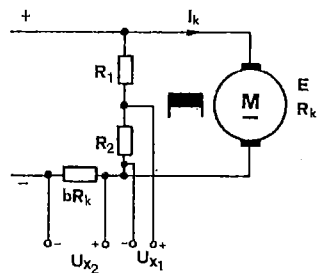
Če izberemo  $b < 0,1$ , in ker je pri motorjih v okolici nazivne hitrosti

$$\frac{E}{R_k I_k} > 10, \quad (4.6)$$

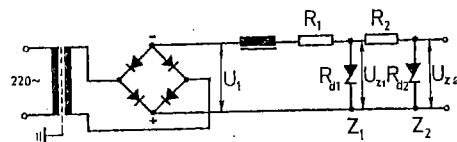
dobimo na sponkah napetost

$$U_x \approx bE = Kb\omega \quad (4.7)$$

Večje napake bi se pojavile, če ne bi bila izpolnjena neenačba 4.6, npr. pri nizkih hitrostih in nazivnih momentih. Če deluje motor tudi v tem režimu, se odločimo za vezje, ki ga kaže sl. 4.4. Pri tem vezju je



Sl. 4.4



Sl. 4.5

razlika

$$U_{x1} - U_{x2} = K b \omega \quad (4.8)$$

točno proporcionalna hitrosti. Nerodno je le to, da sta napetosti  $U_{x1}$  in  $U_{x2}$  galvanško povezani in njune razlike ne moremo dobiti z galvan-skim odštevanjem. Lahko pa ti dve napetosti peljemo npr. na dva nas-protna vhoda diferencialnega tranzistorskega ojačevalnika ali v dve ločeni krmilni navitji magnetnega ojačevalnika.

Enačbi 4.7 in 4.8 veljata le v primeru, da je fluks  $\varnothing$  konstanten (en. 4.4). Reakcija kotve zato v obeh primerih zmanjšuje točnost mer-jenja! Ta vpliv lahko deloma kompenziramo z "razglasitvijo" razmerja uporov  $R_1$  in  $R_2$ .

Vpliv nihanja omrežne napetosti na točnost merjenja pri usmerniš-kih pogonih uspešno zmanjšujemo, če priključimo usmernika za kotvino in vzbujalno napetost na isto fazo.

V odvisnosti od izvedbe motorja in režima obratovanja lahko z opi-sanimi tremi vezji merimo z napakami manjšimi od 3 do 5 %.

### 4.3 Referenčni členi

Pri regulacijah z elektriškimi členi uporabljamo za referenčne čle-ne skoraj izključno tako imenovane referenčne Zenerjeve diode. Njihova izhodna napetost in moč povsem ustrezata tranzistorskim regulatorjem, ki so prav tako nepogrešljiv standardni element v modernih regulacij-skih sistemih. Referenčne diode so odporne proti vplivom staranja in so zelo neobčutljive za spremembe temperature. Temperaturni napetostni

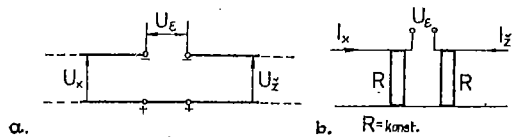
koeficient standardnih izvedb referenčnih Zenerjevih diod je manjši od 2 do  $5 \cdot 10^{-5}/^{\circ}\text{C}$ . Vplive sprememb napajalne napetosti ( $U_1$  na sl. 4.5) na stabilizirano (izhodno, Zenerjevo) napetost  $U_Z$  zmanjšamo s kaskadno vezavo (sl. 4.5). Priporočljiva razmerja napetosti so

$$\frac{U_1}{U_{z1}} = \frac{U_{z1}}{U_{z2}} = 3$$

#### 4.4 Primerjalni členi

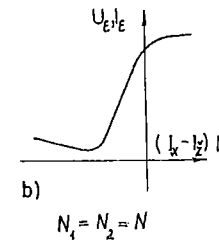
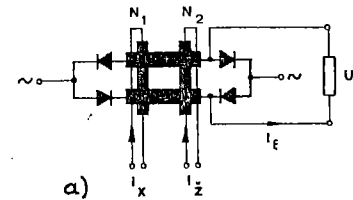
Merjeno in želeno vrednost regulirane veličine oziroma njuni analogni vrednosti, ki sta največkrat v obliki enosmerne napetosti, primerjamo v primerjalnem členu ali pa kar neposredno v regulatorju. V tem primeru ni posebnega primerjalnega člena.

Enosmerni napetosti ali toka lahko zelo enostavno primerjamo, če ju galvanško spojimo (sl. 4.6a,b). Lahko pa se zgodi, da sta napetosti

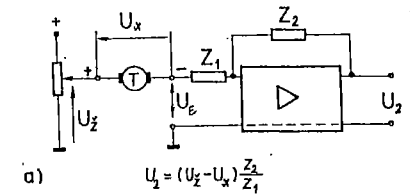


Sl. 4.6

$U_x$  in  $U_z$  ali toka  $I_x$  in  $I_z$  na različnih potencialih in ju ne moremo galvanško primerjati. Galvanško ločeno primerjanje imamo velikokrat pri magnetnih ojačevalnikih (sl. 4.7), kjer tečeta toka  $I_x$  in  $I_z$  po



Sl. 4.7



b)  $U_2 = U_z \frac{Z_2}{Z_1} - U_x \frac{Z_2}{Z_1^2}$  oz.  $U_2 = (U_z - U_x) \frac{Z_2}{Z_1}$ , če je  $Z_1' = Z_1'' = Z_1$

Sl. 4.8

dveh galvanško ločenih krmilnih navitjih in je primerjava elektromagnetna. Razlika ampernih ovojev krmili izhodno napetost  $U_e$  iz magnetnega ojačevalnika (sl. 4.7b). V tem primeru nimamo posebnega primerjalnega člena, temveč prevzame nalogo primerjanja že kar regulator, t.j. magnetni ojačevalnik.

Podobne razmere dobimo tudi pri tranzistorjskih regulatorjih. Tranzistorjskemu regulatorju lahko pripeljemo na vhod razliko želene  $U_z$  in merjene  $U_x$  napetosti (sl. 4.8a) ali pa pripeljemo vsako od teh napetosti ločeno in z nasprotno polariteto na oba vhoda regulatorja (sl. 4.8b). V obeh primerih dobimo na izhodu regulatorja napetost  $U_2 = (U_z - U_x) Z_2 / Z_1$  (gl. pogl. 4.5). V praksi se raje poslužujemo možnosti na sl. 4.8b, ker lahko v tem primeru en pol obeh napetosti  $U_z$  in  $U_x$  ozemljimo. To ugodno vpliva na odpravljanje motenj ("brum") v signalih  $U_x$  in  $U_z$ .

#### 4.5 Regulatorji

V sodobnih regulacijskih napravah nahajamo največ elektriške regulatorje. Za to sta dva poglavitna razloga: prvič, ker merimo tudi večino neelektriških veličin (npr. temperaturo, svetlobo, debelino itd.) z elektriškimi merilnimi instrumenti, ki imajo elektriško izhodno veličino, drugič pa zato, ker elektriškim regulatorjem razmeroma lahko damo dinamične in statične karakteristike, kakršne potrebujemo za optimalno regulacijo.

Od elektriških regulatorjev uporabljamo mimo nekaterih elektromehanskih največ tranzistorske regulatorje. Zato si bomo to vrsto regulatorjev nekoliko poglobljevali.

##### 4.5.1 Tranzistorski regulatorji

Tranzistorske regulatorje dobimo, če opremimo enosmerne tranzistorske ojačevalnike s povratnimi zvezami. Ti ojačevalniki morajo imeti zadosti veliko ojačenje, da lahko uporabimo princip negativne povratne zveze. Idealni tranzistorski ojačevalnik, ki ga shematično kaže sl. 4.9, bi imel naslednje podatke:

1. Neskončno veliko negativno napetostno ojačenje  $A = \Delta U_2 / \Delta U_1 = -\infty$ .

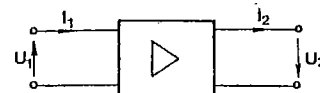
2. Fazni zasuk točno  $180^\circ$ , neodvisen od krožne frekvence  $\omega$ , kar pomeni, da ojačevalnik nima lastnih časovnih konstant.

3. Neskončno veliko vhodno impedanco  $Z_v = \Delta U_1 / \Delta I_1 = \infty$ .

4. Izhodno impedanco nič  $Z_1 = \Delta U_2 / \Delta I_2 = 0$ .

5. Neskončno veliko maksimalno izhodno napetost  $U_{2max} = \pm \infty$ .

Realni enosmerni ojačevalniki seveda ne izpolnjujejo teh pogojev. Pri njih je napetostno ojačenje velikostnega razreda nekaj  $10^3$ , frek-

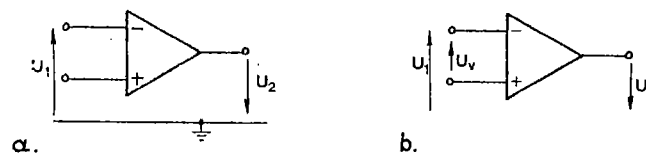


Sl. 4.9

venčna meja  $f_{3dB}$  je velikostnega razreda nekaj 10 do nekaj 100 kHz, vhodna impedanca je velikostnega razreda nekaj ohmov do nekaj k $\Omega$ . Mimo tega so realni enosmerni ojačevalniki podvrženi

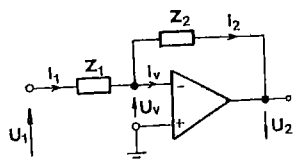
toplotnemu driftu, ki znaša pri kvalitetnih operacijskih ojačevalnikih manj od 1 do 10  $\mu V/^\circ C$ . Maksimalne izhodne napetosti so od 10 V do 100 V, maksimalni izhodni toki pa nekaj mA do nekaj deset mA.

Operacijske enosmerne ojačevalnike rišemo ponavadi z dvopolno shemo (sl. 4.10a), pri čemer "zemlje", na katere potencial nič se nanašata vhodna  $U_1$  in izhodna  $U_2$  napetost, ne rišemo posebej (sl. 4.10b). Ojačevalnik na sl. 4.10b ima dva vhoda: vhod minus ("invertirani") in vhod plus ("neinvertirani").

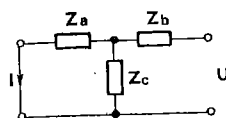


Sl. 4.10





Sl. 4.11



Sl. 4.12

Sl. 4.11 kaže s povratno zvezo opremljen enosmerni ojačevalnik, za katerega veljajo enačbe

$$U_2 = A U_V \quad \text{oziroma} \quad U_V = \frac{U_2}{A} \quad (4.9)$$

$$I_V = \frac{U_V}{Z_V} \quad (4.10)$$

$$I_1 = I_2 + I_V \quad (4.11)$$

Če upoštevamo, da je  $A = -\infty$ , je napetost  $U_V = 0$  in je invertirani vhod na potencialu nič. Zato in pa zaradi  $Z_V = \infty$  je tudi tok  $I_V = 0$ . Potemtakem je

$$I_2 = I_1 \quad (4.12)$$

oziroma

$$\frac{U_1}{Z_1} = \frac{U_2}{Z_2} \quad (4.13)$$

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2}{Z_1}$$

Impedanci  $Z_2$  in  $Z_1$  sta sestavljeni iz pasivnih električnih R in C elementov. Če uporabimo v elektrotehniko udomačeno pisavo  $Z_C = 1/j\omega C$ , je en. 4.13

$$\frac{U_2(j\omega)}{U_1(j\omega)} = \frac{Z_2(j\omega)}{Z_1(j\omega)}$$

in ob upoštevanju, da je  $j\omega = p$

$$F(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} \quad (4.14)$$

$F(p)$  je prenosna funkcija tranzistorskega regulatorja, t.j. enosmerne- ga ojačevalnika, ki je opremljen z impedancama  $Z_2$  in  $Z_1$  po sl. 4.11. S primerno izbiro impedanc lahko realiziramo različne vrste regulatorjev. Tabela 4 kaže te regulatorje. Njihove prenosne funkcije so bile izračunane ob predpostavki, da je tranzistorski regulator idealen. Že bežen pogled na prenosni funkciji PD-regulatorja po 2. varianti in PID-regulatorja pove, da bodo realne razmere drugačne, saj neskončnih amplitud in neskončno hitrih prehodov v praksi nimamo!

Podobno kot smo izpeljali prenosno funkcijo  $F(p)$  (en. 4.14) za primer idealnega ojačevalnika, lahko to storimo tudi za realni ojačevalnik, da  $A \neq -\infty$ ,  $R_V \neq \infty$  in  $R_I \neq 0$  /7/. Izkaže pa se, da je vpliv napetostnega ojačenja A na prenosno funkcijo realnega regulatorja največji in da so pri pogoju  $A \rightarrow -\infty$  vsi ostali vplivi zelo majhni. Zato poiščimo splošno enačbo ob pogoju, da je  $|A| \ll \infty$ ,  $R_V = \infty$  in  $R_I = 0$ . S sl. 4.11 je ob upoštevanju smeri puščic

$$U_2 = A U_V$$

$$I_2 = I_1$$

$$\frac{U_1 - U_V}{Z_1} = \frac{U_2 + U_V}{Z_2}$$

TABELA 4

Vrsta regulat.	Vezava	Prenosna funkcija $F(p) = U_2(p)/U_1(p)$	Konstante	Prehodna funkcija $U_2(t), U_1 = 1$
1 P-regulator		K	$K = \frac{R_2}{R_1}$	
2 I-regulator		$\frac{1}{pT_i}$	$T_i = RC$	
3 D-regulator		$K \frac{pT_d}{1 + pT_d}$	$K = \frac{R_2}{R_1}$ $T_d = R_1 C$	
4 PI-regulator		$K \frac{1 + pT_{ip}}{pT_{ip}}$	$K = \frac{R_2}{R_1}$ $T_{ip} = R_2 C$ $T_i = T_{ip}/K = R_1 C$	
5 PD-regulator (1. varianta)		$K \frac{1 + pT_d}{1 + pT_d}$	$K = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ , $T_d = R_2 C$ $T_d = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} C$	
6 PD-regulator (2. varianta)		$K(1 + pT_d)$	$K = \frac{2R_2}{R_1}$ , $T_d = \frac{R_2}{2} C$	
7 PID-regulator		$K \frac{(1 + pT_{ip})(1 + pT_{dp})}{pT_{ip}}$	$K = \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2}$ , $T_{ip} = (R_2 + R_3) C_1$ $T_{dp} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} C_2$ Pogoj: $R_2 \gg R_3$	

in

$$\frac{U_2}{U_1} = \frac{Z_2}{Z_1} \frac{1}{1 + \frac{Z_1 Z_2}{A Z_1}} = \frac{Z_2}{Z_1} K \quad (4.15)$$

$$K = \frac{1}{1 + \frac{Z_1 + Z_2}{A Z_1}} \quad (4.16)$$

Prenosna funkcija je

$$F(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{Z_2(p)}{Z_1(p)} \cdot K(p) \quad (4.17)$$

Na osnovi te enačbe izračunajmo prenosno funkcijo realnega PD-regulatorja, ki ima povratno zvezo, kot jo kaže 2. varianta v tabeli 4. Impedanci sta:

$$Z_1 = R_1$$

Impedanca  $Z_2$  pa je pravzaprav impedanca četveropola (sl. 4.12)

$$Z = \frac{U}{I} = \frac{Z_a Z_b + Z_b Z_c + Z_c Z_a}{Z_c} \quad (4.18)$$

oziroma v našem primeru

$$Z_2 = 2R_2(1 + p \frac{R_2}{2} C); \quad p = j\omega$$

Če ostavimo ti dve impedanci v en. 4.17, dobimo

$$F(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{2R_2}{R_1} (1+p \frac{R_2}{2} C) \frac{1}{1 + \frac{R_1 + 2R_2(1+pR_2/2C)}{AR_1}}$$

$$= \frac{2R_2}{R_1} (1+p \frac{R_2}{2} C) \frac{1}{1 + \frac{1}{A} + \frac{2R_2}{AR_1} + p \frac{R_2^2 C}{R_1 A}}$$
(4.19)

Ker je  $1/A \ll 1$  in ponavadi tudi  $2R_2/AR_1 \ll 1$ , je končno

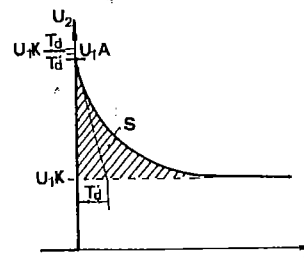
$$F(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{2R_2}{R_1} \frac{1+p \frac{R_2}{2} C}{1+p \frac{R_2^2 C}{R_1 A}}$$
(4.20)

$$F(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = K \frac{1+pT_d'}{1+pT_d}$$
(4.21)

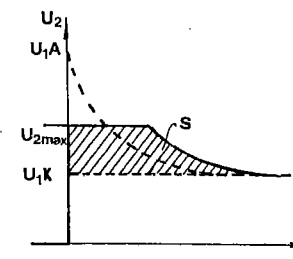
$$K = \frac{2R_2}{R_1}$$
(4.22)

$$T_d = \frac{R_2}{2} C, \quad T_d' = \frac{R_2^2 C}{R_1 A}$$
(4.23)

$T_d'$  je parazitna časovna konstanta PD-regulatorja in je  $T_d' \ll T_d$ . Prehodno funkcijo realnega PD-regulatorja kaže sl. 4.13. Prednost te vezave nasproti vezavi po varianti 1 je v tem, da na vходу ni kondenzatorja, preko katerega tako rade prihajajo visokofrekvenčne motnje, ki jih vsebuje koristen signal (npr. brum!). Še pomembnejša prednost te vezave v primerjavi z varianto 1 pa je v tem, da zmerno prekrmiljenje izhoda bistveno ne zmanjša diferencialnega prispevka (šrafirana plos-



Sl. 4.13



Sl. 4.14

kev S na sl. 4.13). Velikost te ploskve lahko izračunamo ob upoštevanju eksponentialne krivulje upadanja

$$S = U_1 \int_0^{\infty} \left( K \frac{T_d}{T_d} - K \right) e^{-\frac{t}{T_d}} dt =$$

$$= U_1 K \left( \frac{T_d}{T_d} - 1 \right) T_d' = U_1 K (T_d - T_d') \quad (4.23a)$$

Če bi zaradi prevelike amplitude  $U_1$  vhodne skočne napetosti prekrmilili izhod

$$U_1 A > U_{2max}$$

pri čemer je  $U_{2max}$  maksimalna izhodna napetost enosmernega ojačevalnika, diferencialni prispevek prehodne funkcije ne bi potekal po črtkani krivulji v sl. 4.14, temveč bi se povečalo trajanje tako, da se ohrani velikost ploskve S ustrezno en. 4.23a! To je zelo pomembno, da ohranimo delovanje diferencialne komponente. Šele ko se proporcionalna komponenta  $U_1 K_1$  približuje vrednosti  $U_{2max}$ , se začenja ploščina S zmanjševati in pri  $U_1 K_1 \sim U_{2max}$  povsem izgine.

Ima pa vezava PD-regulatorja po varianti 2 v primerjavi z varianto 1 (gl. Tabela 4) to slabo stran, da enosmerni ojačevalniki kaj radi zanihajo, kar lahko le s težavo preprečimo. Zato se vezava po varianti 1 v praksi vseeno veliko uporablja.

Nekoliko podrobneje si pogledjmo še prenosno funkcijo PID-regulatorja, ki jo vsebuje tabela 4. Ker mora pri PID-regulatorjih obstajati odnos

$$T_{ip} \gg T_{dp} \quad (4.24)$$

lahko en. 4.25

$$F(p) = K \frac{(1+pT_{ip})(1+pT_{dp})}{pT_{ip}} \quad (4.25)$$

napišemo tudi v obliki

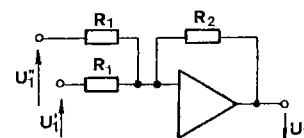
$$F(p) \doteq K \left( 1 + \frac{1}{pT_{ip}} + pT_{dp} \right) = K + \frac{1}{pT_i} + pT_d \quad (4.26)$$

$$T_{ip} = T_i K, \quad T_{dp} = \frac{T_d}{K} \quad (4.27)$$

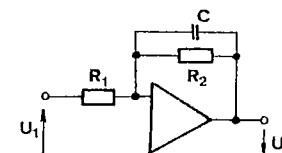
En. 4.25 res additivno združuje vse tri osnovne vrste regulatorjev! Podobno se lahko o tem prepričamo tudi pri PI- in PD-regulatorju.

Enosmerni ojačevalnik lahko opremimo še z vezjem, ki ga kaže sl. 4.15. Z njim lahko seštevamo dve napetosti  $U_1'$  in  $U_1''$ , ki ju pripekljemo na dva ločena vhoda ojačevalnika

$$U_2 = (U_1' + U_1'') \frac{R_2}{R_1} \quad (4.28)$$



Sl. 4.15



Sl. 4.16

Čim večja sta upora  $R_1$ , tem manjši je medsebojni vpliv obeh vhodnih napetosti.

Z vezjem na sl. 4.16 dobimo prenosno funkcijo člena prvega reda

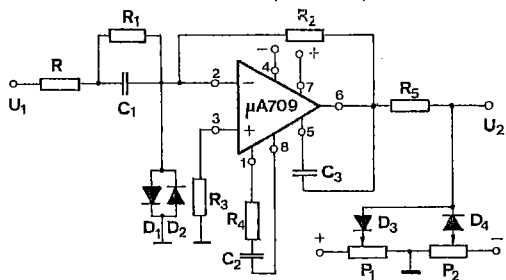
$$F(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{K}{1+pT} \quad (4.29)$$

$$K = \frac{R_2}{R_1}, \quad T = R_2 C$$

Uporabljamo ga kot aktivni nizkopasovni filter. Večkrat vežemo tudi upor  $R_2$  pri P-regulatorju paralelno majhen  $C$ , da "mimogrede" filtriramo nezaželene visoke frekvence, ki jih vsebuje koristen signal  $U_1$ .

Sl. 4.17 kaže kompletno vezavo tranzistorskega PD-regulatorja z enosmernim integriranim ojačevalnikom  $\mu A 709$ . Ta ojačevalnik ima naslednje značilne podatke:

Faktor napetostnega ojačenja	$A = 45.000$
Vhodna notranja upornost	$Z_V = 400 \text{ k}\Omega$
Izhodna notranja upornost	$Z_I = 150 \Omega$
Temperaturni drift	$< 3 \mu V/^{\circ}C$
Vpliv spremembe napajalne napetosti	$25 \mu V/V$
Napajalna napetost	$\pm 9 \text{ do } \pm 15 \text{ V}$
Maksimalna izhodna napetost	$\pm 6 \text{ do } \pm 14 \text{ V}$
Maksimalni izhodni tok približno	$5 \text{ mA}$



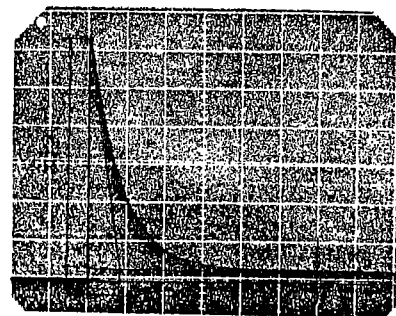
Sl. 4.17

Elementi  $C_2$ ,  $C_4$  in  $R_4$  rabijo za frekvenčno kompenzacijo ojačevalnika, z uporabo  $R_3 = R_2(R+R_1)/(R_2+R+R_1)$  pa vežemo neinvertirani vhod na zemljo. Z napetostnima padcema na potenciometroma  $P_1$  in  $P_2$  predpolariziramo diodi  $D_3$  in  $D_4$  v zaporni smeri in tako po želji omejimo maksimalni velikosti izhodne napetosti v plus in minus smeri (gl. sl. 4.31, 6.90). Diodi  $D_1$  in  $D_2$  rabita za napetostno zaščito vhoda, upor  $R_5 = 200 \Omega$  pa za tokovno zaščito izhoda ojačevalnika.

Z elementi  $R = 4 \text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = 1 \text{ M}\Omega$  in  $C_1 = 1 \mu F$  dosežemo prenosno funkcijo PD-regulatorja (gl. vrstico 5 v Tabeli 4, str. 204).

$$F(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = K \frac{1+pT_d}{1+pT_d}$$

pri čemer so konstante  $T_d = 0,1 \text{ s}$ ,  $T_d' = 3,8 \text{ ms}$ ,  $K = 9,6$ . Sl. 4.18 kaže prehodno funkcijo PD-regulatorja s sl. 4.17 z navedenimi parametri in  $\Delta U_1 = 50 \text{ mV}$ . Iz tega oscilograma je lepo razviden P- in D-prispevek ter parazitna časovna konstanta  $T_d'$ . Maksimalna izhodna napetost ojačevalnika je bila  $\pm 13,6 \text{ V}$ . Primerjamo lahko računске in izmerjene vrednosti ploščine  $S$  (gl. sl. 4.13): Izračunana vrednost po en. 4.23a je  $S = 0,0462 \text{ Vs}$ , izmerjena pa  $S = 0,05 \text{ Vs}$ . Parazitna časovna konstanta  $T_d' = 3,85 \text{ ms}$  oziroma izmerjena  $T_d' = 4,0 \text{ ms}$ . Maksimalna amplituda  $12,5 \text{ V}$  ustreza računski vrednosti  $U_1 R_2 / R$ .



Sl. 4.18

merilo na x-osi:  $5 \text{ ms/delec}$   
 merilo na y-osi:  $2 \text{ V/delec}$   
 $U_1 \frac{R_2}{R} = 12,5 \text{ V} < U_{2\text{max}} = 13,6 \text{ V}$

Sl. 4.19 kaže prehodno funkcijo istega regulatorja z istimi podatki, le da smo povečali amplitudo vhodne funkcije od  $\Delta U_1 = 50 \text{ mV}$  na  $\Delta U_1 = 100 \text{ mV}$ . Ker je v tem primeru  $U_1 \frac{R_2}{R} > U_{2\text{max}}$ , je diferencialni

prispevek "porezan" na maksimalni amplitudi  $U_{2max}$ . Zaradi  $U_1 K \ll U_{2max}$  se računski in izmerjena ploščina  $S$  v tem primeru še dobro ujemata ( $S = 0,0924$  Vs oziroma  $S = 0,0899$  Vs).



Sl. 4.19

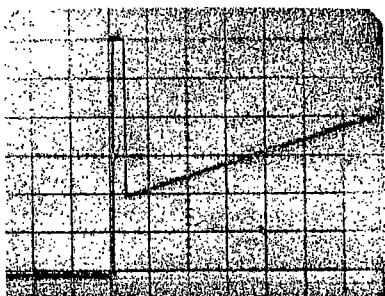
merilo na x-osi: 5 ms/delec  
 merilo na y-osi: 2,27 V/delec  
 $U_1 \frac{R_2}{R} = 25 \text{ V} > U_{2max} = 13,6 \text{ V}$

Sl. 4.20 kaže prehodno funkcijo PID-regulatorja, ki smo ga dobili tako, da smo realizirali vezje tč. 7 Tabele 4 na opisanem ojačevalniku  $\mu A 709$ . Z elementi

$$R_1 = 10 \text{ k}\Omega \quad R_2 = 100 \text{ k}\Omega \quad R_3 = 100 \text{ k}\Omega$$

$$C_1 = 1 \text{ }\mu\text{F} \quad C_2 = 1 \text{ }\mu\text{F}$$

smo določili konstante  $K = 20$ ,  $T_{ip} = 0,2 \text{ s}$ ,  $T_{dp} = 50 \text{ ms}$



Sl. 4.20

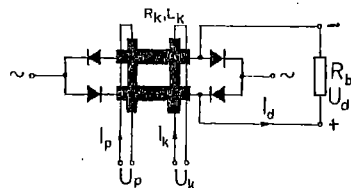
merilo na x-osi: 50 ms/delec  
 merilo na y-osi: 2,27 V/delec  
 $U_1 = 155 \text{ mV}$

#### 4.5.1 Transduktorski regulatorji

Zaradi enostavne zgradbe, mehanske in temperaturne neobčutljivosti, dolge življenjske dobe, nobenih zahtev po vzdrževanju, dobro konstantnih karakteristik ter zaradi takojšnje pripravljenosti za obratovanje, so pred nekako dvajset- do tridesetimi leti veliko uporabljali magnetne ali transduktorske regulatorje. Praviloma so bili uporabljani kot P-regulatorji in so se korekcije opravljale s paralelnimi korekcijskimi členi (gl. sl. 1.19a). Šele ko se je dodobra razvila tranzistorska tehnika, so ti regulatorji izgubili na veljavi. Njihova pglavitna slabost je razmeroma velika lastna časovna konstanta, ki je velikostnega razreda 100 ms (pri  $f = 50 \text{ Hz}$ ). Moderne regulacije potrebujejo namreč hitrejše regulatorje! Druge slabosti so še: velika teža in dimenzije, relativno velika potrebna vhodna moč, precejšnja nelinearnost statičnih karakteristik in slaba možnost spreminjanja parametrov že zgrajenim transduktorjem. Vse to je razlog, da v modernih regulacijskih sistemih transduktorskih regulatorjev ne zasledimo več. Ker pa se še vedno nahaja v pogonu veliko starejših regulacij s transduktorji, je prav, da si na kratko pogledamo pglavitne karakteristike teh regulatorjev. Za podrobnejši študij priporočamo literaturo /7, 23, 24/.

Sl. 4.21 kaže shemo enofaznega transduktorja v mostični vezavi. S krmilno napetostjo  $U_k$  oziroma krmilnim tokom  $I_k$  skozi eno od krmilnih navitij vplivamo na velikost izhodne napetosti  $U_d$ . Statično karakteristiko takega ojačevalnika smo videli že na sl. 4.7b. Izkoriščamo strmi linearni del te karakteristike.

Napetostno ojačenje pri konstantni izmenični napajalni napetosti in konstantnem bremenskem uporju definiramo z



Sl. 4.21

$$A_u = \frac{\Delta U_d}{\Delta U_k} \quad (4.30)$$

močnostno ojačenje pa z

$$A_p = \frac{\Delta I_d^2 R_b}{\Delta I_k^2 R_k} \quad (4.31)$$

Razmerje med  $A_p$  in med električno časovno konstanto krmilnega tokokroga  $T_k = L_k/R_k$  imenujemo dinamično ojačenje  $A_d$

$$A_d = \frac{A_p}{T_k} \quad (4.32)$$

Ta kvocient je merilo za kvaliteto transduktorja in se ne spreminja, četudi vključujemo v krmilni tokokrog transduktorja dodatne ohmske upore zaradi zmanjševanja časovne konstante krmilnega navitja.

Ker imajo transduktorji ponavadi več ločenih krmilnih navitij, ki rabijo še za nastavljanje delovne točke, za povratne zveze ipd., moramo pri izračunu rezultirajoče časovne konstante  $T_{kr}$  transduktorja upoštevati časovne konstante  $T_{ki}$  vseh navitij, pri čemer lahko z dobro natančnostjo izračunamo nadomestno (rezultirajočo) konstanto  $T_{kr}$  n-krmilnih navitij

$$T_{kr} \doteq \sum_{i=1}^n T_{ki} \quad (4.33)$$

Iz te enačbe vidimo, da ne moremo zmanjšati nadomestne časovne konstante, če zmanjšujemo le časovno konstanto v glavnem (enem) krmilnem navitju (npr. s povečevanjem  $R_k$ ), časovnih konstant ostalih krmilnih navitij pa ne!

Transduktorje lahko prikažemo z naslednjo prenosno funkcijo

(sl. 4.21)

$$F(p) = \frac{U_d(p)}{U_k(p)} = \frac{A_u}{1+pT_{kr}} e^{-pT_m} \quad (4.34)$$

Časovna konstanta  $T_m$

$$T_m \doteq \frac{1}{2fp} \quad (4.35)$$

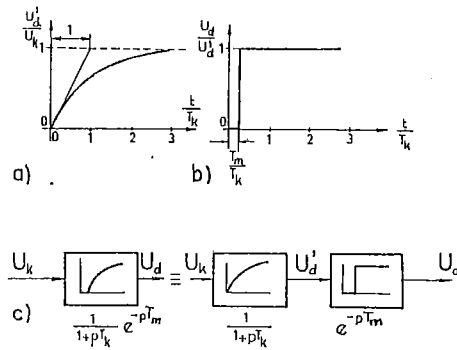
upoštevata nekontinuirno delovanje transduktorjev, pri čemer je "p" število pulsov usmerjene izhodne napetosti, f pa frekvenca napajalne napetosti. Pri vezavi s sl. 4.21 je  $p = 2$ , pri trifaznih mostičnih vezavah pa  $p = 6$ . En. 4.34 prikazuje transduktor kot serijsko vezavo členu prvega reda in členu z mrtvim časom (sl. 4.22). Ker je ponavadi

$$T_m \ll T_k \quad (4.36)$$

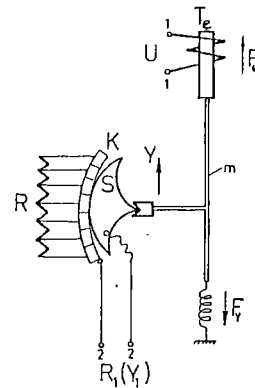
računamo kar s prenosno funkcijo

$$F(p) = \frac{U_d(p)}{U_k(p)} \doteq \frac{A_u}{1+pT_{kr}} \quad (4.37)$$

Če hočemo imeti zelo majhno časovno konstanto  $T_k$  in veliko ojačenje  $A_p$  oz.  $A_u$ , tedaj vežemo ponavadi dva transduktorja zaporedno, tako da napaja izhod prvega krmilno navitje drugega. Tedaj govorimo o dvostopenjskem ojačevalniku. Prednost te vezave je v tem, ker se ojačeni množita  $A_{u1} \cdot A_{u2}$ , časovni konstanti pa ne (gl. pogl. 2.5.1). Zato pač pridobimo več na skupnem ojačenju kot izgubimo na hitrosti! Več kot dveh stopenj ne uporabljamo, ker bi se začela uveljavljati nadomestna časovna konstanta  $T_m'$ .



Sl. 4.22



Sl. 4.23

V pogl. 4.6.2 in 4.7 je prikazanih nekaj regulacijskih sistemov s transduktorskimi regulatorji.

#### 4.5.3 Elektromehanski regulatorji

Podobno kot transduktorski sodijo tudi elektromehanski regulatorji v zgodovino. Edina izjema je napetostna regulacija sinhronskih generatorjev, kjer nekatere tvrdke še sedaj dobavljajo takšne regulatorje. Poglavitni vzrok temu je mimo tradicije dejstvo, da so ti "napetostni" regulatorji tehnološko dozoreli, preizkušeni in zanesljivi. Počasnost njihovega delovanja spričo velikih lastnih časovnih konstant generatorjev ne pride do izraza.

Poglavitni predstavniki elektromehanskih regulatorjev so vibracijski, valjni in z ogljenim stebrom. Prva dva sta se pod imenom Tirrilov oz. segmentni (BBC, AEG, Siemens) regulator uveljavila v elektroenerge-

tiki, tretji pa pod imenom Pintsch pri razsvetljavi železniških vagonov. Shemo in opis delovanja Tirrilovega regulatorja smo videli na sl. 1.11 v pogl. 1.3.3. Delovanje valjčnega regulatorja pa kaže sl. 4.23: princip je v tem, da potrebujemo zaradi majhnega trenja kotaljenja (namesto drsenja) le majhne moči na tuljavi, ki premika segmente in spreminja v odvisnosti od napetosti  $U$  upornost  $R_1$ .

#### 4.6 Močnostni ojačevalniki

Močnostni ojačevalniki so proporcionalni členi, ki ponavadi sledijo regulatorjem. Ti ojačevalniki močnostno ojačujejo šibke izhodne signale iz regulatorjev. To velja zlasti za regulacije s tranzistorskimi regulatorji, katerih izhodni signali so ponavadi moči reda nekaj deset mW.

Podobno kot regulatorji so lahko tudi močnostni ojačevalniki zelo raznovrstni glede fizikalnega principa delovanja in tehniške izvedbe. Zaradi omejenega obsega bomo opisali le dve vrsti najpomembnejših električnih močnostnih ojačevalnikov: krmiljene usmernike in elektrodinamične ojačevalnike.

##### 4.6.1 Krmiljeni usmerniki

Krmiljena usmerniška vezja imajo od vseh močnostnih ojačevalnikov daleč najugodnejše razmerje med močnostnim ojačenjem in med hitrostjo delovanja. V sodobnih vezjih se nahajajo kot elementi le še tiristorji, medtem ko živosrebrovih, tiratronskih in ignitronskih ventilov zaradi poznanih slabosti ne uporabljamo več /25, 26, 27, 28/.



Uporabljamo standardna usmerniška vezja, ki so poznana iz energetske usmerniške tehnike. Pri izbiri vezja so odločilni namen uporabe, smer pretakanja energije, obseg krmiljenja, izhodna moč, hitrost delovanja itd. Ker ta vrsta močnostnih usmernikov prevladuje v sodobnih regulacijskih napravah, mora regulacijski tehnik zelo dobro poznati področje močnostnih krmiljenih usmernikov! To znanje od bralca predpostavljamo!

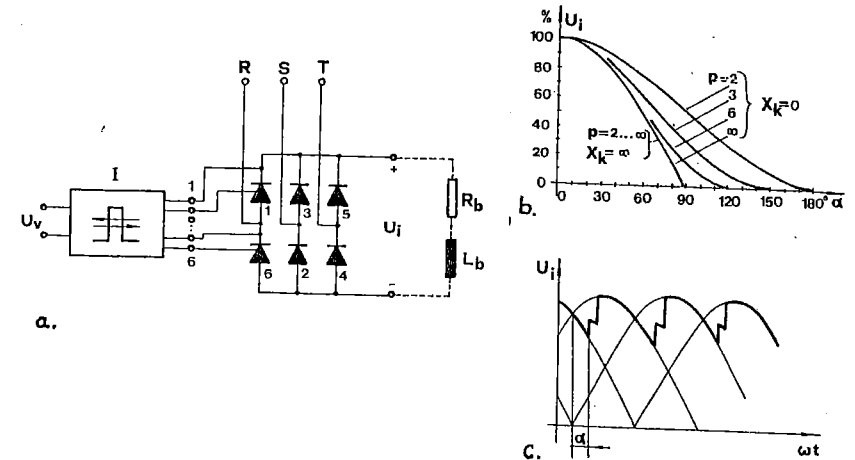
Usmerniška vezja s tiristorji krmilimo s tranzistorskimi impulznimi krmilnimi napravami (impulzniki), ki v odvisnosti od enosmerne vhodne napetosti  $U_v$  premikajo lego  $\alpha$  vžignih impulzov relativno na anodno napetost. Potrebna krmilna (vhodna) moč je velikostnega razreda 1 mW in jih zato lahko neposredno priključimo na izhod tranzistorskih regulatorjev. Ponavadi je statična karakteristika krmilne enote (impulznika) linearna

$$\alpha = K \cdot U_v \quad (4.38)$$

Impulznik tvori skupaj z usmerniškim vezjem enoto, t.j. močnostni ojačevalnik. Statična karakteristika usmerniškega vezja, ki podaja zvezo med lego  $\alpha$  vžignih impulzov in izhodno napetostjo usmernika  $U_i$ , je nelinearna ter je odvisna od vezja in od vrste bremena. Zato statična karakteristika takega močnostnega ojačevalnika

$$U_i = f(U_v) \quad (4.39)$$

ni linearna. Sl. 4.24a kaže zgled trifaznega mostičnega usmerniškega vezja z impulznikom I, sl. 4.24b pa statično karakteristiko  $U_i = f(U_v)$ , t.j. odvisnost srednje vrednosti usmerjene napetosti  $U_i$  od krmilne napetosti  $U_v$ . Na sl. 4.24c vidimo trenutne vrednosti napetosti  $U_i$ . Brez upoštevanja kota prekrievanja ob komutaciji prevaja posamezni ventil v



Sl. 4.24

vezju

$$q = \frac{2\pi}{p} \quad (4.40)$$

pri čemer smo s "p" označili število pulsov ( $p = 6$  na sl. 4.24). Zaradi poznane fizikalnega delovanja ventilov s premikom lege  $\alpha$  krmilnih impulzov ne moremo trenutno vplivati na velikost enosmerne napetosti. Pojavi se nekakšen mrtvi čas  $T_m$ , katerega statistično srednjo vrednost lahko izračunamo z

$$T_m = \frac{1}{2pf} \quad (4.41)$$

Potemtakem lahko prenosno funkcijo usmerniškega močnostnega ojačevalnika aproksimiramo z

$$F(p) = \frac{U_i(p)}{U_v(p)} = A_u e^{-pT_m} \quad (4.42)$$

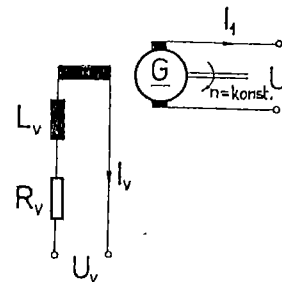
$A_u$  je faktor napetostnega ojačenja in ga lahko odčitamo na statični karakteristiki (gl. sl. 4.24b). Zaradi nelinearnosti moramo to karakteristiko linearizirati ob predpostavki majhnih odstopanj iz delovne točke (gl. pogl. 2.6). Zato in pa zaradi dejstva, da je časovna konstanta  $T_m$  praviloma majhna v primerjavi s poglobitnimi časovnimi konstantami v regulacijskem sistemu, lahko usmerniške močnostne ojačevalnike obravnavamo kot kvazizvezne in linearne ter jih opisujemo z en. 4.42.

Glede na to, da z zelo majhno močjo velikostnega razreda 1 mW krmilimo izhodne moči tudi do več MW, dosežemo zelo velika močnostna ojačenja pri zelo majhnih lastnih časih  $T_m$  ( $T_m = 5$  ms pri enofaznem dvohodnem usmerjanju,  $T_m = 3,3$  ms pri trifaznem enohodnem usmerjanju,  $T_m = 1,7$  ms pri trifaznem dvohodnem usmerjanju, sl. 4.24a).

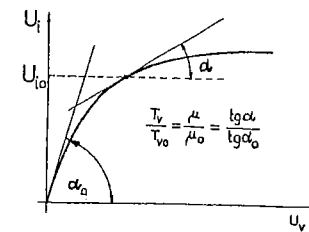
Zgledi regulacij z usmerniški močnostnimi ojačevalniki so v pogl. 4.7 (gl. tudi sl. 1.21).

#### 4.6.2 Elektrodinamični ojačevalniki /64, 65/

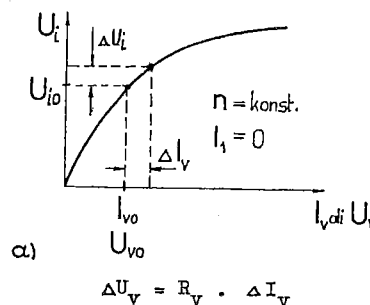
To so rotirajoči (strojni) ojačevalniki. Najbolj pogost tovrstni ojačevalnik je enosmerni generator, pri katerem z vzbujalno napetostjo  $U_v$  spreminjamo napetost na kotvi  $U_i$  (sl. 4.25). V odvisnosti od izvedbe stroja so močnostna ojačenja velikostnega razreda približno 50 do 80. Ker so statične karakteristike  $U_i = f(U_v)$  (sl. 4.26a) nelinearne, moramo te karakteristike v delovni točki linearizirati in odčitati faktor ojačenja  $A_u = \Delta U_i / \Delta U_v$ . V tej točki moramo tudi določiti vrednost časovne konstante vzbujalnega navitja  $T_v = L_v / R_v$  ali z meritvijo v skladu s sl. 4.26c ali pa matematično tako, da izmerjeno nenasičeno



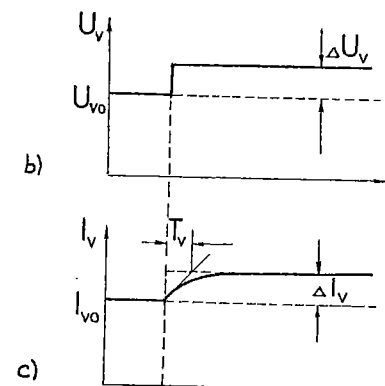
Sl. 4.25



Sl. 4.27



a)



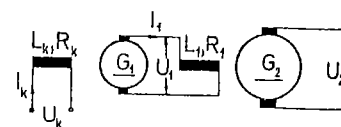
b)

c)

Sl. 4.26

časovno konstanto  $T_{v0}$  preračunamo v vsakokratno delovno točko po enačbi (gl. sl. 4.27)

$$T_v = T_{v0} \frac{\operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha_0} \quad (4.43)$$



Sl. 4.28

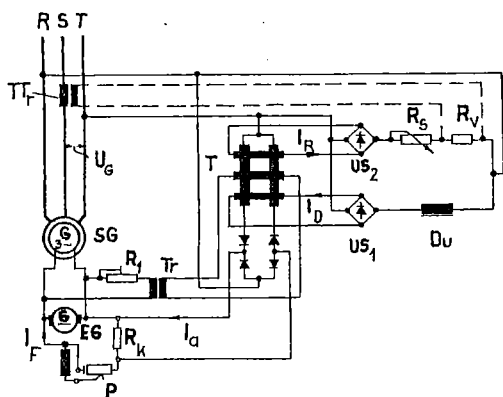
ki upošteva, da je permeabilnost železa in s tem induktivnost  $L_V$  proporcionalna tangensu naklonskega kota tangente v delovnih točkah statične karakteristike. Značilne vrednosti konstante  $T_V$  so pri močeh do 1 kW nekaj deset milisekund, pri močeh nad 1 kW pa do nekaj sto milisekund.

Prenosno funkcijo tako lineariziranega ojačevalnika lahko napišemo z

$$F(p) = \frac{U_i(p)}{U_v(p)} = \frac{A_u}{1+pT_V} \quad (4.44)$$

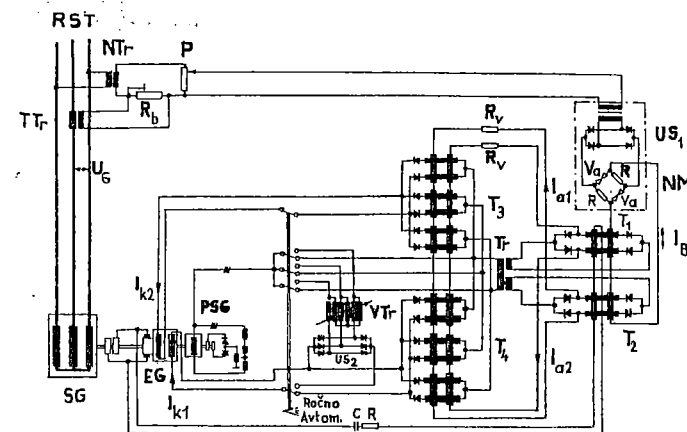
Točnejši izračuni, ki upoštevajo še dodatne vplive (npr. vpliv vrtilčnih tokov v jarmu itd.), dajejo prenosne funkcije, ki le malo odstopajo od funkcije po en. 4.44 (29, 7).

Tovrstne elektrodinamične ojačevalnike nahajamo največ pri napetostni regulaciji sinhronskih strojev kot tako imenovane pomožne in glavne vzbujalnike (gl. sl. 4.29 in 4.30) in pri Ward-Leonardovih pogonih. Ve-



Sl. 4.29

- SG - sinhronski generator
- EG - enosmerni generator
- T Tr - tokovni merilni transformator
- T - transduktor
- Tr - transformator za dušilno povratno zvezo



- SG - sinhronski generator
- EG - glavni vzbujalnik
- PSG - pomožni (samovzbudni) sinhronski generator
- V Tr - vrtilni transformator
- T<sub>1</sub>, T<sub>2</sub> - enofazna transduktorska regulatorja v protitaktni vezavi
- T<sub>3</sub>, T<sub>4</sub> - trifazna močnostna transduktorja v protitaktni vezavi
- NM - nelinearni mostič
- N Tr - napetostni merilni transformator
- T Tr - tokovni merilni transformator

Sl. 4.30

lika prednost teh ojačevalnikov je v tem, ker omogočajo pretakanje moči v obe smeri, kar pomeni pri Ward-Leonardovih pogonih, da lahko motor pospešujemo in tudi zaviramo z vračanjem energije. Če hočemo isto doseči z usmerniškiimi ojačevalniki, moramo uporabiti bolj komplicirana in zato draga vezja.

Iz istih razlogov kot smo jih omenili pri transduktorjih v pogl. 4.5.2 vežemo tudi dva enosmerna generatorja zaporedno (sl. 4.28), če

potrebujemo večja ojačenja. Prenosna funkcija take kaskade je

$$F(p) = \frac{U_2(p)}{U_k(p)} = \frac{A_{u1} A_{u2}}{(1+pT_k)(1+pT_1)} \quad (4.45)$$

$$T_k = \frac{L_k}{R_k}, \quad T_1 = \frac{L_1}{R_1}$$

Še boljše rezultate dosežemo, če izvedemo takšen dvostopenjski ojačevalnik v eni sami enoti. Takšen ojačevalnik poznamo pod imenom amplidin. Kot je poznano, izkoriščamo pri tem stroju vpliv reakcije kotve. Amplidin ima v primerjavi z dvostopenjskim ojačevalnikom na sl. 4.28 pri istem ojačenju precej manjši časovni konstanti  $T_1$  in  $T_2$

$$F(p) = \frac{U_2(p)}{U_k(p)} = \frac{A_u}{(1+pT_1)(1+pT_2)} \quad (4.46)$$

Če definiramo tudi pri elektrodinamičnih ojačevalnikih dinamično ojačenje  $A_d$  v smislu en. 4.32, je pri generatorskih ojačevalnikih  $A_d = 10$  do  $200$ , pri amplidinih pa  $A_d = 10^2$  do  $10^4$ .

Primere regulacije z elektrodinamičnim močnostnim ojačevalnikom smo imeli v pogl. 2.6.2. Nadaljnji zgledi so v pogl. 4.7.

#### 4.7 Primeri izvedenih regulacij

Shemo napetostne regulacije sinhronskih generatorjev s transduktorskim regulatorjem v izvedbi tovarne Rade Končar smo videli na sl. 1.19a na str. 21. Poglejmo si še enkrat sestavne dele! Merilni člen sestavljajo napetostni transformator  $Tr_3$ , tokovna transformatorja  $TT_1$  in  $TT_2$  in mostični usmernik  $US_3$ . Transduktorski regulator ima štiri vhode: vohda za merjeno veličino  $x$  in njen časovni odvod  $\dot{x}$ , vhod za želeno vrednost  $x_z$  in vhod za sekundarne (stabilizacijske) povratne zveze  $\dot{U}_2 + \dot{U}_1$ . S kombinacijo vhoda  $x + \dot{x}$  damo sicer P-členo karakteristiko PD-regulatorja. Referenčni člen sestavljajo generator konstantnega toka  $R$ , usmernik  $US_2$  in upor  $R_1$ , s katerim vplivamo na velikost železne vrednosti  $x_z$ . Vlogo primerjalnega člana opravlja kar transduktor in primerja amperne ovoje, ki jih povzročata napetosti  $x$  in  $x_z$ . Izhodni signal iz transduktorja  $U_3$  deluje na eno krmilno navitje amplidina, t.j. močnostnega ojačevalnika. V kombinaciji z drugim krmilnim navitjem, ki ga napajamo s konstantnim tokom v nasprotnem smislu, dosežemo spremembo polaritete napetosti  $U_2$  (hitra razmagnetnja!) brez spremembe polaritete  $U_3$ . Generator VF, ki napaja tudi transduktor, ima višjo frekvenco (npr. 400 Hz), da zmanjšamo tipno moč transduktorja in s tem njegove časovne konstante. Drugo stopnjo močnostnega ojačevalnika predstavlja enosmerni generator  $G$  (glavni vzbujalnik). Regulacijski krog ima mimo že omenjene korekcije ( $Tr_1$ ) še paralelno preko  $Tr_2$ . Blokovno shemo te regulacije kaže sl. 1.19b. Paralelna korekcija s  $Tr_1$  je bila upoštevana kot interna in je zato ta regulator prikazan kot PD-člen.

Opisana regulacija s sestavnimi deli je precej zastarela.

Sl. 4.29 kaže osnovno vezavo napetostne regulacije s transduktorjem za sinhronske generatorje majhnih moči do približno 125 kVA. Regulirana

napetost  $U_G$  poganja tok  $I_R$  preko linearnih uporov  $R_S + R_V$  in tok  $I_D$  preko nelinearnega upora (dušilke  $D_u$ ) skozi dve ločeni krmilni navitji transduktorja. Zaradi nelinearnega elementa  $D_u$  bodo ampérni ovoji tokov  $I_R$  in  $I_D$  v ravnotežju le pri določeni vrednosti napetosti  $U_G$  (npr. pri željeni vrednosti), sicer pa eno ali drugo navitje prevladuje in odpira ali zapira transduktor. Funkcije merjenja, dajanje železne vrednosti in primerjanja so med seboj tako prepletene, da ne moremo govoriti o ločenih členih. Tokovni transformator  $T_{Tr}$  rabimo za regulacijo jalove moči, če deluje generator paralelno z drugimi sinhronskimi generatorji. Transduktor deluje kot P-regulator na elektrodinamični močnostni ojačevalnik EG. Iz izhoda tega ojačevalnika je preko  $Tr$  speljana sekundarna (dušilna) povratna zveza na tretji vhod transduktorja.

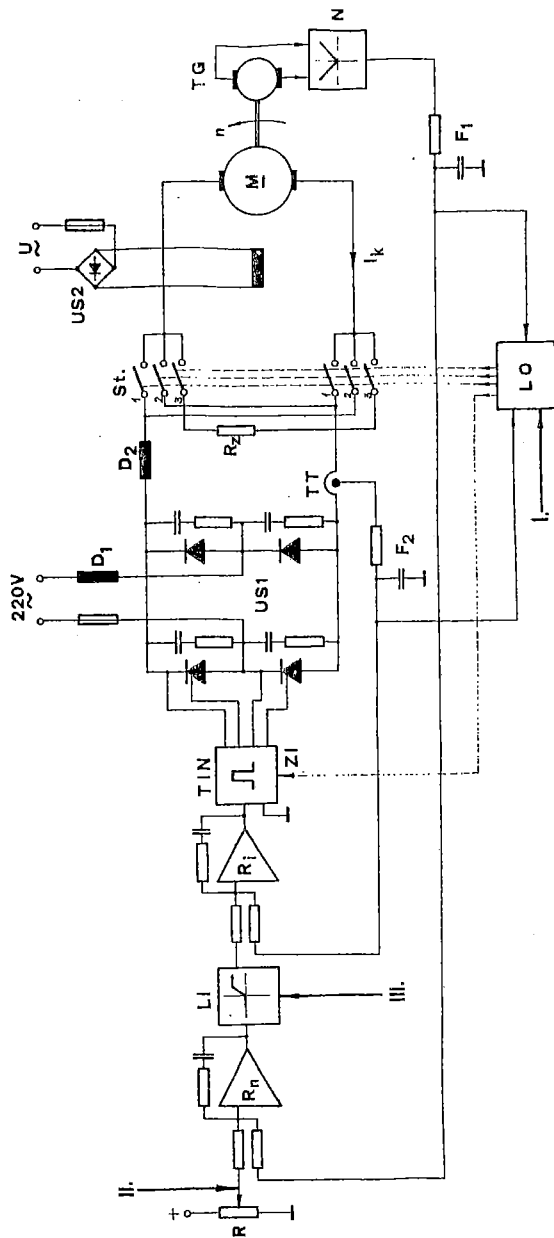
Sl. 4.30 kaže osnovno vezavo napetostne regulacije velikih sinhronskih generatorjev tvrdke Siemens. Regulacijski sistem je sestavljen iz merilnega člena ( $N_{Tr}$ ,  $T_{Tr}$ ,  $R_b$  in  $P$ ), referenčnega in primerjalnega člena v obliki nelinearnega mostiča ( $US_1$  in  $NM$ ), iz dvostopenjskega magnetnega ojačevalnika ( $T_1$  in  $T_2$  oz.  $T_3$  in  $T_4$ ), iz elektrodinamičnega močnostnega ojačevalnika (EG) in sinhronskega generatorja (SG).

Referenčni in primerjalni člen je nelinearni mostič, ki je sestavljen iz dveh linearnih (ohmskih) in iz dveh nelinearnih (karbidnih) uporov - varistorjev  $V_a$ . Mostič je uglašen tako, da je pri željeni napetosti sinhronskega generatorja na njegovem izhodu napetost nič in je tudi krmilni tok  $I_B = 0$ . Prvo stopnjo magnetnega ojačevalnika sestavljata dva enofazna transduktorja v protitakti vezavi, ki delujeta na drugo močnostno stopnjo, sestavljeno iz dveh trifaznih magnetnih ojačevalnikov v protitakti vezavi. Protitakti vezava rabi za to, da lahko s tokoma  $I_{k1}$  in  $I_{k2}$  vzbujamo generator EG v nasprotnih smereh in dosežemo tako hitra razmagnetanja. Iz izhoda generatorja EG je preko RC-člena speljana sekundarna (dušilna) povratna zveza na enega od obeh

vhodov prve transduktorske stopnje. Vsi transduktorji imajo še predmagnetilna krmilna navitja za nastavljanje delovnih točk, ki pa na sliki niso vrisana. Pomožni generator PSG, vrtilni transformator  $V_{Tr}$ , usmernik  $US_2$  ter pretikalo rabijo za ročno krmiljenje napetosti in za dobavljanje "lastne" napetosti (starti).

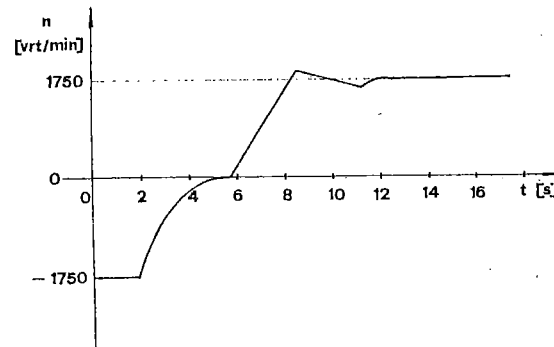
Sl. 4.31 kaže kaskadno regulacijo hitrosti vrtenja konstantno vzbujanega enosmernega motorja  $M$  s pomočjo enofaznega nesimetričnega mostiča, ki je sestavljen iz dveh tiristorjev in iz dveh Si-diod. Hitrost vrtenja je odvisna od velikosti kotvine napetosti, smer vrtenja pa od polaritete te napetosti. Ker usmernik  $US_1$  ne more spreminjati polaritete, dosežemo spremembo smeri vrtenja z mehanskim preklopom. Nesimetrični mostič  $US_1$  ima v primerjavi s simetričnim (štirje tiristorji) to prednost, da je cenejši in potrebuje manj vžignih impulzov, mimo tega pa jemlje iz omrežja manjšo jalovo moč. Sl. 4.31 kaže principielno zgradbo sistema, ki je bil razvit v Laboratoriju za regulacijsko tehniko fakultete za elektrotehniko v Ljubljani /30/. Podrejen regulacijski krog kotvinega toka  $I_k$  v kombinaciji z limitirjem  $LI$  omogoča nastavitev maksimalnega toka  $I_{k\max}$ , kar je zelo važno zaradi zaščite kolektorja in mostiča. Ker vračanje energije z nesimetričnimi mostiči ni možno, je uporabljeno elektrodinamično zaviranje z zaviralnim uprom  $R_z$ . "Logična" enota  $LO$  poskrbi za naslednje:

1. Istočasno je lahko vklopljen le en par stikal (blokada!).
2. Zaradi očuvanja kontaktov se smejo stikala 1 in 2 izklopiti šele tedaj, ko je predhodno delovala zapora impulzov  $ZI$  in se je znižal tok na  $I_k \approx 0$ !
3. Zaviralni upor se vklopi le pri povelju za spremembo smeri vrtenja.
4. Da bi preprečili kratek stik kotve preko diod, se sme preklop smeri izvršiti šele tedaj, ko kotva miruje.



- |   |   |
|---|---|
| $R_1$ - regulator toka                                  | F - filter                              |
| $R_n$ - regulator hitrosti                              | ZI - zapora impulzov                    |
| TG - tahometrični generator                             | R - referenčni potenciometer            |
| US1 - enofazni nesimetrični krmiljeni mostični usmernik | St. - stikalo                           |
| TIN - tranzistorska impulzna krmilna naprava            | I. - podatek za smer "levo" ali "desno" |
| LI - limitor toka $I_k$                                 | II. - podatek za želeno hitrost         |
| N - usmernik  | III. - podatek za $I_{kmax}$            |
| TT - tokovni transformator                              |   |
| D - dušilka   |   |
| LO - "logični" element                                  |   |

SI 4.32

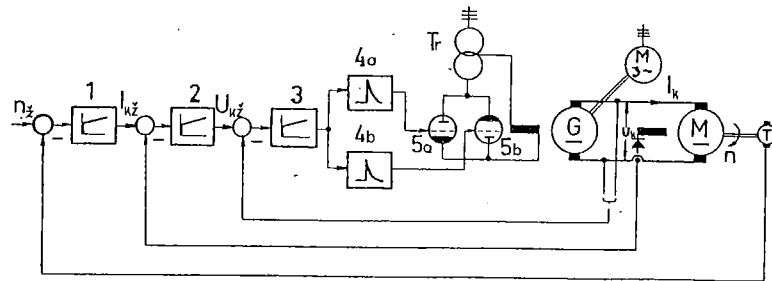


Sl. 4.32

Oscilogram na sl. 4.32 kaže reverziranje neobremenjenega motorja od -1750 vrt/min na +1750 vrt/min pri nastavitvi limitorja LI na  $I_{kmax} = 18$  A. Nazivni kot kotve je 18 A. Zaviranje preko upora  $R_z$  poteka po eksponencialni krivulji, pospeševanje pa je s konstantnim momentom ( $I_{kmax} = 18$  A,  $\phi = \text{konst.}$ ), zato narašča hitrost linearno.

Opisana regulacija je poceni, ima pa to slabost, da ni hitra (zakasnitev zaradi mehanskega preklopa) in ima slabo dinamiko pri razbremenitvah oz. pri krmiljenju hitrosti navzdol, ker usmernik ne proizvaja zaviralnega momenta. V tem pogledu je veliko popolnejša, a tudi precej dražja še opisana regulacija na sl. 1.21, ki omogoča tako imenovano štirikvadrantno obratovanje /32/.

Podobne lastnosti kot regulacija na sl. 1.21, vendar slabši energetski izkoristek in manjšo hitrost delovanja ima kaskadna regulacija Ward-Leonardovega agregata. Sl. 4.33 kaže takšno regulacijo, ki ima kar dva podrejena regulacijska kroga. Ward-Leonardovi sistemi so v primerjavi

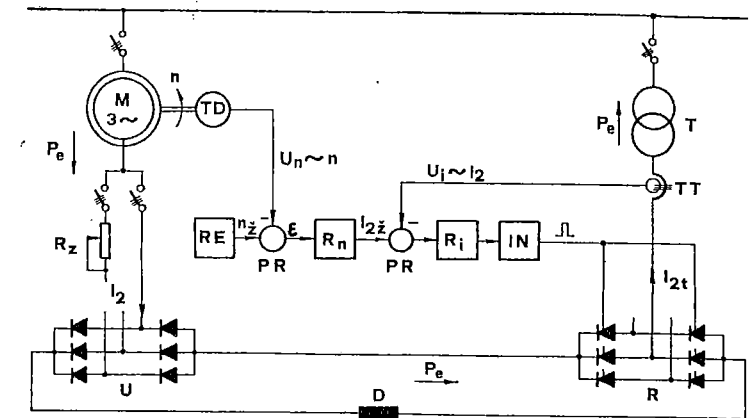


- 1 - transistorski regulator vrtiljajev
- 2 - transistorski regulator kotvinega toka
- 3 - transistorski regulator kotvine napetosti
- 4a,b - transistorski impulzni krmilni napravi
- 5a,b - krmiljena usmernika v protiparalelni vezavi

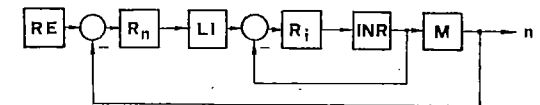
Sl. 4.33

s štirikvadrantnimi usmerniški pgoni cenejši, zlasti pri majhnih močeh, kjer tudi njihov slabši izkoristek ni tako pomemben.

Asinhronski motorji so v principu neprikladni za regulacijske namene. Sl. 4.34 kaže eno od obeh možnosti regulacije hitrosti asinhronskega motorja "brez izgub": podsinhronsko kaskado /31/. Princip je v tem, da električno moč  $P_e = P_n \cdot s$  koristno vračamo preko polprevodniškega presmernika v omrežje ( $P_n =$  notranja moč). S krmiljenjem  $P_e$  (s spremembo vžignega kota razsmernika R) lahko krmilimo slip "s" asinhronskega motorja v celotnem območju od  $s = 0$  do 1. Regulacija je kaskadna s podrejenim regulacijskim krogom rotorskega toka  $I_2$  oz.  $I_{2t}$ . Regulacija je nelinearna, ker asinhronski motor v narisani vezavi ne



a.)



b.)

- |                                 |                        |                              |
|---------------------------------|------------------------|------------------------------|
| TD - tahometrični dinamo        | $R_z$ - zagonski upori | T - usmerniški transformator |
| RE - referenčni člen            | U - usmernik           | TT - tokovni transformator   |
| $R_n$ - regulator hitrosti n    | R - razsmernik         |                              |
| $R_i$ - regulator toka $I_{2t}$ | D - dušilka            |                              |
| LI - limitor                    | $P_e$ - električna moč | PR - primerjalni člen        |
|                                 |                        | M - asinhronski motor        |
|                                 |                        | IN - impulznik               |

Sl. 4.34

more proizvajati negativnih, t.j. zaviralnih momentov. Sl. 4.34b kaže poenostavljeno blokovno shemo te regulacije.

## 5. SINTEZA LINEARNIH REGULACIJSKIH SISTEMOV

### 5.1 Naloge sinteze

Razvoj, projektiranje in gradnja regulacijskih naprav (sistemov) je dokaj zahtevna naloga. Če vse troje zajamemo z besedama "širša sinteza", potem poteka delo te "širše sinteze" največkrat v naslednjih stopnjah:

1. Analiza (matematična ali eksperimentalna) reguliranca (objekta, sistema), ugotavljanje njegovih statičnih in dinamičnih lastnosti, ugotavljanje delovnih pogojev in zunanjih vplivov (motenj), s katerimi je treba računati.
2. Definicija in utemeljitev zahtev, ki jih naj izpolnjuje regulacija.
3. Principielni osnutek zgradbe regulacijskega kroga.
4. Izbira sestavnih delov regulacijskega kroga ob upoštevanju njihovih zmogljivosti, zanesljivosti, razpoložljivih energijskih virov, obratovalnih pogojev, cene itd..
5. Določitev strukture (blokovne sheme) regulacijskega kroga, določitev in izračun sestavnih delov in parametrov regulacijskega kroga na osnovi zahtevanih statičnih in dinamičnih lastnosti.
6. Projektiranje, gradnja in montaža regulacijske naprave.
7. Dokončna (fina) nastavitve parametrov regulacije v realnih obratovalnih pogojih.
8. Poskusno obratovanje celotne regulacije.

To delo je seveda zelo obsežno in zahteva v splošnem sodelovanje med regulacijskim tehnikom, tehnologom in matematikom. Od regulacijskega

tehnika se zahteva zelo velika tehniška razgledanost, saj mora poznati in uporabljati vse najnovejše dosežke skoraj vse moderne tehnike. Problem, ki ga postavlja opisana širša sinteza, tudi nima vedno enosmiselne rešitve, saj lahko zahtevo enako dobro izpolnimo s sestavnimi deli, ki imajo različno fizikalno naravo in z regulacijskimi krogi, ki imajo različno strukturo (blokovno shemo). Regulacijskemu tehniku pripada naloga, da se odloči za tisto varianto, t.j. za tisto tehniško rešitev, ki z najmanjšimi sredstvi (stroški) izpolnjuje postavljene naloge. Takšna odločitev pa zahteva mnogo izkušenj.

Pri sintezi regulacijskih krogov tudi ne smemo pričakovati nobene večje natančnosti numeričnih rezultatov. Razlogov za to je več. Predvsem so sestavni deli regulacijskih krogov nelinearni in imajo večkrat tudi časovno spremenljive ali celo porazdeljene parametre. Moderne regulacije imajo lahko tudi zelo zapleteno blokovno shemo. Matematični aparat, ki ga uporabljamo pri izračunih regulacijskih krogov, se naslanja na navadne in parcialne diferencialne enačbe, za katere pa vemo, da so splošno rešljive le kot linearne, ne pa tudi kot nelinearne.

V praksi si pomagamo tako, da prenosne funkcije in po potrebi tudi blokovne sheme "poenostavljamo" in pridemo tako z razmeroma enostavnimi računskimi operacijami do približnih rezultatov, ki so v inženirski praksi še vedno uporabni.

Drugo, zelo uporabno orodje pri analizi in sintezi regulacijskih krogov je tehnika analogne upodobitve, ki olajša računanje in omogoča laboratorijske modelne preizkuse ter določevanje prostih parametrov in poti za izboljšanje regulacijskih lastnosti. Več o tem bomo spregovorili v pogl. 5.4.



V našem okviru bi šli predaleč, če bi se hoteli ukvarjati s širšim problemom sinteze, zato se bomo omejili na mnogo ožjo nalogo. Pogledali si bomo nekaj metod za določanje prostih parametrov regulatorjev in korekcijskih členov v že določenih blokovnih shemah regulacijskih sistemov, ki naj omogočajo predpisane statične in dinamične lastnosti regulacije. Z drugimi besedami: ne bomo se ukvarjali s sintezo regulacijskega sistema kot celote, temveč le s sintezo in z metodami za sintezo regulatorjev in korekcijskih členov, ki nastopajo v blokovnih shemah. Ta naloga izgleda na prvi pogled zelo skromna. Vendar moramo opozoriti na to, da so splošne metode za širšo sintezo regulacijskih krogov v teoriji regulacije dokaj malo razvite in da tudi nekateri poskusi v tej smeri doslej niso dali pozitivnih rezultatov /17/. To si lahko najbolje razlagamo tako, da so izhodiščne predpostavke in postavljene naloge pri sintezi v številnih primerih zelo različne in je zato težko izdelati enotno metodo za sintezo.

Odslej bomo pod sintezo regulacijskih sistemov (za razliko od "širše sinteze") razumeli le izbiro vrste regulatorjev in morebitnih korekcijskih členov pri že določeni strukturi (blokovni shemi) celotne regulacije in določevanje prostih parametrov regulatorjev ter korekcijskih členov. Ta zadnji del naloge imenujemo tudi "optimiranje regulacijskega sistema".

## 5.2 Optimalna regulacija

Splošno veljavnega kriterija za najboljši ali optimalni časovni potek regulacije ne moremo postaviti iz preprostega razloga, ker so tehniške zahteve od primera do primera zelo različne. Tako npr. zahteva neka naloga, da poteka proces aperiodično, medtem ko lahko dopuščamo drugje močna nihanja (gl. str. 5).

Potek regulirane veličine je močno odvisen tudi od časovnega poteka motnje oziroma želene vrednosti. Ponavadi opazujemo oziroma računamo prehodni pojav za vhodno funkcijo v obliki enotine funkcije ali v obliki enotinega impulza. Takšne oblike so namreč zelo primerne za računanje. Seveda pa so v praksi vhodne funkcije, zlasti motnje, tako po velikosti kakor tudi po obliki v splošnem povsem naključne in imajo čisto statistični značaj. Zato ne smemo računati le z eno obliko motnje in na to obliko optimirati regulacijski krog.

Pa tudi če nastopajo motnje z enakim časovnim potekom, vendar na različnih mestih, to različno vpliva na regulirano veličino. Le če imamo vodeno regulacijo in je časovni potek želene vrednosti v naprej poznan, lahko optimiramo glede na obliko in mesto delovanja vhodne veličine bolj natančno. Vendar mora vodena regulacija odpravljati tudi vplive drugih vhodnih veličin (motenj), ki pa so spet bolj ali manj statističnega značaja.

Iz vsega tega vidimo, da je lahko problem najboljše regulacije od primera do primera zelo različen. Da bi pa le dobili neke matematično oprijemljive pogoje, ki bi pri konkretnih primerih lahko določili najboljše nastavitve in omogočali primerjavo zmogljivosti regulacijskih naprav, so različni avtorji vpeljali različne kriterije za "optimalno regulacijo" /33, 34, 35, 36, 37/.

### 5.2.1 Integralni kriteriji

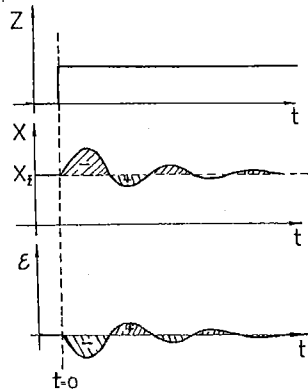
#### 5.2.1.1 Kriterij linearnega optimuma

Po tem kriteriju opazujemo ploskev  $S$ , ki jo oklepa napaka  $\varepsilon$  s časovno osjo. Regulacija je tem boljša, čim manjšo vrednost ima integral:

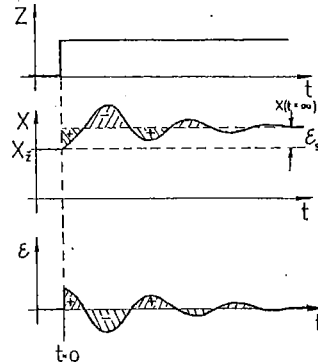
$$S_1 = \int_0^{\infty} \mathcal{E}(t) dt \rightarrow \text{minimum} \quad (5.1)$$

V en. (5.1) vstavljamo za regulacijo s konstantno želeno vrednostjo, ki

- a) nima preostale napake (sl. 5.1):  $\mathcal{E}(t) = X(t) - X_z$
- b) ima preostalo napako (sl. 5.2):  $\mathcal{E}(t) = X(t) - X(t = \infty)$



Sl. 5.1



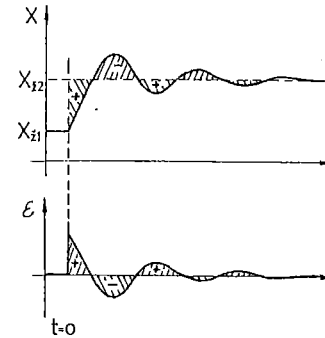
Sl. 5.2

in za vodeno regulacijo, ki:

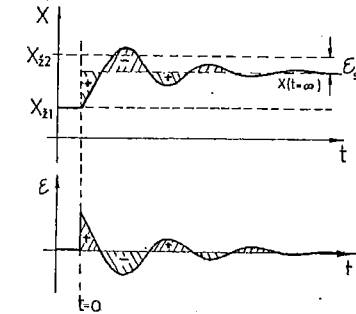
- a) nima preostale napake (sl. 5.3):  $\mathcal{E}(t) = X(t) - X_{z2}$
- b) ima preostalo napako (sl. 5.4):  $\mathcal{E}(t) = X(t) - X(t = \infty)$

Seveda pa velikost ploskve  $S_1$  še ne more biti zadostno merilo za kvaliteto regulacije, saj bi npr. v primeru trajnega harmoničnega nihanja s konstantno amplitudo dobili  $S_1 = 0$ , čeprav je regulacija nestabilna. Zato moramo vpeljati še kakšen dodatni pogoj /38, 39, 36, 35/, npr. zahtevo po določenem relativnem dušenju  $\zeta$ .

Lahko pa namesto napake  $\mathcal{E}(t)$  opazujemo absolutno vrednost in vpe-



Sl. 5.3



Sl. 5.4

Ijemo kriterij /35/:

$$S_2 = \int_0^{\infty} |\mathcal{E}(t)| dt \rightarrow \text{minimum} \quad (5.2)$$

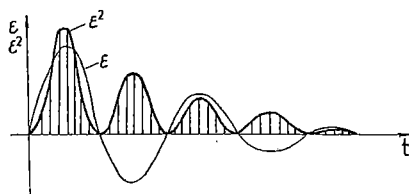
Žal pa naletimo pri uporabi tega kriterija na velike računske težave že pri najenostavnejših regulacijah in zato ta kriterij nima večje praktične vrednosti. Regulacijski krogi, ki jih optimiramo s kriterijem linearnega optimuma, so v splošnem tudi premočno dušeni.

#### 5.2.1.2 Kriterij kvadratičnega optimuma

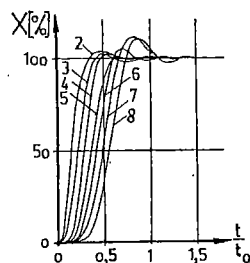
Namesto napake  $\mathcal{E}(t)$  lahko opazujemo (sl. 5.5) tudi njen kvadrat  $\mathcal{E}^2(t)$  in vpeljemo kriterij:

$$S_3 = \int_0^{\infty} \mathcal{E}^2(t) dt \rightarrow \text{minimum} \quad (5.3)$$

S kvadriranjem dobimo same pozitivne vrednosti in zato ni treba postaviti dodatnih pogojev.



Sl. 5.5



Sl. 5.6

Ker ta kriterij zaradi kvadriranja močno poudari velika odstopanja, dobimo kot rezultat optimiranja prehodne pojave z majhnimi preinhanji (odstopanji), vsekakor na račun slabega dušenja. Mimo tega postanejo računске težave, posebno pri optimiranju ploskve, ko je treba z odvajanjem izraza  $S_2$  iskati minimum, zelo velike.

### 5.2.1.3 ITAE kriterij

Da bi boljše zajeli počasni izginjajoča odstopanja  $\mathcal{E}(t)$  in nekako s tem regulacijski čas, so vpeljali kriterij:

$$S_4 = \int_0^{\infty} |\mathcal{E}(t)| t dt \rightarrow \text{minimum} \quad (5.4)$$

ki je poznan pod imenom ITAE (Integral of Time multiplied Absolute value of Error). Kot posebno uporaben se je izkazal predvsem pri vodnih regulacijah.

Da bi olajšali drugim delo, so nekateri avtorji /33, 40, 39/ na osnovi ITAE kriterija z analognim računalnikom izračunali tako imenovane standardne oblike funkcij. S primerjanjem konstant standardne funkcije in konstant karakteristične enačbe regulacijskega procesa, lahko potem zelo enostavno določimo proste konstante. Če ima npr. prenosna funkcija

zaključenega regulacijskega kroga obliko

$$H(p) = \frac{x(p)}{x_z(p)} = \frac{F_0(p)}{1+F_0(p)} = \frac{1}{1 + \frac{1}{F_0(p)}} = \frac{1}{1+A_1p+A_2p^2+\dots+A_n p^n} \quad (5.5)$$

in ima vhodna veličina  $x_z$  obliko enotine funkcije, tedaj naj imajo karakteristične enačbe oziroma koeficienti polinomov v imenovalcu naslednje vrednosti /33/ (a je obče število)

1. reda:  $a+p$
2. reda:  $a^2+1,4ap+p^2$
3. reda:  $a^3+2,15a^2p+1,75ap^2+p^3$
4. reda:  $a^4+2,7a^3p+3,4a^2p^2+2,1ap^3+p^4$  (5.6)
5. reda:  $a^5+3,4a^4p+5,5a^3p^2+5,0a^2p^3+2,8ap^4+p^5$
6. reda:  $a^6+3,95a^5p+7,45a^4p^2+8,6a^3p^3+6,6a^2p^4+3,25ap^5+p^6$
7. reda:  $a^7+4,5a^6p+10,1a^5p^2+14,6a^4p^3+14,6a^3p^4+10,1a^2p^5+4,5ap^6+p^7$
8. reda:  $a^8+5,1a^7p+13,1a^6p^2+21,8a^5p^3+25,6a^4p^4+21,8a^3p^5+13,4a^2p^6+5,17ap^7+p^8$

Sl. 5.6 kaže časovne poteke regulirane veličine  $x(t)$  pri skočni spremembi želene vrednosti za sisteme od 2. do 8. reda, če jih optimiramo po zgornjem priporočilu. Na abscisi je nanosen relativni čas.

Prenosna funkcija zaključenega regulacijskega kroga ima lahko tudi v števcu polinom. Splošno lahko napišemo

$$H(p) = \frac{x(p)}{x_z(p)} = \frac{B_0+B_1p+B_2p^2+\dots+B_m p^m}{A_0+A_1p+A_2p^2+\dots+A_n p^n}; \quad (5.7)$$

$$m = \leq n$$

Če želimo, da je preostala statična napaka nič, mora biti  $B_0 = A_0$ . Če naj bo hitrostna napaka nič, mora biti  $B_1 = A_1$ .

Poglejmo sedaj, kakšne so standardne oblike karakterističnih enačb za vodene sisteme brez hitrostne napake, katerih normirane prenosne funkcije imajo obliko

$$H(p) = \frac{x(p)}{x_z(p)} = \frac{1+A_1p}{1+A_1p+A_2p^2+\dots+A_n p^n} \quad (5.8)$$

Karakteristične enačbe oziroma polinomi v imenovalcu en. (5.8) morajo imeti naslednjo obliko

$$\begin{aligned} 2. \text{ reda: } & a^2+3,2ap+p^2 \\ 3. \text{ reda: } & a^3+3,25a^2p+1,75ap^2+p^3 \\ 4. \text{ reda: } & a^4+5,17a^3p+4,93a^2p^2+2,41ap^3+p^4 \\ 5. \text{ reda: } & a^5+5,24a^4p+6,3a^3p^2+6,5a^2p^3+2,19ap^4+p^5 \\ 6. \text{ reda: } & a^6+6,76a^5p+14,14a^4p^2+17,16a^3p^3+13,42a^2p^4+6,12ap^5+p^6 \end{aligned} \quad (5.9)$$

Mimo omenjenih štirih kriterijev obstajajo še drugi integralni kriteriji npr.:

$$\int_0^{\infty} \mathcal{E}^2(t)t \, dt, \quad \int_0^{\infty} \mathcal{E}^2(t)t^2 \, dt, \quad \int_0^{\infty} |\mathcal{E}(t)|t^2 \, dt, \text{ itd.}$$

Kakor pri vseh integralnih kriterijih, je tudi njihova praktična vrednost omejena zaradi računskih težav.

Zakaj je delo pri optimiranju z integralnimi kriteriji praviloma težavno in dolgotrajno? Naloga optimiranja je poiskati vrednosti prostih parametrov v regulacijskem krogu. Ti prosti parametri (pri enostavni regulaciji npr. s PI-regulatorjem sta to  $K_R$  in  $T_{ip}$ ) nastopajo kot neznanke v izrazu za  $X(t)$  oziroma  $\mathcal{E}(t)$ , ki ga izračunamo po enem izmed

navedenih integralnih kriterijev. Že pri zelo enostavnih regulacijah naletimo pri praktičnem računanju teh integralov na velike težave, izrazi za  $S$  pa so komplicirani in nepregledni. Če hočemo sedaj izračunati optimalne proste parametre, moramo te komplicirane izraze še odvajati in iskati ekstreme, kar je združeno z novimi praktičnimi komplikacijami, največkrat celo nepremostljivimi.

### 5.2.2 Kriteriji na osnovi poteka frekvenčnih karakteristik

Kot smo videli v pogl. 3.3 obstaja zveza med časovnim potekom regulirane veličine in med frekvenčnimi karakteristikami. Iz poteka frekvenčne karakteristike lahko sklepamo na časovni potek regulirane veličine. S primerno izbiro prostih konstant lahko vplivamo na potek frekvenčne karakteristike in s tem tudi na regulacijski proces  $X(t)$ . Na tem principu slonijo nekateri matematični in matematično-grafični postopki za optimiranje, ki imajo v primerjavi s postopkom v pogl. 5.2.1 to pglavitno prednost, da so relativno enostavni in zato praktično uporabni.

O poteku frekvenčne karakteristike odprtega regulacijskega kroga v okolici kritične točke in o njegovem vplivu na regulacijske lastnosti pri vodeni regulaciji smo govorili že v pogl. 3.3 in 3.4. Ta spoznanja izkoriščajo matematično-grafični postopki za sintezo v Nyquistovem, v Bodejevem in v Nicholsovem diagramu (pogl. 5.3.1 in 5.3.2).

Tudi matematični kriterij "optimum iznosa" /42, 43, 35/ izhaja iz frekvenčne karakteristike. Več o tem kriteriju bomo spregovorili v pogl. 5.3.3.

### 5.2.3 Kriterij na osnovi lege korenov

V pogl. 3.7 smo videli, da so za časovni potek regulirane veličine odločilni koreni karakteristične enačbe oziroma ničlišča in poli prenosne funkcije zaprtega regulacijskega kroga. Če jih poznamo, lahko sklepamo, kakšen bo časovni potek regulirane veličine, ne da bi zato morali zamudno računati poteke  $X(t)$ .

### 5.3 Praktični postopki za sintezo in optimiranje

To, kar nas pri regulaciji konec koncev zanima, je časovni potek regulirane veličine. Na ta potek vplivajo struktura regulacijskega kroga, vrsta in nastavitve reguliranemu objektu dodanih členov, začetni pogoji ter mesto delovanja in oblika vhodnih veličin. Na osnovi vsega tega lahko sicer v principu napišemo izraz za  $X(t)$  in izračunamo optimalne vrednosti prostih konstant, ki dajejo zahtevani optimalni časovni potek regulirane veličine, vendar naletimo pri tem na velike praktične računske težave.

Ker torej ne moremo določati prostih konstant regulacijskega kroga po taki neposredni poti, si pri praktičnem delu pomagamo z drugačnimi metodami in postopki, ki zaradi mnogih poenostavitev in predpostavk sicer ne jamčijo velike točnosti, pač pa sploh omogočajo računanje in dajejo še vedno dovolj uporabne rezultate. Dokončne točne vrednosti prostih parametrov, npr. konstant regulatorja, nastavimo itak šele ob poskusnem obratovanju regulacije.

V naslednjih poglavjih si bomo ogledali nekaj praktično uporabnih postopkov za optimiranje, ki v mnogih primerih hitro pripeljejo do re-

zultatov. Najprej se bomo omejili na optimiranje "aktivnih serijskih korekcijskih členov", t.j. regulatorjev. Seveda vsi postopki ne bodo enako uporabni, kar zadeva vrsto regulacije (vodena-nevodena regulacija), upoštevanje vhodnih veličin (motenj-želene vrednosti), začetnih pogojev itd.

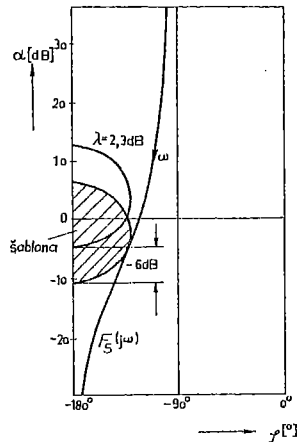
Medtem, ko dajejo postopki za optimiranje serijskih regulacijskih členov (regulatorjev) večinoma "eksplicitne in enosmiselne rezultate" in so ti postopki relativno enostavni, pa naletimo pri optimiranju paralelnih korekcijskih členov na občutno večje težave. Pravzaprav ne gre tu samo za določevanje konstant paralelnih korekcijskih členov, t.j. za optimiranje, temveč tudi za izbiro mesta delovanja, za izbiro števila členov itd., t.j. za določevanje strukture regulacije, torej za pravo sintezo v ožjem smislu.

#### 5.3.1 Optimiranje v Nicholsovem diagramu z $\lambda_{\max}$

V pogl. 3.3 smo videli, kako lahko neposredno iz poteka frekvenčne karakteristike zaključenega regulacijskega kroga  $F_o(j\omega)$  ugotovimo lastnosti, ki jih bo imel zaključen regulacijski krog. Iz izkušenj vemo, da naj bo maksimalno dovoljen resonančni faktor zaključenega regulacijskega kroga  $Q_{rz} = \lambda_{\max} \doteq 1,3 = 2,3 \text{ dB}$ . Tedaj bo namreč regulacijski krog v mnogih primerih "ravno pravilno dušen". To spoznanje lahko uporabimo za izbiro "optimalnih" konstant regulatorja pri vodenih regulacijah.

5.3.1.1 Določanje konstante P-regulatorja

"Optimalno" konstanto  $K_R$  P-regulatorja v prenosni funkciji  $F_o(p) = K_R F_S(p)$  določimo tako, da vrišemo najprej v Nicholsov diagram frekvenčno karakteristiko reguliranca  $F_S(j\omega)$  (sl. 5.7), nato pa to funkcijo pomnožimo s tistim največjim faktorjem  $K_R$ , ki premakne krivuljo  $F_S(j\omega)$



Sl. 5.7

v vertikalni smeri tako, da tangira krivuljo s predpisanim  $\lambda_{max}$ , npr.  $\lambda_{max} = 2,3$  dB. Enostavneje je, da namesto krivulje  $F_S(j\omega)$  premikamo izrezano šablono za  $\lambda_{max}$  v vertikalni smeri tako, da tangira vrisano krivuljo  $F_S(j\omega)$  (sl. 5.7). Iz premika šablone  $\lambda_{max}$  izračunamo vrednost  $K_R$ . Na sl. 5.7 smo premaknili šablono navzdol za -6 dB (kar ustreza pomiku krivulje  $F_S(j\omega)$  navzgor) in je zato  $20 \log K_R = 6$  dB, t.j.

$K_R \approx 2$ . Premik šablone navzgor npr. za 6 dB pomeni faktor  $K_R = 1/2 = 0,5!$

5.3.1.2 Določanje konstant PI-regulatorja

Določiti je treba konstanti  $K_R$  in  $T_{ip}$  PI-regulatorja v prenosni funkciji

$$F_o(p) = K_R \frac{1+pT_{ip}}{pT_{ip}} F_S(p) \quad (5.9)$$

pri čemer je  $F_S(p)$  prenosna funkcija ostalega sistema, npr. reguliranca

Postopek se deli na dva dela: najprej izračunamo konstanto  $T_{ip}$ , nato pa še konstanto  $K_R$ .

Za izračun konstante  $T_{ip}$  vrišemo v Nicholsov diagram krivuljo  $F_S(j\omega)$  in s premikom šablone  $\lambda_{max}$  v dotikališču s  $F_S(j\omega)$  odčitamo  $\omega_{rz}$  (gl. pogl. 3.3). Pri izračunu konstante  $T_{ip}$  se ravnamo po navodilu, da naj PI-regulator v resonančnem območju ne povzroči večjega dodatnega faznega pomika kot

$$\varphi_d = 5^\circ \text{ do } 10^\circ \approx 0,1 \text{ do } 0,2 \text{ rad.} \quad (5.10)$$

Ker je fazni kot PI-regulatorja

$$\varphi = \arctg \frac{1}{\omega T_{ip}}, \quad (5.11)$$

lahko izračunamo časovno konstanto

$$T_{ip} = \frac{1}{\omega_{rz} \varphi_d} \quad (5.12)$$

Sedaj vrišemo v Nicholsov diagram krivuljo

$$\frac{1+j\omega T_{ip}}{j\omega T_{ip}} F_S(p)$$

in določimo še  $K_R$  po postopku, ki smo ga opisali v pogl. 5.3.1.1!

5.3.1.3 Določanje konstant PD-regulatorja

Določiti je treba konstante  $K_R$ ,  $T_{dp}$  in  $T'_{dp}$  PD-regulatorja v prenosni funkciji

$$F_o(p) = K_R \frac{1+pT_{dp}}{1+pT'_{dp}} F_S(p) \quad (5.13)$$

kjer je  $F_S(p)$  prenosna funkcija ostalega sistema.

V pogl. 3.5 in pogl. 3.8.1 smo videli, da prinaša PD-člen v resonančnem območju pozitivni fazni zasuk. Fazni kot PD-regulatorje je

$$\varphi = \arctg \omega T_{dp} - \arctg \omega T'_{dp} \quad (5.14)$$

Maksimalna vrednost pozitivnega kota  $\varphi_{max}$  nastopa pri frekvenci

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{T_{dp} T'_{dp}}} = \frac{1}{T'_{dp} \sqrt{a}} \quad (5.15)$$

in znaša

$$\varphi_{max} = \arcsin \frac{a-1}{a+1} \quad (5.16)$$

pri čemer smo označili razmerje časovnih konstant ( $a =$  prehitni faktor)

$$\frac{T_{dp}}{T'_{dp}} = a \quad (5.17)$$

Prenosno funkcijo PD-regulatorja lahko napišemo sedaj tudi v obliki

$$F_R(p) = K_R \frac{1+p a T'_{dp}}{1+p T'_{dp}} \quad (5.18)$$

Določiti moramo torej tri parametre:  $a$ ,  $T'_{dp}$  in  $K_R$ , kar otežuje nalogo.

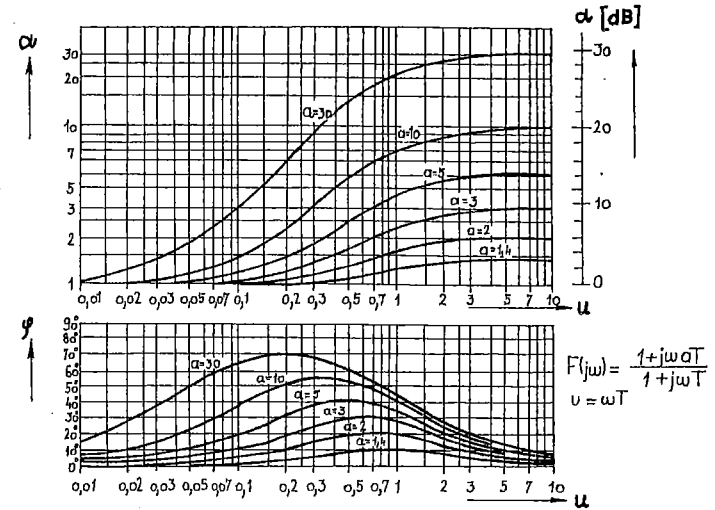
Postopek izračuna bomo ponovno razdelili na dve stopnji: najprej bomo določili vrednosti  $a$  in  $T'_{dp}$ , nato pa vrednost  $K_R$ .

V odvisnosti od želenega maksimalnega pozitivnega zasuoka  $\varphi_{max}$  izra-

čunamo (en. 5.16) ali odčitamo s sl. 5.8, ki kaže frekvenčno karakteristiko PD-regulatorja, vrednost parametra  $a$ . Pogostokrat izberemo kakšno vrednost

$a = 10 \dots 30$

(5.19)



Sl. 5.8

Iz zahteve, naj nastopa maksimalni fazni pomik  $\varphi_{max}$  v okolici  $\omega_{RZ}$ , izračunamo  $T'_{dp}$  iz en. 5.15

$$T'_{dp} = \frac{1}{\omega_{RZ} \sqrt{a}} \quad (5.20)$$

Da določimo  $\omega_{RZ}$ , moramo predhodno vrisati v Nicholsov diagram krivuljo  $F_S(j\omega)$  in s pomikom šablone  $\lambda_{max}$  v dotikalušču s  $F_S(j\omega)$  odčitati  $\omega_{RZ}$ .

Sedaj vrišemo v Nicholsov diagram krivuljo

$$\frac{1+j\omega a T'_{dp}}{1+j\omega T'_{dp}} F_S(p)$$

in določimo še  $K_R$  po postopku, ki smo ga opisali v pogl. 5.3.1.1!

Zaradi delovanja PD-člena, t.j. zasuka prvotne krivulje  $F_S(j\omega)$  (gl. sl. 3.49), bo resnična resonančna frekvenca  $\omega'_{RZ}$  celotnega (optimiranega) sistema po en. 5.13 ležala višje od frekvence  $\omega_{RZ}$ , ki smo jo določili le ob upoštevanju  $F_S(j\omega)$  in s katero smo po en. 5.20 izračunali konstanto  $T'_{dp}$ . Zato lahko celoten račun ponovimo z nekaj novimi vrednostmi konstante  $T'_{dp}$  (pri nespremenjenem parametru  $a$ ) in se nato odločimo za najbolj ugodno varianto.

Zgled:  $F_S(p) = \frac{1}{p(1+p1)(1+p0,25)}$

V Nicholsov diagram vrišemo  $F_S(j\omega)$  (krivulja 1 na sl. 5.9) in s premikom šablone  $\lambda_{max} = 2,3$  dB odčitamo v dotikališču  $\omega_{RZ} = 0,9$  rad/s. Če se odločimo za  $a = 10$ , lahko izračunamo

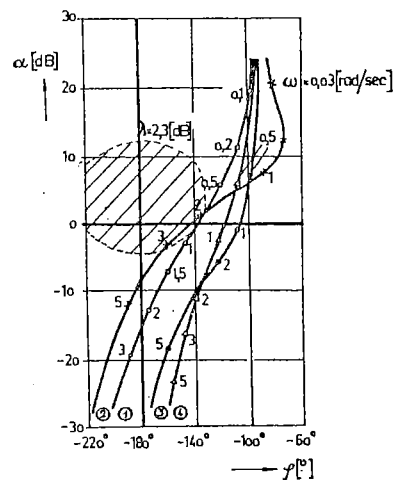
$$T'_{dp} = \frac{1}{0,9 \sqrt{10}} = 0,35 \text{ s}$$

Krivuljo

$$\frac{1+j\omega 10 \cdot 0,35}{1+j\omega 0,35} \cdot \frac{1}{j\omega(1+j\omega)(1+j\omega 0,25)}$$

vrišemo v Nicholsov diagram (krivulja 2 na sl. 5.9) in s premikom šablone  $\lambda_{max} = 2,3$  dB odčitamo po opisanem postopku  $K_R = -2$  dB in resnično resonančno frekvenco celotnega sistema  $\omega'_{RZ} = 2,6$  rad/s.

Sedaj ponovimo postopek za manjše vrednosti  $T'_{dp} = 0,2$  s,  $0,1$  s,  $0,07$  s,  $0,05$  s in  $0,03$  s. Rezultati so zbrani v tabeli 5.



- 1 -  $T'_{dp} = 0$
- 2 -  $T'_{dp} = 0,35$  s
- 3 -  $T'_{dp} = 0,1$  s
- 4 -  $T'_{dp} = 0,05$  s

Sl. 5.9

TABELA 5

a	$T'_{dp}$ /s/	$K_R$ /dB/	$\omega'_{RZ}$ /rad/s/
10	0,35	-2	2,6
10	0,2	4	2,6
10	0,1	9	2,5
10	0,07	10,5	2,3
10	0,05	10,5	2
10	0,03	5,5	1,2

Odločili se bomo za varianto  $a = 10$ ,  $T'_{dp} = 0,07$  s in  $K_R = 10,5$ , ker daje največje ojačenje 10,5 pri večji vrednosti resonančne frekvence 2,3 rad/s (hitrejši regulacijski krog!).



Na sl. 5.9 so vrisane samo nekatere krivulje, ki so rabile za izračun tabele 5.

Če vsebuje reguliraneč člen prvega reda z relativno veliko konstanto  $T$  (v primerjavi z ostalimi konstantami)

$$F_S(p) = F(p) \frac{1}{1+pT} \quad (5.21)$$

potem lahko vpliv te konstante kompenziramo s PD-regulatorjem tako, da izberemo  $T_{dp} = T$  in je

$$F_O(p) = K_R \frac{1+pT_{dp}}{1+pT_{dp}} F(p) \frac{1}{1+pT} = K_R F(p) \frac{1}{1+pT_{dp}} \quad (5.22)$$

Regulacijski sistem bo veliko hitrejši, saj smo veliko časovno konstanto v en. 5.21 zamenjali z mnogo manjšo

$$T'_{dp} = \frac{T_{dp}}{a} = \frac{T}{a}, \quad a > 1$$

Ta postopek lahko uporabimo tudi pri sistemih, ki vsebujejo en integralni člen s konstanto  $T_i$ . Priporočljivo je izbrati konstanto

$$T_{dp} = (10 \dots 20) T_i \quad (5.23)$$

Vrednost parametra  $K_R$  v obeh primerih določimo iz zahteve po  $\lambda_{max}$  po postopku, ki smo ga opisali v pogl. 5.3.1.1.

Opozorimo naj, da lahko frekvenčne karakteristike v Nicholsov diagram narišemo najhitreje tako, da jih najprej grafično konstruiramo v Bodejevem diagramu (gl. pogl. 2.5.2) in jih nato prenesemo v Nicholsov diagram.

Včasih se zgodi, da ležijo zaradi prevelikih ali premajhnih faktor-

jev ojačenja  $K_S$  frekvenčne karakteristike  $F_S(j\omega)$  tako neugodno visoko ali nizko v Nicholsovem diagramu, da izpadejo iz diagrama. Pomagamo si tako, da vrišemo v Nicholsov diagram kar krivulje z ojačenjem ena, pri izračunu  $K_R$  pa naknadno upoštevamo izpuščeno konstanto  $K_S$ .

#### 5.3.1.4 Določanje konstant PID-regulatorja

Pri določanju konstant "idealnega" PID-regulatorja

$$F_R(p) = K \frac{(1+pT_{ip})(1+pT_{dp})}{pT_{ip}} \quad (5.24)$$

postopamo tako, da določimo najprej konstanto  $T_{dp}$  tako, da jo izenačimo z največjo časovno konstanto, ki nastopa v imenovalcu prenosne funkcije reguliranca  $F_S(p)$  (gl. en. 5.21). Nato vrišemo v Nicholsov diagram krivuljo

$$(1+pT_{dp})F_S(p) = F(p)$$

in s premikom šablone  $\lambda_{max}$  odčitamo  $\omega_{rz}$ . Konstanti  $T_{ip}$  in  $K$  izračunamo po postopku, ki je bil opisan v pogl. 5.3.1.2.

#### 5.3.2 Optimiranje v Bodejevem diagramu

Velika prednost prikazovanja frekvenčnih karakteristik v Bodejevem diagramu je ta, ker lahko v tem diagramu zelo enostavno konstruiramo produkt dveh ali več frekvenčnih karakteristik. Zato uporabljamo Bodejev diagram tudi takrat, če hočemo prikazati produkt več frekvenčnih karakteristik v Nicholsovem ali Nyquistovem diagramu. Na žalost pa v nasprotju s tema dvema diagramoma v Bodejevem diagramu nimamo krivulj za  $\lambda = konst.$ , ki so, kot smo videli, zelo uporaben kriterij za dolo-

čevanje prostih konstant. Zaradi tega je Bodejev diagram za optimiranje manj primeren. Kako si tedaj pomagamo? Na voljo imamo dve poti:

1. namesto kriterija  $\lambda_{max}$  opazujemo fazno in amplitudno rezervo, ali
2. na pomoč pritegnemo še Nicholsov diagram.

Kot smo videli v pogl. 3.9.2 in pogl. 3.9.3.6, zahtevamo za "dobro" regulacijo, naj ima frekvenčna karakteristika odprtega regulacijskega kroga amplitudno rezervo:

$$\alpha_{rez} > 0,6 \quad (5.44)$$

navadno

$$\alpha_{rez} = 0,6 \dots 0,8 \quad (5.45)$$

in fazno rezervo:

$$\varphi_{rez} > 30^\circ \quad (5.46)$$

navadno

$$\varphi_{rez} = 30^\circ \dots 60^\circ \quad (5.47)$$

V nasprotju s kriterijem  $\lambda_{max}$  pa amplitudna in fazna rezerva žal še ne jamčita za dobro regulacijo (gl. sl. 3.65), zato uporabimo ta "kriterij" le za grobo optimiranje.

Bolje je, če izkoristimo dobre lastnosti, ki jih nudi Bodejev diagram (enostavna konstrukcija frekvenčnih karakteristik) in Nicholsov diagram (enostavno odčitavanje  $\lambda$  in  $\omega_{rz}$ ) ter uberemo pot, ki smo jo že opisali v pogl. 5.3.1, ko smo ob Nicholsovem diagramu uporabljali hkrati tudi Bodejev diagram. Ta postopek uporabimo vedno tudi takrat, če ima frekvenčna karakteristika neregularni potek in krivulji  $\alpha(\omega)$  in  $\varphi(\omega)$  večkrat prehajata čez vrednosti  $\alpha = 1$  oz.  $\varphi = -180^\circ$ .

### 5.3.3 Optimum iznosa

Postopek, ki ga imenujemo "optimum iznosa" izhaja iz kriterijev, ki smo jih obravnavali v pogl. 5.2.2.

Omejili se bomo na vodeno regulacijo in bomo zahtevali od regulacijskega kroga, da se bo na izhodu regulirana veličina spremenila po enotini funkciji s čim manjšo zakasnitvijo, če bomo spremenili željeno vrednost po enotini funkciji. V idealnem primeru bi morala biti prenosna funkcija zaprtega regulacijskega kroga

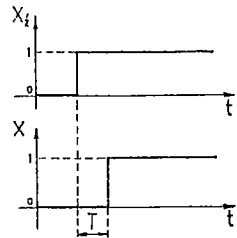
$$H(p) = \frac{F_o(p)}{1+F_o(p)} = \frac{x(p)}{x_z(p)} = 1 \quad (5.25)$$

Tedaj bi se vse spremembe na vhodu hipoma in brez popačitve prenesle na izhod regulacijskega kroga. Ker pa imamo v reguliranem objektu skoraj vedno po več časovnih konstant, takšnega idealnega prenosa povelja ne moremo doseči. Zato bomo dopustili v splošnem neko časovno zakasnitev  $T$  v odzivu, ki pa naj bo čim manjša. Na sl. 5.10 vidimo, da se enotina funkcija pojavi na izhodu po pretoku časa  $T$ . Takšen odziv bi dala prenosna funkcija zaključenega regulacijskega kroga

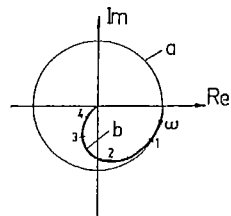
$$H(p) = \frac{x(p)}{x_z(p)} = e^{-pT} \quad (5.26)$$

pri čemer težimo, da gre  $T \rightarrow 0$ . Če opazujemo ustrezno frekvenčno karakteristiko  $H(j\omega)$ , dobimo enotin krog (krivulja a na sl. 5.11).

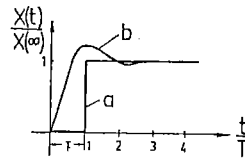
Realnih frekvenčnih karakteristik seveda ne bomo mogli preoblikovati v enotin krog, težili pa bomo za tem, da se bodo te karakteristike prilegale enotinemu krogu do čim višjih frekvenc  $\omega$  (krivulja b na sl. 5.11) oziroma da bo iznos (absolutna vrednost) teh funkcij 1 do čim višjih frekvenc  $\omega$ . Regulacijski proces pri skočni spremembi želene vred



Sl. 5.10



Sl. 5.11



Sl. 5.12

nosti se bo tedaj zelo približal zahtevanemu (sl. 5.12).

Če predpostavljamo, da ni v regulacijskem krogu nobenih sekundarnih povratnih zvez, lahko prenosno funkcijo odprtega regulacijskega kroga  $F_o(p)$  napišemo kot produkt prenosne funkcije regulatorja  $F_R(p)$  in prenosne funkcije reguliranega sistema (reguliranca)  $F_S(p)$

$$F_o(p) = F_R(p)F_S(p) \quad (5.27)$$

Če se nadalje omejimo le na integralno delujoče regulatorje, lahko spravimo njihove prenosne funkcije vedno v obliko

$$F_R(p) = \frac{c_0 + c_1 p + \dots + c_k p^k}{2p} \quad (5.28)$$

Tako lahko napišemo npr. prenosno funkcijo

I-regulatorja:

$$F_R(p) = \frac{1}{pT_i} = \frac{2 \frac{1}{T_i}}{2p} \quad (5.29)$$

PI-regulatorja:

$$F_R(p) = K_R \frac{1 + pT_{iP}}{pT_{iP}} = \frac{\frac{2K_R}{T_{iP}} + 2K_R p}{2p} \quad (5.30)$$

in PID-regulatorja:

$$F_R(p) = K_R \frac{(1 + pT_{i\alpha})(1 + pT_{i\beta})}{pT_{i\alpha}} = \frac{\frac{2K_R}{T_{i\alpha}} + 2K_R \frac{T_{i\alpha} + T_{i\beta}}{T_{i\alpha}} p + 2K_R T_{i\beta} p^2}{2p} \quad (5.31)$$

Prenosno funkcijo reguliranca, ki ne vsebuje člena z mrtvim časom, lahko napišemo v obliki

$$F_S(p) = \frac{1}{d_0 + d_1 p + d_2 p^2 + \dots + d_n p^n} \quad (5.32)$$

Prenosna funkcija zaključenega regulacijskega kroga je tedaj

$$H(p) = \frac{c_0 + c_1 p + c_2 p^2 + \dots + c_k p^k}{2p(d_0 + d_1 p + \dots + d_n p^n) + (c_0 + c_1 p + \dots + c_k p^k)} \quad (5.33)$$

Če poiščemo iznos funkcije  $/H(p)/$  in postavimo zahtevo, naj ima vrednost 1, dobimo matematične pogoje /42/

I-regulator:

$$(k = 0) \quad c_0 = \frac{d_0^2}{d_1} \quad (5.34)$$

PI-regulator:

$$(k = 1) \quad c_0 = \frac{d_0}{D_1} (d_1^2 - d_0 d_2)$$

$$c_1 = \frac{d_1}{D_1} (d_1^2 - d_0 d_2) - d_0 \quad (5.35)$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} d_1 d_0 \\ d_3 d_2 \end{vmatrix}$$

PID-regulator:

$$(k = 2) \quad c_0 = \frac{d_0}{D_2} \begin{vmatrix} d_1 & d_2 d_0 \\ d_2 & d_2^2 - d_1 d_3 + d_0 d_4 \end{vmatrix}$$

$$c_1 = \frac{d_1}{D_2} \left| \begin{array}{cc|c} d_1 & d_2 d_0 & -d_0 \\ d_3 & d_2^2 - d_1 d_3 + d_0 d_4 & \end{array} \right.$$

$$c_2 = \frac{1}{D_2} \left| \begin{array}{ccc|c} d_1 & d_0 & 0 & \\ d_3 & d_2 & d_2 d_0 & -d_1 \\ d_5 & d_4 & d_2^2 - d_1 d_3 + d_0 d_4 & \end{array} \right| \quad (5.36)$$

$$D_2 = \left| \begin{array}{ccc} d_1 & d_0 & 0 \\ d_3 & d_2 & d_1 \\ d_5 & d_4 & d_3 \end{array} \right|$$

Da ni treba vedno računati zgornjih enačb, lahko za nekatere najbolj pogoste prenosne funkcije regulirancev podamo "optimalne" vrednosti konstant regulatorjev:

1. tip reguliranca:

$$F_S(p) = \frac{K_S}{(1+pT_1)(1+p\sum T_\mu)} \quad (5.38)$$

$\sum T_\mu$  pomeni vsoto vseh majhnih časovnih konstant, pri čemer velja  $T_1 \gg \sum T_\mu$ .

Predpisi:

I-regulator:  $T_1 \doteq 2K_S T_1 \quad (5.39)$

PI-regulator:  $K_R \doteq \frac{T_1}{2K_S \sum T_\mu} \quad (5.40)$

$T_{ip} \doteq T_1 \quad (5.41)$

2. tip reguliranca:

$$F_S(p) = \frac{K_S}{(1+pT_1)(1+pT_2)(1+p\sum T_\mu)} \quad (5.42)$$

$T_1 > T_2 \gg \sum T_\mu$

Predpisi:

I-regulator:

$T_1 \doteq 2K_S(T_1+T_2) \quad (5.43)$

PI-regulator:

$$K_R \doteq \frac{T_1^2 + T_2^2}{2K_S T_1 T_2}, \quad (5.44)$$

$$T_{ip} \doteq \frac{(T_1^2 + T_2^2)(T_1 + T_2)}{T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2}, \quad (5.45)$$

PID-regulator:

$$K_R \doteq \frac{T_1}{2K_S \sum T_\mu}, \quad (5.46)$$

$T_\alpha \doteq T_1, \quad (5.47)$

$T_\beta \doteq T_2 \quad (5.48)$

3. tip reguliranca:

$$F_S(p) = \frac{e^{-pT_1}}{1+pT_2} \quad (5.49)$$

Predpisi:

P-regulator:

$$K_R = \frac{A^2}{1+2A}; \quad A = \frac{T_1}{T_2}, \quad (5.50)$$

I-regulator:

$$T_i = 2(T_1+T_2), \quad (5.51)$$

PI-regulator:

$$K_R = \frac{1}{4} \cdot \frac{6A^3+6A^2+3A+1}{3A^2+3A+1}, \quad (5.52)$$

$$\text{za } A > 2: \quad K_R \approx \frac{T_2}{2 T_1} + \frac{T_1}{12 T_2}, \quad (5.53)$$

$$T_{ip} = \frac{T_1}{3} \cdot \frac{6A^3+6A^2+3A+1}{2A^2+2A+1}, \quad (5.54)$$

$$\text{za } A > 2: \quad T_{ip} \approx T_2 + \frac{T_1^3}{6 T_2^2}; \quad (5.55)$$

PID-regulator:

$$K_R = \frac{1}{16} \cdot \frac{180A^4+240A^3+135A^2+42A+7}{15A^3+15A^2+6A+1}, \quad (5.56)$$

$$\text{za } A > 2: \quad K_R \approx \frac{3}{4} \cdot \frac{T_1}{T_2} + \frac{1}{4} + \frac{T_1}{80 T_2}, \quad (5.57)$$

$$T_\alpha = \frac{T_1}{15} \cdot \frac{180A^4+240A^3+135A^2+42A+7}{12A^3+12A^2+5A+1} \quad (5.58)$$

$$\text{za } A > 2: \quad T_\alpha \approx T_2 + \frac{T_1}{3} \quad (5.59)$$

$$T_\beta = \frac{T_2}{16} \cdot \frac{60A^4+60A^3+27A^2+7A+1}{15A^3+15A^2+6A+1} \quad (5.60)$$

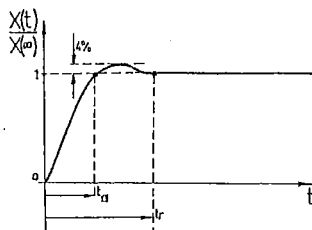
$$\text{za } A > 2: \quad T \approx \frac{T_2}{4} + \frac{T_1^2}{80 T_2} \quad (5.61)$$

Značilnosti optimiranja po iznosu so naslednje:

1. Konstante regulatorja določimo neposredno iz podatkov reguliranca, kar zelo poenostavi izračun, ima pa to slabo stran, da ne upošteva začetnih pogojev in oblike vhodne veličine.
  2. Obseg računanja ni odvisen od števila členov, ki jih vsebuje regulirani sistem, temveč le od vrste regulatorja. Za vse osnovne vrste regulatorjev lahko razmeroma hitro izračunamo konstante.
  3. Ni potrebno izračunati korenov karakteristične enačbe.
  4. Postopek lahko uporabimo tudi pri transcendenčnih funkcijah, npr. pri sistemih z mrtvim časom.
  5. Prehodne funkcije, ki jih dobimo pri vodeni regulaciji ob skočni spremembi želene vrednosti iz stacionarnega stanja, imajo naslednje karakteristične poteke (sl. 5.13)
- preihanje:  $\varepsilon_d \approx 4 \%$
- čas prvega prehoda:  $t_a \approx 4,7 \sum T_\mu$  (5.62)

regulacijski čas:  $t_r \approx 10 \sum T_{\mu}$  (5.63)

6. Če uporabimo opisano optimiranje pri regulaciji s konstantno želeno vrednostjo, tedaj so prehodne funkcije, kot posledice delovanja zunanje skočne motnje, dokaj bolj neugodne, posebno kar zadeva regulacijski čas.



Sl. 5.13

#### 5.3.4 Nastavljanje konstant regulatorja po priporočilih

Pri optimiranju prostih konstant razlikujemo dve glavni skupini regulacij:

1. V prvo skupino sodijo hitro delujoči sistemi, pri katerih so časovne konstante posameznih členov objekta in regulatorja istega velikostnega razreda. Sem sodijo npr. številne vodene regulacije, regulacije vrtljajev, frekvence, napetosti itd.
2. V drugo skupino sodijo sistemi, ki jih uporabljamo za avtomatiziranje najrazličnejših tehnoloških procesov. Značilnosti teh sistemov so:
  - a) počasen potek prehodnih pojavov v regulirancu (od nekaj minut do nekaj ur); prehodni pojav v regulatorju lahko zato v primerjavi s temi dolgimi časi zanemarimo.
  - b) možnost uporabe tipiziranih regulatorjev.

Postopki za sintezo, ki smo jih doslej obravnavali, so namenjeni predvsem prvi skupini regulacij.

Reguliranci druge skupine imajo med seboj večinoma zelo podobne dinamične lastnosti. Njihove prehodne funkcije imajo potek, kot ga vidimo na sl. 2.38 na str. 76. V pogl. 2.5.1 smo videli, da lahko takšne sisteme ponazorimo z nadomestnim mrtvim časom  $T'_m$  in z nadomestno časovno konstanto  $T'$  ter napišemo prenosno funkcijo

$$F_S(p) = \frac{K_S}{1+pT'} e^{-pT'_m} \quad (5.64)$$

Če sklenemo regulacijski krog, tedaj dodamo tem regulirancem takšno vrsto regulatorja, ki bo izpolnjeval postavljene naloge. Pri avtomatiziranju regulirancev z opisanimi dinamičnimi lastnostmi uporabljamo zelo pogosto PID-regulatorje.

S teoretičnimi in eksperimentalnimi raziskavami so različni avtorji postavili priporočila za dimenzioniranje konstant regulatorjev neposredno iz parametrov  $(K_S, T', T'_m)$  reguliranca. Te parametre lahko ugotovimo tako, da npr. eksperimentalno posnamemo prehodno funkcijo reguliranca. Poglejmo si sedaj nekaj teh predpisov oz. priporočil za optimiranje!

Priporočila po Oppeltu /10/ veljajo za nastavljanje parametrov regulatorjev, ki krmilijo regulirance, katerih prenosno funkcijo lahko opišemo z en. 5.64.

P-regulator:

$$K_R = \frac{T'}{K_S T'_m} \quad (5.65)$$

PI-regulator:

$$K_R = 0,8 \frac{T'}{K_S T_m} \quad (5.66)$$

$$T_{ip} = 3 T_m' \quad (5.67)$$

PD-regulator:  
(idealni)

$$K_R = 1,2 \frac{T'}{K_S T_m} \quad (5.68)$$

$$T_{dp} = 0,25 \cdot T_m' \quad (5.69)$$

PID-regulator:

$$K_R = 1,2 \frac{T'}{K_S T_m} \quad (5.70)$$

$$T_\alpha = 2 T_m' \quad (5.71)$$

$$T_\beta = 0,42 T_m' \quad (5.72)$$

Prporočila po Zieglerju in Nicholisu

Ta dva avtorja sta leta 1942 /45/ objavila svoje predpise za optimiranje, do katerih sta prišla s praktičnimi poskusi pri regulacijskih sistemih za tlak, pretok in temperaturo.

Po tem navodilu ni treba poznati konstant  $K_S$ ,  $T'$  in  $T_m'$  reguliranca, temveč postopamo takole:

1. V regulacijski krog vključimo najprej P-regulator (ali nastavimo pri PI-regulatorju  $T_{ip} = \infty$ , pri PD-regulatorju  $T_{dp} = 0$  in pri PID-regulatorju  $T_\alpha = \infty$  in  $T_\beta = 0$ ).

2. Povečujemo ojačenje  $K_R$  P-regulatorja tako dolgo, dokler ne začne regulacijski krog nihati na stabilnostni meji s konstantno amplitudo. Tedaj odčitamo kritično vrednost ojačenja

$$K_{Rk}$$

in čas trajanja enega nihaja regulirane vrednosti, t.j. periodo

$$T_k = \frac{1}{f_k}$$

3. "Optimalne" vrednosti konstant so za P-regulator:

$$K_R = 0,5 K_{Rk}$$

PI-regulator:

$$K_R = 0,45 K_{Rk}$$

$$T_{ip} = 0,85 T_k$$

PID-regulator:

$$K_R = 0,6 K_{Rk}$$

$$T_\alpha = 0,5 T_k$$

$$T_\beta = 0,12 T_k$$

Pri določanju teh konstant sta avtorja upoštevala kot najugodnejše dušenje regulacijskega prehodnega pojava  $z = 0,2$  do  $0,3$  (primerjaj sl. 2.16).

Podobna priporočila so objavili tudi drugi avtorji, npr. Chien, Hrones in Reswick /46/, itd.

Priporočila po Whiteley-u

Ker so dinamične lastnosti regulacije odvisne od imenovalca prenosne funkcije  $H(p)$  oz.  $H_M(p)$ , torej od karakteristične enačbe, so nekateri avtorji z enkratnim "težaškim" delom ob upoštevanju enega od "optimalnih" kriterijev izračunali tako imenovane standardne oblike prenosnih funkcij. Če damo pri sintezi regulacijskih krogov svojim prenosnim funkcijam obliko, kot je "standardna", smo s tem dosegli, da bodo imele tudi te regulacije "optimalni" potek, kakršen je bil privzet pri izračunu vzorcev, t.j. standardnih oblik prenosnih funkcij. Tako si lahko prihranimo zamudno inverzno transformacijo regulacijskega procesa iz slikovnega v časovni prostor.

Že v pogl. 5.2.1.3 smo naleteli na standardne oblike karakterističnih enačb, ki so bile izračunane po ITAE-kriteriju. Sedaj si pa pogledajmo še standardne oblike karakterističnih enačb, ki jih je postavil Whiteley /47/. Za kriterij je vzel prenosno funkcijo zaključenega regulacijskega kroga in je, podobno kot kasneje Kessler /42/, opazoval amplitudni spekter, t.j. razmerje amplitud  $x/x_z$  oz.  $x/z$  v odvisnosti od krožne frekvence. Zahteval je, naj ostane to razmerje konstantno do čim višjih frekvenc in naj velja

$$\frac{d^n \frac{x}{x_z}}{d\omega^n} \rightarrow 0 \quad \text{za } n = 1, 2, 3 \dots$$

Za nekaj značilnih regulacijskih krogov, v katerih nastopajo enojne in dvojne integracije, podajamo standardne oblike karakterističnih enačb in osnovne regulacijske lastnosti, ki jih dosežemo s takšnim optimira-

njem.

1. vrsta: Prenosna funkcija odprtega regulacijskega kroga vsebuje enojno integracijo

$$F_o(p) = \frac{K_o}{p(1+pT_1)(1+pT_2) \dots (1+pT_m)}; \quad (5.73)$$

prenosna funkcija zaključenega regulacijskega kroga ima obliko

$$H(p) = \frac{F_o(p)}{1 + F_o(p)} = \frac{K_o}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + p + K_o} = \frac{\omega_o^n}{p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + z p + \omega_o^n}. \quad (5.74)$$

Standardne oblike karakterističnih enačb so:

$$p^2 + 1,4\omega_o p + \omega_o^2 \quad (5.75)$$

$$p^3 + 2\omega_o p^2 + 2\omega_o^2 p + \omega_o^3 \quad (5.76)$$

$$p^4 + 2,6\omega_o p^3 + 3,4\omega_o^2 p^2 + 2,6\omega_o^3 p + \omega_o^4. \quad (5.77)$$

Regulacijski krog ima naslednje lastnosti:

- a) statična preostala napaka pri skočni spremembi želene vrednosti je  $\epsilon_s = 0$
- b) maksimalna prenihanja regulirane veličine pri skočni spremembi želene vrednosti so
  - za en. (5.75):  $\epsilon_d = 5 \%$
  - za en. (5.76):  $\epsilon_d = 8 \%$
  - za en. (5.77):  $\epsilon_d = 10 \%$



2. vrsta: Prenosna funkcija odprtega regulacijskega kroga vsebuje dvojno integracijo

$$F_o(p) = \frac{K_o \frac{1+pT_{1p}}{pT_{1p}}}{p(1+pT_1)(1+pT_2) \dots (1+pT_m)} ; \quad (5.78)$$

prenosna funkcija zaključenega regulacijskega kroga ima obliko

$$H(p) = \frac{zp+\omega_o^n}{p^n+ap^{n-1} + \dots + zp+\omega_o^n} . \quad (5.79)$$

Standardne oblike karakterističnih enačb so

$$p^2+2,5\omega_o p+\omega_o^2 \quad (5.80)$$

$$p^3+5,1\omega_o p^2+6,3\omega_o^2 p+\omega_o^3 \quad (5.81)$$

$$p^4+7,2\omega_o p^3+16\omega_o^2 p^2+12\omega_o^3 p+\omega_o^4 \quad (5.82)$$

$$p^5+9,0\omega_o p^4+29\omega_o^2 p^3+38\omega_o^3 p^2+18\omega_o^4 p+\omega_o^5 \quad (5.83)$$

$$p^6+11\omega_o p^5+43\omega_o^2 p^4+83\omega_o^3 p^3+73\omega_o^4 p^2+25\omega_o^5 p+\omega_o^6 \quad (5.84)$$

Regulacijski krog ima naslednje lastnosti:

- a) preostala hitrostna napaka pri vodeni regulaciji je nič,
- b) maksimalno prenihanje regulirane veličine pri skočni spremembi želene vrednosti  $\mathcal{E}_d = 10 \%$ .

Podobne standardne oblike je podal avtor tudi za regulacijske kroge, ki vsebujejo dve in tri integraciji /47, 7/.

Če uporabimo namesto obravnavanih P- ali PI-regulatorjev idealni ali realni PD-regulator, tedaj postopamo tako, da eliminiramo največjo časovno konstanto, ki nastopa v imenovalcu prenosne funkcije  $F_o(p)$

in dobimo spet obliko, kot jo ima en. 5.73.

Oglejmo si numerični primer optimiranja z uporabo Whiteleyevih standardnih funkcij!

Prenosna funkcija reguliranca naj bo

$$F_S(p) = \frac{K_S}{pT_1(1+pT_2)} ; \quad K_S = 2, T_1 = 1 \text{ s}, T_2 = 28,5 \text{ ms.}$$

Izbrati je treba vrsto regulatorja in njegove parametre tako, da vodena regulacija ne bo imela hitrostne napake.

Ker vemo, da odpravimo hitrostno napako, če imamo v regulacijskem krogu dvojno integracijo, bomo vzeli PI-regulator. Prenosna funkcija odprtega regulacijskega kroga je tedaj

$$F_o(p) = \frac{K_o \frac{1+pT_{1p}}{pT_{1p}}}{pT_1(1+pT_2)} = \frac{K_o \frac{1+pT_{1p}}{pT_{1p}}}{p(1+p0,0285)} \quad (5.85)$$

prenosna funkcija zaključenega regulacijskega kroga pa

$$H(p) = \frac{\frac{K_o}{0,0285} p + \frac{K_o}{0,0285} \cdot \frac{1}{T_{1p}}}{p^3 + \frac{1}{0,0285} p^2 + \frac{K_o}{0,0285} p + \frac{K_o}{0,0285 \cdot T_{1p}}} \quad (5.86)$$

Ta prenosna funkcija ustreza 2. vrsti z en. 5.81. S primerjavo koeficientov en. 5.81 in polinoma v imenovalcu en. 5.86 dobimo

$$\frac{1}{0,0285} = 5,1\omega_0, \quad \frac{K_0}{0,0285} = 6,3\omega_0^2, \quad \frac{K_0}{0,0285 \cdot T_{ip}} = \omega_0^3 \quad (5.87)$$

od tod sledi:

$$\omega_0 = 6,9 \text{ rad/s}$$

$$T_{ip} = 0,9 \text{ s}$$

$$K_0 = 8,5 \text{ oz. } K_R = \frac{K_0}{K_S} = 4,25.$$

### 5.3.5 Sinteza paralelnih korekcijskih členov

Da izboljšamo regulacijske lastnosti, uporabljamo v regulacijskih krogih pogostokrat tudi paralelne korekcijske člene, predvsem kot sekundarne dušilne povratne zveze. V teh indirektnih povratnih zvezah nastopajo največ diferencirni členi. Skoraj izključno uporabljamo za to pasivna vezja, saj imamo proti koncu direktne veje skoraj vedno na voljo dovolj velike energije.

O pasivnih elektriških korekcijskih vezjih in o njihovih mnogoštevilnih dobrih lastnostih smo že spregovorili v pogl. 3.8. Sedaj pa še pogledjmo, kako je s sintezo in z optimiranjem teh korekcijskih členov.

Predvsem moramo ugotoviti, da so doslej obravnavane metode za sintezo oz. optimiranje prirejene in uporabne v glavnem le za serijske korekcijske člene, t.j. za regulatorje in za pasivne serijske člene. V literaturi ne naletimo na predpise za sintezo paralelnih korekcijskih členov. To je na prvi pogled zelo čudno, saj vemo, da v praksi zelo pogosto stabiliziramo in dušimo regulacijske kroge prav s paralelnimi dušilnimi členi! Razlog za to neskladje med praktično pomembnostjo paralelne korekcije in med pomanjkanjem eksplicitnih metod za

sintezo paralelnih korekcijskih členov je potrebno iskati manj v težavah pri optimiranju kot pa pri strukturalni sintezi blokovne sheme celotne regulacije. Medtem ko pri serijskih korekcijskih členih - aktivnih ali pasivnih - nismo nikoli v dvomih, kam jih naj namestimo, pa je to vprašanje pri polaganju sekundarnih povratnih zvez, v katerih se nahajajo omenjeni pasivni korekcijski členi, vedno problematično. Vprašanje: kje začeti in kje končati z negativno povratno zvezo, se lahko pridruži še vprašanje: koliko sekundarnih povratnih zvez naj vzamemo, da bomo dosegli optimalne rezultate. In končno se vprašanjema kje in koliko neizbežno pridruži še: kakšen člen naj vključimo v posamezne povratne zveze.

Povsem nesmiselno je iskati splošno veljavni odgovor na ta vprašanja, ki sodijo vsekakor v področje sinteze. Pri istih regulacijskih problemih lahko namreč z različnimi rešitvami oz. strukturami regulacijskega kroga dosežemo povsem enake rezultate, tako da o enosmiselni strukturalni rešitvi ne moremo govoriti.

Problem je torej mnogo širši! Izmed mnogih možnih rešitev se moramo odločiti za eno po vidikih širše sinteze (gl. pogl. 5.1). To torej ni samo matematični problem, temveč tehniški problem v pravem pomenu besede. O končni rešitvi problema v veliki meri odločajo izkušnje projektanta ter možnosti tehniške realizacije korekcijskih členov.

Čeprav ni konkretnih navodil za splošno sintezo sekundarnih indirektnih povratnih zvez, dajejo vendarle posamezni avtorji navodila oz. priporočila, s katerimi lahko pridemo do uporabnih rezultatov v posebnih primerih /48/.

Kar zadeva drugi del, t.j. optimiranje konstant paralelnih korekcijskih členov, prav tako naletimo na težave. Bodejev diagram, ki se je pri

enozančnih regulacijskih krogih izkazal tako zelo uporaben za praktično delo, povsem izgubi svoje prednosti, če imamo opraviti z večzančnimi sistemi. V dokajšnji meri lahko isto ugotovimo tudi za Nicholsov in Nyquistov diagram.

Problematika sinteze paralelnih korekcijskih krogov je preobširna, da bi jo lahko zajeli v tem delu. Bralcu, ki ga to posebej zanima, priporočamo literaturo /48, 49, 50, 21, 51, 7/. Omenimo naj še to, da je zaradi eksperimentalnega značaja postopka pri sintezi paralelnih korekcijskih členov zelo dobrodošel analogni računalnik, ker lahko z njim hitro in enostavno preizkusimo mnogo idej oziroma variant!

#### 5.4 Uporaba analognega računalnika

##### 5.4.1 Uvod

Že pri enostavnem enozančnem linearnem regulacijskem krogu je analiza sistema in numerično izračunavanje prehodnega pojava nevhvaležno in zamudno opravilo. To delo je še posebej težavno, če imamo večzančen sistem in hočemo opazovati vpliv spremembe kakšnega parametra notranje zanke na lastnosti celotnega sistema. Mnogokrat pa moramo opazovati vplive tudi več spremenljivih parametrov! Nepremostljive računske težave se lahko pojavljajo tudi tedaj, če moramo upoštevati nelinearnosti, ki jih vsebujejo členi regulacijskega (gl. pogl. 6.2) sistema.

Vse te probleme lahko obvladamo, če uporabimo analogni računalnik, ki je pravzaprav analogni simulator fizikalnih sistemov in je primeren za reševanje simultanih diferencialnih enačb. Nelinearnosti lahko ponazorimo neposredno npr. z multiplikatorji, diodami in drugimi poseb-

nimi komponentami. Fizikalne veličine realnega sistema se na analognem računalniku pojavljajo kot analogne enosmerne napetosti ustreznih amplitud. Tudi rezultate dobimo v obliki napetosti oziroma ob uporabi registrirne naprave grafično kot funkcijo časa. Rezultati v tej obliki so za inženirsko rabo zelo prikladni. Za vsako nastavljeno vrednost spremenljivega parametra dobimo po eno krivuljo in se lahko s primerjavo krivulj npr. hitro odločimo za optimalno vrednost nekega parametra. Medtem, ko je pri matematični metodi potrebno za vsako vrednost parametra ponoviti celotni dolgotrajni izračun (gl. primer v pogl. 3.6), pa analogni računalnik takorekoč sproti riše krivulje in lahko v najkrajšem času analiziramo veliko variant.

Točnost rezultatov je odvisna od točnosti računalniških komponent in seveda od točnosti, s katero smo uspeli izračunati (ali izmeriti) parametre fizikalnega sistema. Napaka nekaj odstotkov je običajna in povsem sprejemljiva.

##### 5.4.2 Zgradba računalnika

Osnovne komponente računalnika so kvalitetni enosmerni ojačevalniki z velikim ojačenjem in majhnim driftom. Računalnik, ki ga bomo opisali, je pravzaprav elektronski diferencialni analizator, sestavljen iz tranzistorskih "operacijskih ojačevalnikov", ohmskih uporov, kondenzatorjev in potenciometrov. S povsem podobno tehniko, kot smo jo spoznali v pogl. 4.5.1, dosežemo tudi pri analognem računalniku osnovne operacije, kot so množenje z realno konstanto  $K$ , seštevanje, integriranje, spremembo polaritete ("inverzijo signala") in proizvajanje časovnih funkcij.

Ob upoštevanju en. 4.14 lahko z  $R$  in  $C$  pasivnimi elementi na ideal-

nih ojačevalnikih uresničimo nekatere osnovne operacije, kot jih vsebuje Tabela 6. V zadnji vertikalni koloni so narisani veljavni simboli. Pri integratorju pomeni  $x_0$  začetni pogoj, t.j. vrednost veličine  $x$  v času  $t = 0$ .

TABELA 6

Štev.	Vezje	Operacija	Konstante	Simbol
1		množenje $x = -K y$	$K = \frac{R_2}{R_1}$	
2		seštevanje in množenje $x = -(y_1 K_1 + y_2 K_2 + y_3 K_3)$	$K_1 = \frac{R_4}{R_1}, K_2 = \frac{R_4}{R_2}, K_3 = \frac{R_4}{R_3}$	
3		integriranje $x = -x_0 - K \int y dt$	$K = \frac{1}{RC}$	
4		seštevanje in integriranje $x = -(K_1 \int y_1 dt + K_2 \int y_2 dt + K_3 \int y_3 dt)$	$K_1 = \frac{1}{R_1 C}, K_2 = \frac{1}{R_2 C}, K_3 = \frac{1}{R_3 C}$	
5		množenje $x = K y$	$K = \frac{h}{L}$	
6		invertiranje signala $x = -y$	- 1	

5.4.3 Razreševanje diferencialnih enačb

Za zgled narišimo tako imenovano računalniško shemo za regulacijski sistem drugega reda, ki ga opisuje prenosna funkcija ( $X$  in  $X_z$  sta absolutni vrednosti):

$$\frac{X(p)}{X_z(p)} = H(p) = \frac{K}{1+p2zT+p^2T^2} \quad (5.88)$$

Če uporabimo okrajšavo

$$D^n = \frac{d^n}{dt^n}, \quad (5.89)$$

lahko iz en. 5.88 napišemo diferencialno enačbo

$$T^2 D^2 X + 2zTDX + X = KX_z$$

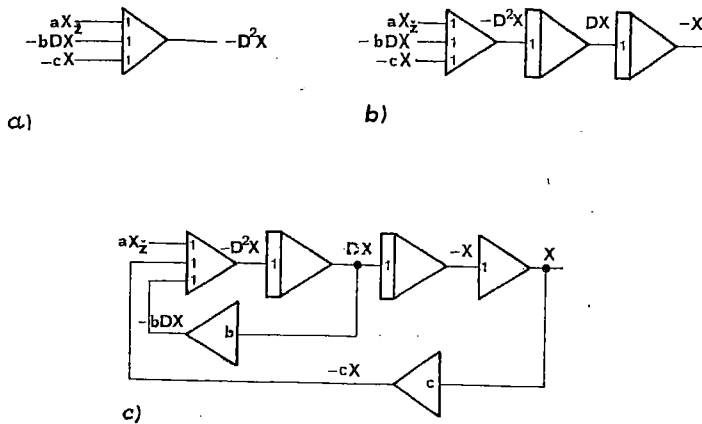
$$D^2 X = \frac{K}{T^2} X_z - \frac{2z}{T} DX - \frac{1}{T^2} X \quad (5.90)$$

$$D^2 X = aX_z - bDX - cX \quad (5.91)$$

$$a = \frac{K}{T^2}, \quad b = \frac{2z}{T}, \quad c = \frac{1}{T^2}$$

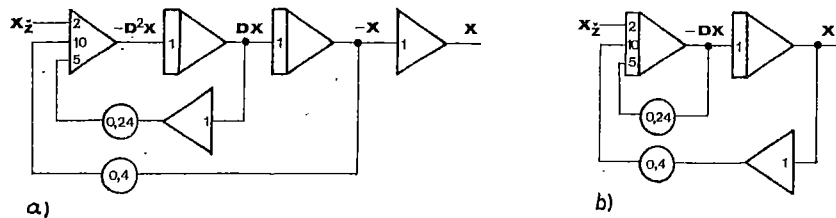
En. 5.91 lahko simbolično prikažemo s sl. 5.14. Sl. 5.14a ustreza en. 5.91. Evidentno je, da moramo izraz  $D^2 X$  dvakrat integrirati, da dobimo izhodno vrednost  $X$ . To kaže sl. 5.14b. Na sl. 5.14c pa ob upoštevanju pravih predznakov in koeficientov odvezamo signala  $-bDX$  in  $cX$  ter ju pripeljemo na vhod sumatorja.

Sl. 5.14c kaže osnovno računalniško shemo, ki jo lahko še modificiramo. Predvsem lahko na multiplikatorjih in integratorjih nastavljamole okrogle vrednosti konstant npr. 1, 2, 5, 10. Vmesne vrednosti ustvarimo potem s potenciometri. Naj bodo v obravnavanem primeru:  $a = 2$ ,



Sl. 5.14

$b = 1,2$  in  $c = 4$ . Računalniško shemo s sl. 5.14c spremenimo v shemo na sl. 5.15a, v kateri smo izpustili en obračalnik (invertor signala), ki je bil na sl. 5.14c odveč, saj je  $-X$  dostopen! Če nimamo namena posebej raziskovati signala  $D^2X$ , lahko shemo še nadalje poenostavimo (sl. 5.15b).



Sl. 5.15

Vendar je treba poudariti, da računalniška shema na sl. 5.15b nikakor ni edina možna oblika. Iste fizikalne sisteme lahko namreč modeliramo z različnimi računalniškimi shemami, kar je odvisno od spretnosti programiranja, možnosti računalnika, postavljenih (računalniških) zahtev in ostalih zahtev kot sta npr. amplitudno in časovno normiranje!

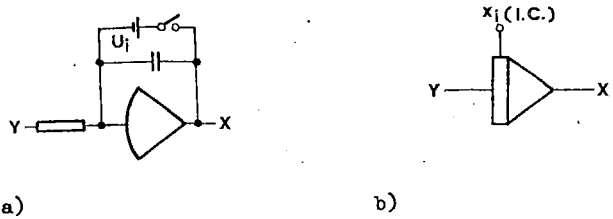
Če pripeljemo na vhod računalnika poljuben napetostni signal  $X_z(t)$ , bo računalnik "izračunal" odziv  $X(t)$ ! Na sl. 5.15b je dostopen tudi podatek  $\frac{dX}{dt}$ , na sl. 5.15a pa še podatek  $\frac{d^2X}{dt^2}$ .

#### 5.4.4 Vstavljanje začetnih pogojev

V pogl. 2.2 smo videli, da napišemo za fizikalne sisteme diferencialne enačbe, ki povezujejo le spremembe (oz. relativne spremembe) fizikalnih veličin okrog nekih izhodiščnih vrednosti in se tako izognemo začetnim pogojem. Če tega ne storimo ali pa če se sistem ne nahaja v času  $t = 0$  v stacionarnem stanju, moramo seveda pri razreševanju diferencialnih enačb upoštevati začetne pogoje. Isto velja tudi za računalniške sheme.

Predpostavimo, da je imel sistem z en. 5.91 v času  $t = 0$  naslednja začetna pogoja:  $X_1 = 5$  in  $\dot{X}_1 = -1$ . Sl. 5.16a kaže, kako lahko vstavimo integratorju začetni pogoj v obliki napetosti  $U_1$ . Stikalo  $St$  se avtomatično izklopi v času  $t = 0$ , ko začne računalnik računati. Sl. 5.16b kaže simbol integratorja z začetnim pogojem (I.C. = initial condition).

Predznak in velikost napetosti  $U_1$  se ravnata po naslednjih določilih:



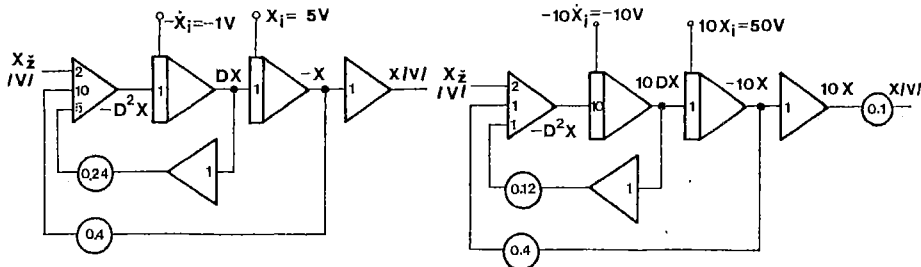
Sl. 5.16

1. Če je znak realnega začetnega pogoja pozitiven, tedaj mora biti predznak napetosti  $U_1$  in integratorjevega izhoda  $x$  nasproten. Če pa je znak realnega začetnega pogoja negativen, morata imeti napetost  $U_1$  in izhod integratorja isti predznak!

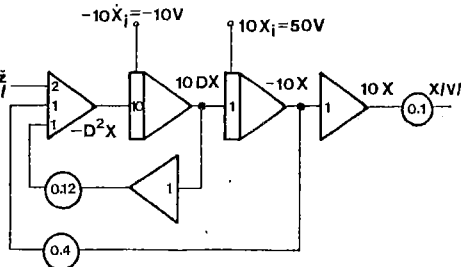
2. Velikost napetosti  $U_1$  je treba pomnožiti z vsakim faktorjem, ki je sicer tudi pri izhodnem signalu integratorja, npr. če je na izhodu iz integratorja signal  $3x$ , je treba vsak začetni pogoj za  $x$  pomnožiti s  $3$ !

Sl. 5.17 kaže računalniško shemo za primer

$$\ddot{X} + 1,2\dot{X} + 4X = 2X_2; \quad X_1 = +5 \text{ in } \dot{X}_1 = 1$$



Sl. 5.17



Sl. 5.18

Če vstavimo v sistem le začetne pogoje in začnemo računati brez vhodnih signalov (npr.  $X_2 = 0$  V v sl. 5.17), potem dobimo transientni pojav nevsiljenega (prostega) nihanja.

#### 5.4.5 Amplitudno in časovno normiranje

Dosedanje računalniške sheme so "računale" v realnem času, kar pomeni, da se je transientni pojav v računalniku odvijal z enako hitrostjo kot pri realnem sistemu. Nadalje je en Volt v računalniku ponazarjal eno enoto fizikalnih veličin v realnem sistemu (npr. 1 Volt  $\triangleq$  1 meter ipd.).

Amplitudno normiranje (skaliranje) pa je potrebno:

1. da omejimo maksimalne amplitude analognih napetosti v računalniku, ki ponazarjajo fizikalne veličine realnega sistema. Izhodne napetosti računalnikovih ojačevalnikov so namreč omejene v odvisnosti od izvedbe na nekaj  $\pm 10$  V, npr. pri računalniku SD 3300 Laboratorija za regulacijsko tehniko v Ljubljani je  $\pm 100$  V. Če bi hoteli ponazoriti neko fizikalno veličino npr. 500 m, bi pri merilu 1 V  $\triangleq$  1 m potrebovali na računalniku amplitudo 500 V. Ker je ne moremo doseči, moramo merilo (skalo) spremeniti.

2. da povečamo zelo majhne napetosti v računalniku, ki ponazarjajo fizikalne veličine z zelo majhnimi vrednostmi. To moramo storiti, saj je razumljivo, da bi npr. računalnik SD 3300 z območjem  $\pm 100$  V ne računal natančno s signali npr. 1 V.

Tehniko amplitudnega normiranja obširno obravnava strokovna literatura. To literaturo priporočamo bralcem, ki jih to področje posebej zanima (52, 53, 54, 55, 56). Za ostale pa naj zadostuje naslednje:

1. Računalniško shemo lahko normiramo tudi samo v območju, kjer nastopajo problematične napetosti. Na sl. 5.17 smo morali npr. vstaviti začetna pogoja 1 V oziroma 5 V, ki pri 100 V računalnika zanesljivo ne bosta dala natančnejših rezultatov. Zato bomo napetosti v območju signalov  $\dot{X}$  pomnožili s faktorjem 10 in shemo priredili tako, kot kaže sl. 5.18.

Osnovni pogoj normiranja je ta, da nobena izhodna napetost iz sumatorjev ali integratorjev ne prekorači maksimalne napetosti računalnika.

2. Kot bomo videli v pogl. 5.4.6, lahko računalniško shemo narišemo neposredno iz blokovne sheme regulacijskega sistema. V teh shemah nastopajo praviloma normirane prenosne funkcije. Če izberemo osnovne vrednosti posameznih veličin realnega sistema tako, da relativne spremembe ne prekoračujejo vrednosti ena, lahko izberemo za enoto signala v računalniku kar maksimalno napetost, npr. 100 V pri računalniku SD 3300. Potemtakem moramo že pri normiranju prenosnih funkcij izbirati osnovne vrednosti tako, da se bodo relativne spremembe gibale v mejah med  $\pm 1$ , pri čemer težimo k absolutni vrednosti 1 zaradi zmanjšanja računalniških napak.

Računalniki so opremljeni z indikatorji (npr. s signalnimi lučkami), ki javljajo, če je kateri od ojačevalnikov preobremenjen, t.j. v nasičenju. Tedad vemo, da je relativna sprememba prekoračila vrednost enote, t.j.  $\pm 100$  V pri računalniku SD 3300. V tem primeru moramo ali ponovno normirati prenosne funkcije ali spremeniti enoto v računalniku, npr. od 100 V na 50 V, ali pa spremeniti amplitudno normiranje računalniške sheme v območju preobremenitve ojačevalnika.

Časovno normiranje (skaliranje) je potrebno, če je realni prehodni pojav:

1. tako hiter, da mu računalnik ali registrirna naprava ne moreta slediti, ali
2. zelo počasen in bi računanje zahtevalo preveč časa.

V obeh primerih vpeljemo nov računalniški čas  $\tau$

$$\tau = \frac{t}{a} \tag{5.92}$$

$t$  je realni čas,  $a$  pa realna konstanta, ki je

$$a > 1 \quad \text{za povečanje hitrosti računanja} \tag{5.93}$$

$$a < 1 \quad \text{za zmanjšanje hitrosti računanja} \tag{5.94}$$

Ker je v splošnem

$$\frac{d^n x}{dt^n} = \frac{1}{a^n} \frac{d^n x}{d\tau^n}, \tag{5.96}$$

moramo v diferencialni enačbi vsak odvod deliti s faktorjem  $a^n$ . Za zgled vzemimo ponovno primer

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 1,2 \frac{dx}{dt} + 4x = 2x_{\frac{1}{2}}; \quad x_1 = 5 \text{ in } \dot{x}_1 = 1$$

$$x_{\frac{1}{2}} = \sin \omega t$$

Dobiti hočemo računalniško rešitev, ki bo petkrat počasnejša od realnega časa! Tedad moramo v smislu en. 5.92 izbrati

$$\tau = 5t \quad \text{oziroma } a = 0,2$$

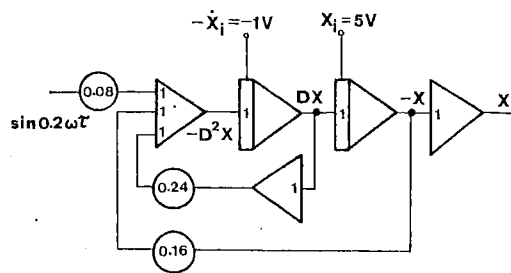
in je

$$\frac{1}{0,2^2} \frac{d^2 x}{d\tau^2} + \frac{1,2}{0,2} \frac{dx}{d\tau} + 4x = 2 \sin (0,2 \omega \tau)$$

$$\frac{d^2X}{dt^2} + 0,24 \frac{dX}{dt} + 0,16 X = 0,08 \sin(0,2 \omega t)$$

Ustrezno se spremenijo tudi konstante v računalniški shemi s sl. 5.17. Novo shemo kaže sl. 5.19.

Časovno normiranje je velikokrat tudi zelo koristno, če so v diferencijalni enačbi koeficienti



Sl. 5.19

pri odvodih višjega reda veliko manjši od koeficientov pri odvodih nižjega reda. Tedaj izberemo  $a < 1$  in se izognemo potrebi po velikih konstantah ojačenja v operacijskih ojačevalnikih!

#### 5.4.6 Programiranje iz blokovnih shem

Blokovne sheme regulacijskih sistemov smo risali z namenom, da obsežne fizikalne sisteme razkosamo na čim več enostavnih in preglednih delnih sistemov (členov), katerih obnašanje in parametre lahko matematično in eksperimentalno mnogo lažje zajamemo. Blokovna shema posreduje inženirju veliko bolj živo sliko kot sistem diferencialnih enačb. Kot bomo videli kasneje, tudi pritegnitev nelinearnosti v blokovno shemo ne povzroča težav. Parametri, ki nastopajo v blokih, ustrezajo tehniškemu pojmu in jih lahko neposredno izračunamo ali izmerimo. Veljavna kombinatorika, t.j. povezava med bloki celotne sheme pa že sama daje kvalitativne odgovore na osnovna vprašanja, kot so npr. statična napaka ipd.

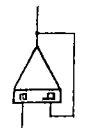
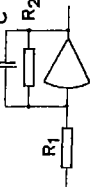
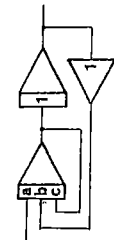
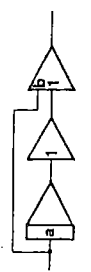
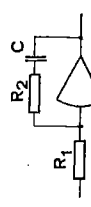

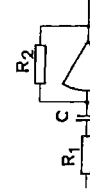
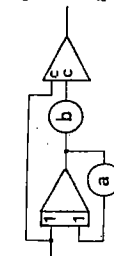
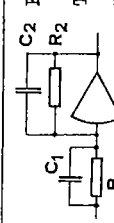
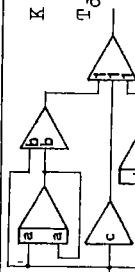
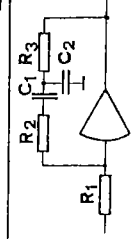
Podobno se tudi pri analognem računalniku rešuje problem s kombinacijo osnovnih operacij. Zato je pričakovanje, da lahko pri programiranju izhajamo tudi neposredno iz blokovne sheme in ne matematično iz diferencialne enačbe, povsem upravičeno! Ta postopek je posebno primeren, če imamo obsežne regulacijske sisteme, v katerih nastopajo tudi nelinearnosti.

Ker sestavlja linearne blokovne sheme omejeno število osnovnih členov, lahko za njih sestavimo ustrezne osnovne računalniške sheme. Tabela 7 kaže nekaj teh možnosti. Kot vidimo, lahko isto diferencialno enačbo oz. isti osnovni člen upodobimo tudi tako, da uporabimo pasivne R in C elemente (gl. tudi Tabela 4 na str. 204). Tako uporabimo manj ojačevalnikov, slaba stran pa je ta, da lahko nastavimo le okrogle vrednosti konstant, ker imamo ponavadi na voljo le nekaj različnih vrednosti R in C elementov, npr. 0,2 MΩ, 0,5 MΩ in 1 MΩ ter 0,1 μF ter 1 μF pri računalniku SD 3300.

#### 5.4.7 Optimiranje

Analogni računalnik je posebno pripraven, če moramo poiskati optimalne vrednosti določenih parametrov (npr. regulatorjevih) regulacijskega kroga. Na že sestavljenem analognem modelu spreminjamo vrednosti teh parametrov (npr. s potenciometrom) in opazujemo odzive sistema na določeno obliko vhodne funkcije pri raznih nastavitvah parametrov. Ker moramo za spremembo konstante spremeniti npr. le nastavitvev potenciometra, lahko v relativno kratkem času opravimo mnogo poskusov. Ko dosežemo najugodnejši odziv, lahko na potenciometru odčitamo ustrezno vrednost iskanega parametra.

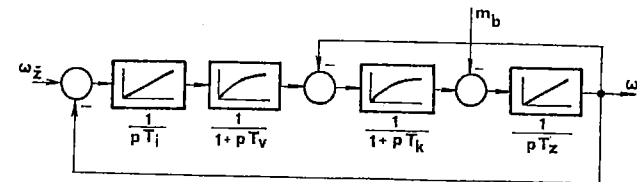


Vrsta člena	Prenosna f.	Računalniška shema in koeficienti	Ekvivalentna shema in koeficienti
Člen 1. reda	$\frac{K}{1 + pT}$	 $K = -\frac{a}{b}$ $T = \frac{1}{b}$	 $K = \frac{R_2}{R_1}$ $T = R_2 C$
Člen 2. reda	$\frac{K}{1 + 2zT + p^2 T^2}$	 $K = \frac{a}{b}$ , $T = \frac{1}{\sqrt{b}}$ , $z = \frac{c}{2\sqrt{b}}$ $a = \frac{K}{T^2}$ , $b = \frac{1}{T^2}$ , $c = \frac{2z}{T}$	
PI-člen	$\frac{1 + pT}{K}$	 $K = b$ , $b = K$ $T = \frac{b}{a}$ , $a = \frac{K}{T}$	 $K = \frac{R_2}{R_1}$ $T = R_2 C$
Realni diferencialni člen	$\frac{pKT}{1 + pT}$ $K > 1$	 $T = \frac{1}{a}$ , $a = \frac{1}{T}$ $K = b$ , $b = K$	 $T = R_1 C$ $K = \frac{R_2}{R_1}$
Realni PD-člen	$\frac{1 + pT_1}{K} \frac{1 + pT_2}{1 + pT_2}$ $T_1 < T_2$	 $T_1 = \frac{1}{a-b}$ , $T_2 = \frac{1}{a}$ , $K = (a-b) \frac{c}{a}$ $a = \frac{1}{T_2}$ , $b = \frac{T_2 - T_1}{T_1 T_2}$ , $c = \frac{T_1}{T_2} K$	 $T_1 = R_1 C_1$ $T_2 = R_2 C_2$ $K = \frac{R_2}{R_1}$
PID-člen	$K + \frac{1}{pT} + \frac{pK_1 T_d}{1 + pT_d}$	 $K = c$ , $K_1 = b$ , $T = \frac{1}{d}$ $T_d = \frac{1}{a}$ , $a = \frac{1}{T_d}$ $b = K_1$ , $c = K$ , $d = \frac{1}{T}$	 gl. Tabela in en.

Večje praktične težave se pojavijo, če ne iščemo vrednosti le enega, temveč istočasno več parametrov, npr. parametre  $K_R$ ,  $T_{dp}$  in  $a$  (gl. en. 5.18) pri PD-regulatorju. V tem primeru bi slepo, nesistematično iskanje ne pripeljalo do želenega rezultata. Zato pri optimiranju dveh in več parametrov uporabimo najprej eno od analitičnih metod in izračunamo približne vrednosti iskanih parametrov. Tako poznamo območje, v katerem se bodo gibale optimalne vrednosti parametrov in ni več težko s poizkušanjem poiskati te vrednosti. Ta način ima še to prednost, da istočasno preverimo pravilnost računalniške sheme in vstavljenih konstant.

5.4.8 Zgledi

1. zgled: Za regulacijski sistem Ward-Leonardovega agregata, ki smo ga obravnavali v pogl. 2.6.2 in v pogl. 3.6, narišimo ob upoštevanju blokovnega diagrama na sl. 3.18 (str. 130), računalniško shemo! Blokovno shemo regulacije s pripadajočimi parametri ponovno kaže sl. 5.20. Računalniško shemo lahko narišemo neposredno po tej blokovni

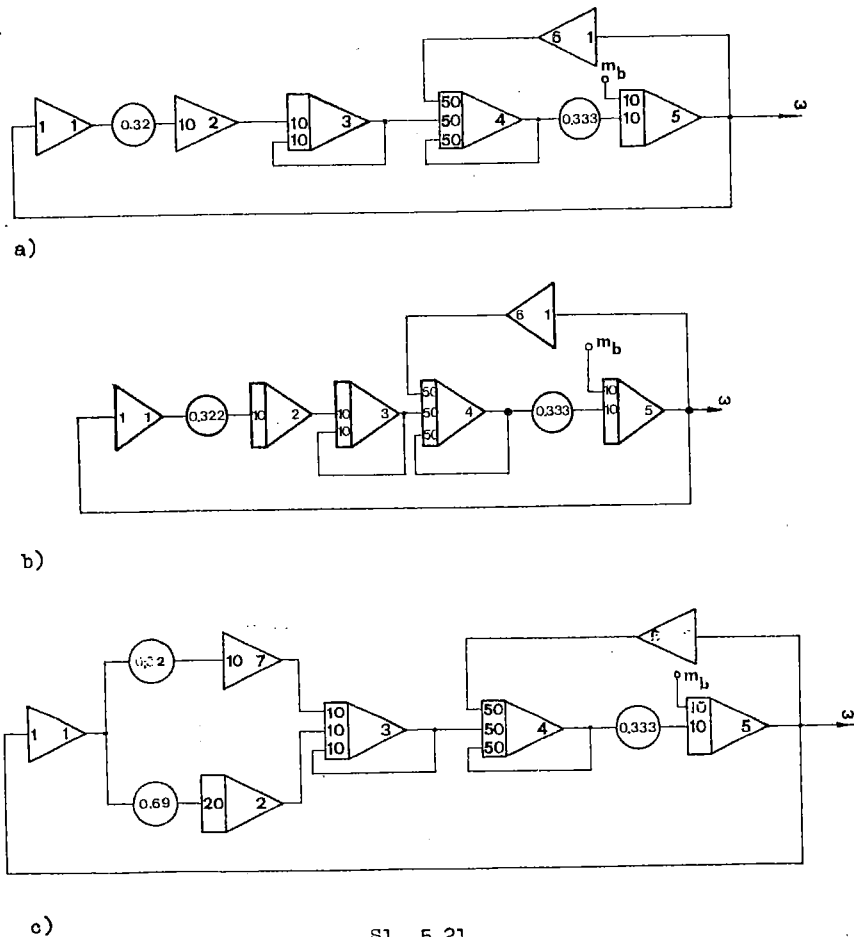


$$T_z = 0,3 \text{ s} \quad T_v = 0,1 \text{ s}$$

$$T_k = 0,02 \text{ s} \quad T_i = 0,31 \text{ s}$$

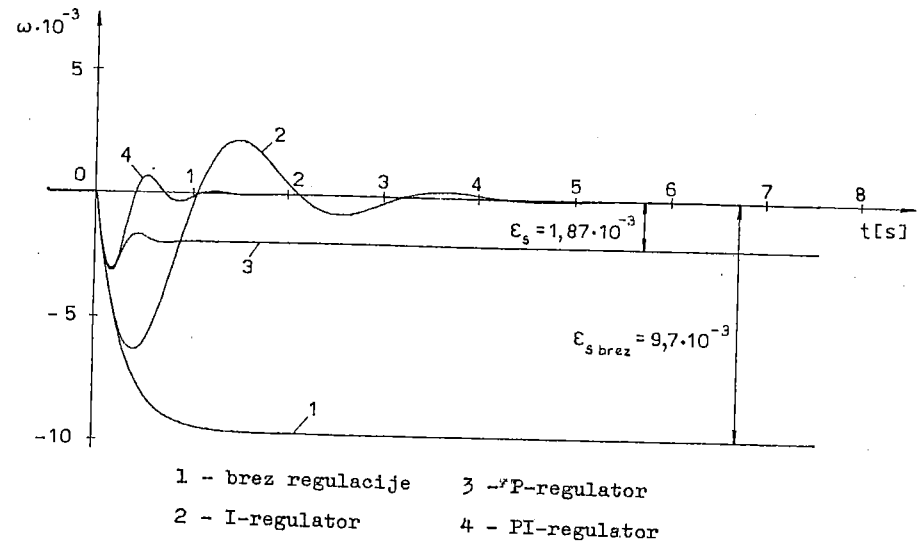
Sl. 5.20

shemi in nastavimo koeficiente potencijetrov in koeficiente vhodov ojačevalnikov v smislu podatkov Tabele 7 tako, da ustrezajo numeričnim vrednostim časovnih konstant in faktorju ojačenja. Sl. 5.21 kaže to računalniško shemo za različne vrste regulatorjev. Obračalnika faze (invertorja signalov števil 1 in 6) sta bila potrebna zato, da imata signala v povratni zvezi pravičen (negativen) predznak.



Sl. 5.21

Sl. 5.22 kaže prehodne pojave pri enakih skočnih spremembah  $m_b$  toda pri različnih vrstah regulatorjev, katerih parametre smo optimirali: krivulji 1 ustreza prekinjena glavna povratna zveza (regulacija ni vklopljena!), krivulji 2 regulacija z I-regulatorjem ( $T_i = 0,31$  s), krivulji 3 regulacija s P-regulatorjem ( $K_R = 4,2$ , optimiran s kriterijem  $\lambda_{max} = 2,4$  dB) in krivulji 4 regulacija s



Sl. 5.22

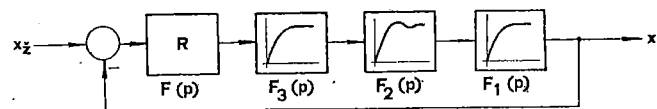
PI-regulatorjem ( $K_R = 3,2$ ,  $T_{ip} = 0,23$  s). Računalniško shemo s P-, I- in PI-regulatorjem kažejo sl. 5.21a oziroma 5.21b oziroma 5.21c.

Kot vidimo s sl. 5.22, se pri regulaciji s P-regulatorjem pojavi preostala napaka  $\epsilon_s = 1,87 \cdot 10^{-3}$ , ki ustreza tudi izračunani vrednosti

$$\epsilon_s = \frac{1}{1+K_0} \epsilon_s \text{ brez} = \frac{1}{1+4,2} 9,7 \cdot 10^{-3} = 1,87 \cdot 10^{-3}$$

Z  $\mathcal{E}_g$  brez smo označili relativno spremembo kotne hitrosti pri odprti povratni zvezi (gl. str. 137) zaradi spremembe obremenitve.  $K_o$  je krožno ojačenje  $K_o = K_R K_G$ . Iz diagrama na sl. 5.22 vidimo, da I- in PI-regulator popolnoma odpravljata statično napako zaradi skočne spremembe motnje, P-regulator pa ta vpliv samo reducira. V dinamičnem pogledu je P-regulator boljši od I-regulatorja. Šele kombinaciji obeh, t.j. PI-regulator, omogoča dobre dinamične in dobre statične lastnosti istočasno.

2. zglede: Regulacijskemu sistemu, katerega blokovno shemo kaže sl. 5.23, je treba optimirati parametre naslednjih vrst regulatorjev:



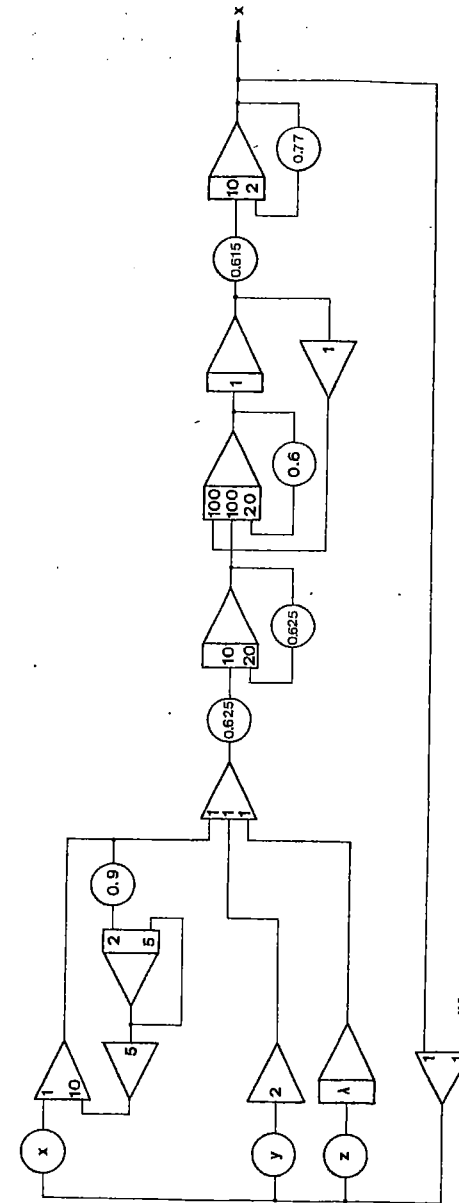
$$F_1(p) = \frac{4}{1+p0,65}, \quad F_2(p) = \frac{1}{1+p0,12+p^20,01}, \quad F_3(p) = \frac{0,5}{1+p0,08}$$

Sl. 5.23

P-, I-, PI-, PD- in PID-regulator. Na podlagi blokovne sheme je treba narisati računalniško shemo in s poskušanjem na analognem računalniku doseči najugodnejše prehodne pojave pri skočni spremembi želene vrednosti.

Računalniško shemo kaže sl. 5.24. Kot vidimo (gl. Tabela 7), smo PID-regulator modelirali tako, da smo paralelno priključili PD-, P- in I-regulator. Prenosna funkcija PID-regulatorja je tedaj

$$F(p) = K + \frac{1 + paT_{dp}}{1 + pT_{dp}} + \frac{1}{pT_i}$$



Sl. 5.24

S potenciometri x, y in z lahko nastavljamo parametre posameznih vrst regulatorjev kot kaže Tabela 8

TABELA 8

Potenciometri x, y, z; vhod λ	P	I	PI	PD	PID
x	0	0	0	1	1
y	0,7	0	0,7	0,2	1,25
z, λ	0	λ = 1 z = 0,9	0,37	0	0,41

Optimalni parametri regulatorjev so:

P-regulator:  $F(p) = K, \quad K = 1,4$

I-regulator:  $F(p) = \frac{1}{pT_i}, \quad T_i = 1,11 \text{ s}$

PI-regulator:  $F(p) = K + \frac{1}{pT_i} = K \frac{1+pT_i}{pT_i}, \quad K = 1,4, \quad T_{ip} = 0,76 \text{ s}$

PD-regulator:  $F(p) = K + \frac{1+paT'_{dp}}{1+pT'_{dp}} = K' \frac{1+p(a+K)T'_{dp}}{1+pT'_{dp}} = K' \frac{1+paT'_{dp}}{1+pT'_{dp}}$

$K = 0,4, \quad K' = 1,4, \quad T'_{dp} = 0,02 \text{ s}, \quad a = 10$

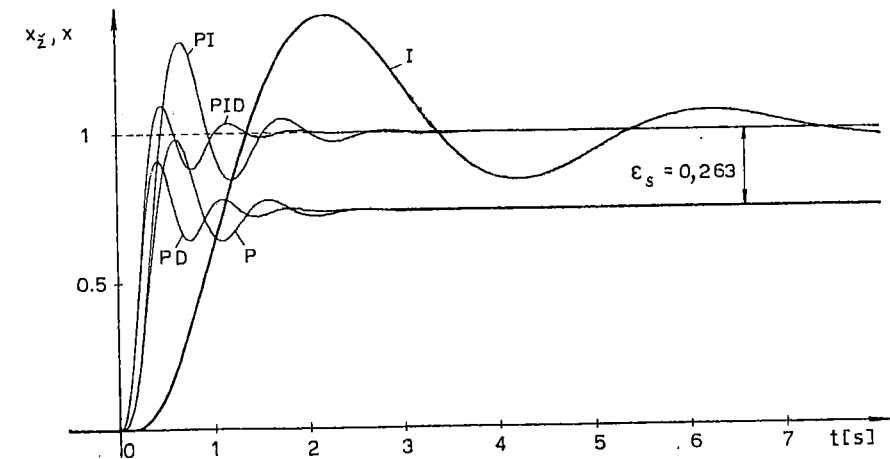
PID-regulator:  $K = 0,5, \quad a = 10, \quad T'_{dp} = 0,02 \text{ s}, \quad T_i = 0,476 \text{ s}$

Sl. 5.25 kaže prehodne pojave regulacijskega sistema za razne vrste optimiranih regulatorjev. Najboljše rezultate daje po pričakovanju PID-regulator. P- in PD-regulator puščata preostalo napako  $\epsilon_s = 0,263$ , ki ustreza računski (gl. en. 3.19 in 3.22)

$$\epsilon_s = \frac{1}{1+K_0} = \frac{1}{1+2,8} = 0,263$$

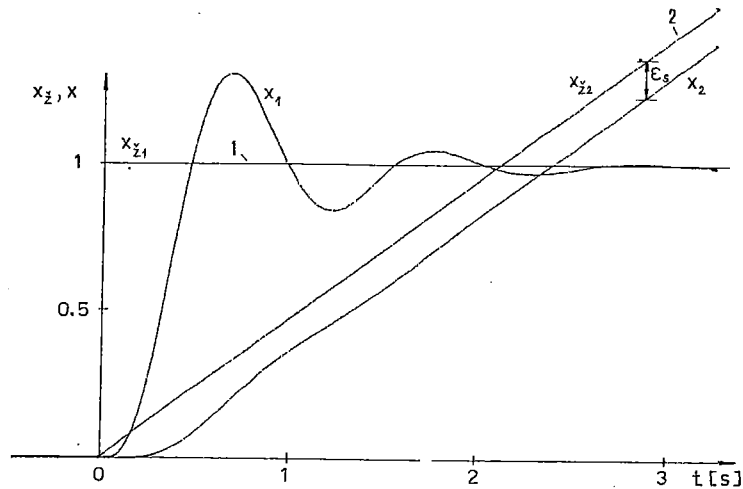
I-regulator daje zelo slabe dinamične lastnosti. V tem pogledu sta najboljša PID- oziroma PD-regulator. Od I-, PI- in PID-regulatorjev ima največji faktor prenihanja I-regulator, najmanjšega pa PID-regulator.

S sl. 5.25 lahko izluščimo tudi splošno oceno o sposobnosti posameznih vrst regulatorjev!



Sl. 5.25

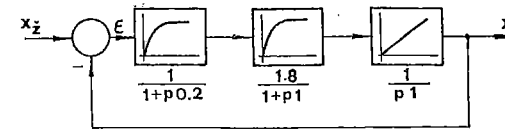
Sl. 5.26 kaže prehodna pojava  $x(t)$  pri regulaciji z istim PI-regulatorjem kot na sl. 5.25, če spreminjamo želeno vrednost  $x_z$  po enotni funkciji (krivulja 1) oziroma po enakomerno naraščajoči funkciji  $x_{z2} = kt$  (krivulji 2). Kot vidimo, je pozicijska preostala napaka nič, hitrostna preostala  $s$  napaka pa ni nič (gl. pogl. 3.2).



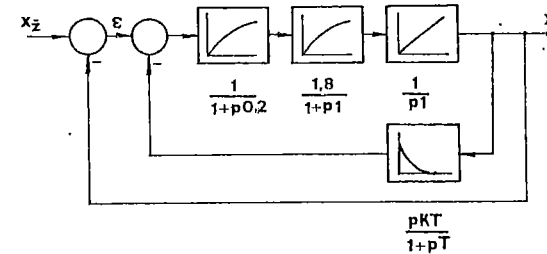
$$x_{z2} = kt = 0,475 \cdot t, \quad \epsilon_s = 0,13$$

Sl. 5.26

3. zgleđ: Regulacijskemu sistemu (vodena regulacija!), katerega blokovno shemo kaže sl. 5.27, izboljšajmo dinamične lastnosti s paralelnim diferencirnim korekcijskim členom, ki ga bomo namestili tako, kot kaže blokovna shema na sl. 5.28! Na analognem računalniku SD 3300 je treba modelirati regulacijski sistem in s poskušanjem določiti optimalna parametra  $K$  in  $T$  korekcijskega člena.

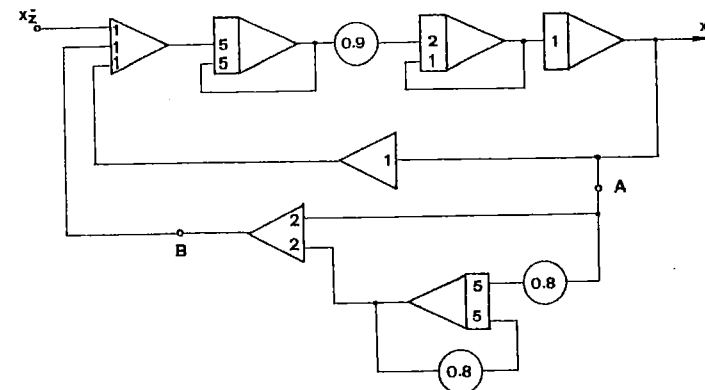


Sl. 5.27



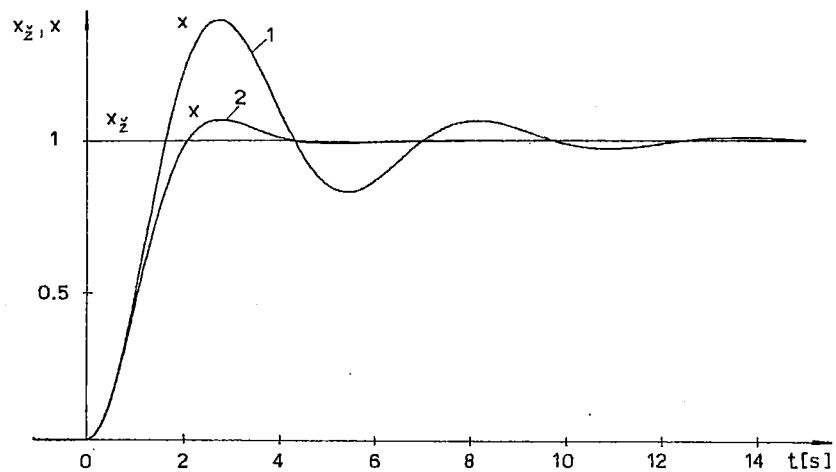
Sl. 5.28

Iz blokovne sheme na sl. 5.28 lahko ob upoštevanju numeričnih vrednosti narišemo računalniško shemo (sl. 5.29). Krivulja 1 na sl. 5.30.



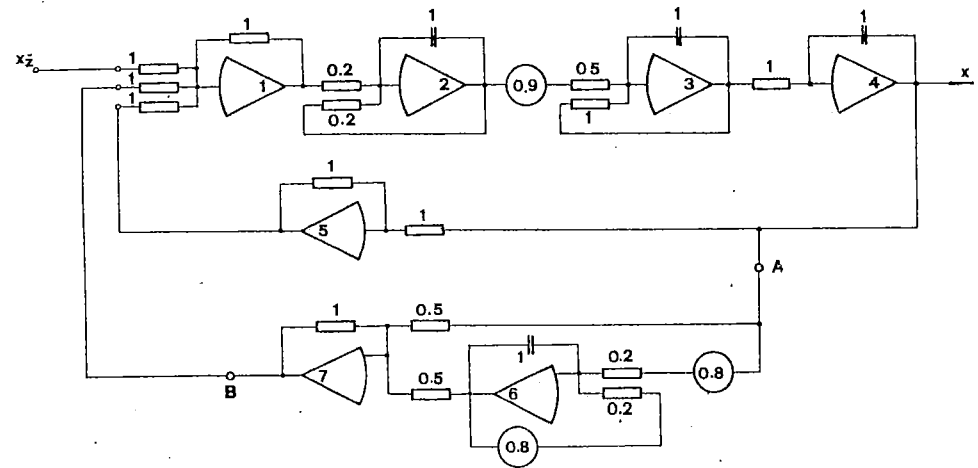
Sl. 5.29

kaže prehodni pojav  $x(t)$  pri skočni spremembi želene vrednosti regulacijskega kroga brez, krivulja 2 pa s korekcijskim členom, katerega optimalni konstanti sta  $K = 2$  in  $T = 0,25$  s. S te slike vidimo, da lahko korekcijski členi zelo izboljšajo dinamiko regulacijskega sistema.



Sl. 5.30

Sl. 5.31 kaže, kako lahko na konkretnem analognem računalniku SD 3300 realiziramo računalniško shemo s sl. 5.29. Operacijske ojačevalnike moramo pri tem računalniku opremiti z R in C elementi. Operacijski ojačevalniki števil 2, 3, 4 in 6 morajo biti "integracijski". Upori in kondenzatorji imajo na sl. 5.31 dimenzijo  $M\Omega$  oziroma  $\mu F$ .



Sl. 5.31

## 6. TEORIJA NELINEARNE REGULACIJE

### 6.1 Nelinearni sistemi

Linearne sisteme opisujemo z linearnimi diferencialnimi enačbami

$$\sum_{i=0}^n a_i \frac{d^i x}{dt^i} = f(t), \quad (6.1)$$

v katerih je  $x$  opazovana (npr. izhodna) veličina sistema,  $a_i$  pa so konstante, lahko pa so tudi funkcije časa, t.j.  $a_i = a_i(t)$ . Funkcijo  $f(t)$  imenujemo neodvisno (vhodno, motilno) funkcijo. Te sisteme smo obširno obravnavali v dosedanjih poglavjih.

Vse fizikalne sisteme, ki jih ne moremo opisati z en. 6.1, uvrščamo med nelinearne sisteme.

Medtem, ko lahko združimo vse linearne sisteme v homogeno skupino, pa se nanaša izraz "nelinearen" na najrazličnejše vrste sistemov, ki nimajo praktično ničesar več skupnega. Zaradi tega ne moremo zajeti in obravnavati vseh nelinearnih sistemov s splošnimi, generaliziranimi postopki, kot delamo to pri linearnih sistemih. Zato tudi ni enotne teorije za nelinearne sisteme. So samo nelinearni problemi in metode za razreševanje posameznih specialnih problemov.

Za nelinearne sisteme ne veljata principa linearne zveze in superpozicije istočasno ali pa sploh ne veljata.

Bistvena razlika med linearnimi in nelinearnimi sistemi je ta, da je oblika rešitve pri nelinearnih sistemih odvisna tudi od velikosti vhodne funkcije.

Pri linearnih sistemih podajamo lastnosti s prenosno funkcijo:

$$F(p) \quad (6.2)$$

oziroma s frekvenčno karakteristiko

$$F(j\omega), \quad (6.3)$$

ki daje odgovore sistema v stacionarnem stanju na vhodne funkcije z obliko:

$$f(t) = A \cdot \sin \omega t. \quad (6.4)$$

Kot vemo, je funkcija  $F(j\omega)$  pri linearnih sistemih odvisna samo od frekvence  $\omega$  vhodnega signala, ne pa tudi od velikosti amplitude  $A$ .

Pri nelinearnih sistemih pa je odziv na vhodno funkcijo z en.(6.4) odvisen od frekvence  $\omega$  in od amplitude  $A$ , t.j.:

$$F(j\omega, A). \quad (6.5)$$

Razlika med linearnimi in nelinearnimi sistemi je tudi v tem, kako nihajo. Pri linearnih sistemih imamo lahko samo dvoje nihanj:

1. Če pripeljemo na vhod sistema signal  $f(t) = A \cdot \sin \omega t$ , potem sistem v stacionarnem stanju prisiljeno niha z isto frekvenco  $\omega$ .

2. Če prepustimo sistem samemu sebi ( $f(t) = 0$ ) iz nekega začetnega stanja, tedaj lahko sistem trajno neprisiljeno niha s frekvenco, ki je določena s koreni karakteristične enačbe, katerih realni del je nič.

Pri nelinearnih sistemih imamo lahko v območju prisilnega nihanja dve frekvenci  $\omega$  in  $\omega_1$ , pri čemer je lahko  $\omega_1 < \omega$  (subharmonično nihanje) ali  $\omega_1 > \omega$  (suprharmonično nihanje). Mnogokrat, kot npr. pri mejnem nihanju, lahko nelinearni sistemi neprisiljeno nihajo s frekvenco in z amplitudo, ki sta odvisni samo od sistema in prav nič od začetnih pogojev. V nekaterih drugih primerih lahko nelinearni sistem spet niha s specifično amplitudo in s frekvenco, ki je npr. odvisna od začetnih energijskih pogojev, itd.

Nelinearni sistemi se torej najrazličneje obnašajo. Teh obnašanj ne moremo razložiti z linearnimi približki in to navadno prvi hip zmede inženirja, ki je navajen na linearno mehaniko.

Nelinearne sisteme razdelimo v dve skupini:

1. neavtonomni sistemi
2. avtonomni sistemi.

Pri neavtonomnih sistemih delujejo na sistem zunanje veličine. Te sisteme opisujemo z nehomogenimi diferencialnimi enačbami:

$$F_1(x^{(n)}, x^{(n-1)}, \dots, x, t) = 0. \quad (6.6)$$

Če na sistem ne delujejo zunanje veličine, ga imenujemo avtonomen in ga lahko opisujemo s homogenimi diferencialnimi enačbami:

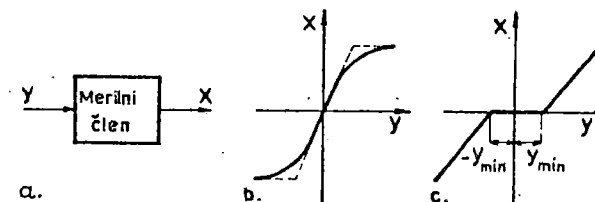
$$F_2(x^{(n)}, x^{(n-1)}, \dots, x) = 0. \quad (6.7)$$

Poglejmo sedaj, kako pride do nelinearnosti v regulacijskem krogu in kakšne vrste nelinearnosti se lahko pojavijo:

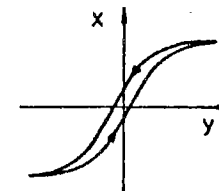
1. Nelinearnosti se v regulacijskem krogu pojavijo največkrat nezaželeno zaradi lastnosti sestavnih delov regulacijskega kroga:

Merilni členi imajo zelo pogosto zakrivljeno karakteristiko in lahko izkazujejo mimo tega tudi nasičenje (sl. 6.1b) ali mrtvo cono (sl. 6.1c)  $\pm y_{\min}$ .

Induktivni merilniki lahko izkazujejo histerezo (sl. 6.2). Tudi strojni ojačevalniki (npr. enosmerni generator) imajo podobno statično karakteristiko.



Sl. 6.1



Sl. 6.2



Nelinearno karakteristiko s prehodom v nasičenje (sl. 6.1b) imajo tudi mnogi drugi ojačevalniki, npr. transistorski, magnetni itd. Pa tudi sami reguliranci imajo nelinearne karakteristike.

Opisane nelinearnosti imamo seveda tudi pri tako imenovanih "linearnih sistemih", t.j. pri lineariziranih nelinearnih sistemih, ki jih obravnavamo z metodami linearne regulacije. Lineariziranje nelinearnih sistemov sicer ni vedno možno, imamo pa vendar mnogo primerov, kjer to gre, predvsem pri regulacijah s konstantno želeno vrednostjo, kjer se le malo oddaljujemo od fiksnih delovnih točk. Rezultati, ki jih tako dobimo, so za navadno inženirsko prakso dovolj točni: napake lahko ocenimo, prav tako pa tudi območje, v katerem še velja opravljeno lineariziranje.

V nekaterih primerih pa lineariziranje ni možno, npr. če bi dobljeni rezultati ne dali več zahtevanih točnosti, ali pa če hočemo posebej opazovati vpliv nelinearnosti. Tedaj se moramo seveda zateči k drugim metodam obravnavanja.

2. Nelinearnosti se lahko pojavijo v regulacijskem krogu kot stranski produkti pri projektiranju regulatorja npr. pri dvopoložajnem preklapljanju.

3. Lahko pa v regulacijski krog namenoma vpeljemo nelinearnost zaradi izboljšanja regulacijskih lastnosti, zaradi izboljšanja obratovalnih lastnosti (npr. z omejitniki) in podobno.

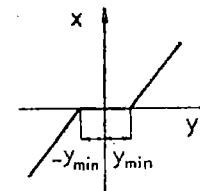
Poglejmo sedaj nekaj značilnih nelinearnosti:

1. Mrtva cona  $y_{min}$  (sl. 6.3) je definirana z:

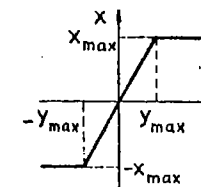
$$x(y) = 0 \quad \text{za } |y| < y_{min}$$

(simetrična mrtva cona)

V posebnih primerih imenujemo mrtvo cono tudi začetno območje neobčutljivosti ali prag (npr. pri relejih).



Sl. 6.3



Sl. 6.4

2. Nasičenje  $x_{max}$  (sl. 6.4) je definirano z:

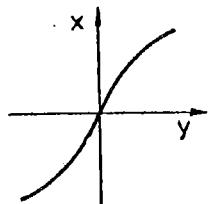
$$|x(y)| \leq x_{max} \quad (\text{simetrično nasičenje}).$$

$x_{max}$  je absolutni maksimum, ki ga lahko zavzame izhodna veličina  $x$ . Če je karakteristika izven območja nasičenja linearna, lahko definiramo tudi  $\pm y_{max}$ , pri katerem se začne nasičenje.

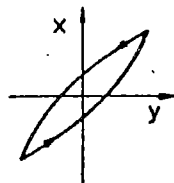
3. Zakrivljenost karakteristike (sl. 6.5) pomeni nelinearno zvezo:

$$x(y) \neq k \cdot y.$$

4. Histereza (sl. 6.6) pomeni, da  $x$  ni enosmiselna funkcija  $y$ -a. To lahko ponazorimo z zaključeno krivuljo, ki je ponavadi odvisna od načina, kako se spreminja  $y$ .



Sl. 6.5



Sl. 6.6

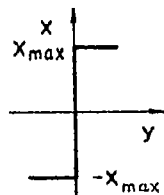
S temi štirimi osnovnimi vrstami lahko kombiniramo skoraj vse nelinearnosti, ki se pojavljajo v praksi. Mimo tega si pogledjmo še tako imenovane relejne nelinearne karakteristike, ki se v praksi pogosto pojavljajo:

5. Dvopoložajni člen (sl. 6.7) je definiran z:

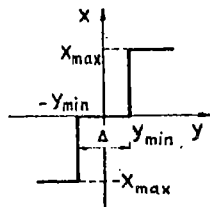
$$x = x_{\max} \text{ sign } y.$$

6. Dvopoložajni člen z mrtvo cono (sl. 6.8) je definiran z:

$$\begin{aligned} x &= 0 && \text{za } |y| < y_{\min} \\ x &= x_{\max} \text{ sign } y && \text{za } |y| > y_{\min}. \end{aligned}$$

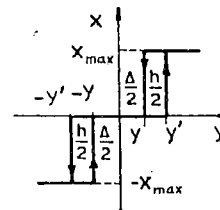


Sl. 6.7

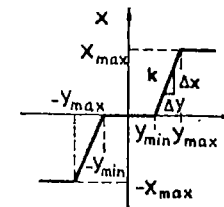


Sl. 6.8

7. Dvopoložajni člen z mrtvo cono in s histerezo kaže sl. 6.9.



Sl. 6.9



Sl. 6.10

8. Dvopoložajni člen z mrtvo cono in z nasičenjem (sl. 6.10) je definiran z:

$$\begin{aligned} x &= 0 && \text{za } |y| < y_{\min} \\ x &= k \cdot (y - y_{\min}) && \text{za } y_{\min} < |y| < y_{\max} \\ x &= k \cdot (y + y_{\min}) && \text{za } -y_{\min} < |y| < -y_{\max} \\ x &= x_{\max} \text{ sign } y && \text{za } |y| > y_{\max} \end{aligned}$$

$$k = \frac{|x_{\max}|}{|y_{\max} - y_{\min}|}$$

Razlikujemo med zveznimi in nezveznimi nelinearnostmi. Tako je npr. dvopoložajni člen (sl. 6.7) nezvezen. Pri členu z zakrivljeno karakteristiko (sl. 6.5) imamo zveznost v  $x(y)$  in v  $dx/dy$ . Mrtva cona in nasičenje sta v splošnem zvezna za  $x(y)$ , ne pa tudi za  $dx/dy$ .

### 6.2 Metode za analizo nelinearnih sistemov

Metode za analizo in tudi za sintezo linearnih regulacij so danes dobra izdelane in pomenijo enotno teorijo za vse linearne regulacije. Z njimi dobimo popolne odgovore o obnašanju linearnih sistemov, kot

so npr. prehodni pojavi, stacionarna stanja in stabilnost.

Za nelinearne sisteme ni enotne teorije in kot zgleđa, je sploh vprašanje, če se bo pojavila. Vse metode analize, ki so se doslej pojavile, so primerne (prirejene) le za posamezne specifične nelinearne probleme glede na vrsto in število nelinearnosti, vrsto diferencialnih enačb itd. Kar zadeva sintezo nelinearnih sistemov so razmere še slabše. Pri linearnih regulacijah smo praviloma lahko s spremembo strukture z dodatnimi (sekundarnimi) povratnimi zvezami in s spremembo parametrov oblikovali takšen regulacijski prehodni pojav, kakršnega smo pri določeni obliki vhodne funkcije želeli. Pri nelinearnih sistemih tega ne moremo delati, ker so prehodni pojavi tesno povezani z obliko in z velikostjo vhodnih signalov, z vrstami nelinearnosti itd. Sicer bomo kasneje videli, da lahko vplivamo na lastnosti nelinearnih regulacijskih krogov s korekcijskimi členi, ki jih dodajamo v direktno ali v indirektno vejo, vendar je pri nelinearnih regulacijah druga bolj splošna in prikladna pot. Ta pot je v tem, da ne spreminjamo strukture podanega sistema, temveč vplivamo na vhodne veličine sistema tako, da dosežemo želene prehodne pojave. Na te vhodne veličine vplivamo npr. z računskimi stroji /57, 58, 59/.

Analizirati nelinearni sistem pomeni poiskati rešitve nelinearnih diferencialnih enačb, t.j. diferencialnih enačb, katerih koeficienti niso konstante ali časovno odvisne funkcije, temveč so funkcije drugih veličin, npr. izhodnih. Poznano je, da teh enačb v splošnem ne moremo analitično reševati.

Danes obstajajo različne metode za analizo nelinearnih sistemov. Res je, da teh metod ne moremo posplošiti in jih uporabiti za vse nelinearne sisteme, vendar lahko z njimi obravnavamo mnoge značilne nelinearne sisteme. Te metode se ne razlikujejo samo glede uporabnosti

z ozirom na vrsto nelinearnih sistemov, temveč se razlikujejo tudi glede točnosti dobljenih rezultatov. V nadaljevanju ne bomo opisovali vseh najraznovrstnejših metod za analizo nelinearnih sistemov, temveč se bomo omejili le na opis nekaterih metod, ki se največ uporabljajo za analizo in dajejo v mnogih primerih dobre rezultate.

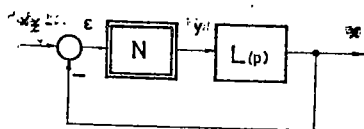
V glavnem lahko ugotovimo, da so avtorji ubrali pri iskanju uporabljenih metod za analizo nelinearnih sistemov dve glavni poti:

1. Poskušali so "izključiti" nelinearnost iz sistema in tako prirediti na pomoč poznane metode iz teorije linearne regulacije, npr. metodo harmonske analize. To se pri nekaterih nelinearnih sistemih več ali manj posreči, pri drugih sistemih pa ta metoda odpove.

2. V drugo skupino sodijo poskusi, ki od vsega začetka obravnavajo probleme kot nelinearne. Posebno v novejšem času so se v tem smislu razvile nekatere nove metode. Posebej velja omeniti naslednje poti:

- a) Popolna rešitev specialnih problemov z mnogimi parametri ob uporabi numeričnega računa. Rezultati so podani v obliki tabel in krivulj.
- b) Uporaba numeričnih in topoloških postopkov za reševanje diferencialnih enačb.
- c) Sistematična uporaba elektronskih računskih strojev.

V nadaljevanju se bomo omejili na takšne regulacijske kroge, ki vsebujejo samo en nelinearni člen, kot kaže sl. 6.11. Izkaže se namreč, da lahko mnoge blokovne sheme, ki vsebujejo več nelinearnih členov, prevedemo na obliko, kot jo kaže sl. 6.11. Vhodna veličina v nelinearni člen je sedaj  $x$ , izhodna pa  $y$ .



Sl. 6.11

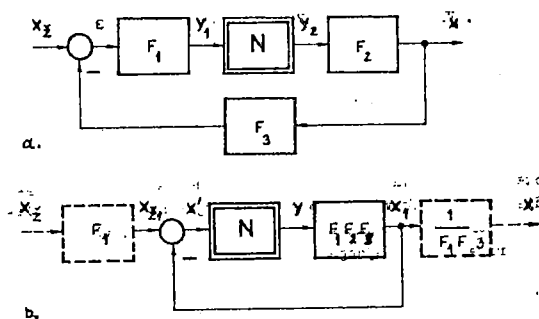
Kar zadeva pravila za transformacijo blokovnih shem, lahko ugotovimo sledeče: Pravila, ki smo jih uporabljali pri transformaciji blokovnih shem z linearnimi členi, ostanejo pri blokovnih shemah z nelinearnimi členi še vedno v veljavi, le z naslednjimi spremembami:

1. Položaja linearnega in nelinearnega člena v blokovni shemi na sl. 6.11 ne smemo zamenjati.
2. Nelinearnih členov ne smemo premakniti preko addicijskih mest.
3. Regulacijskih krogov, ki vsebujejo nelinearni člen, ne moremo ponazoriti z enim samim blokom.

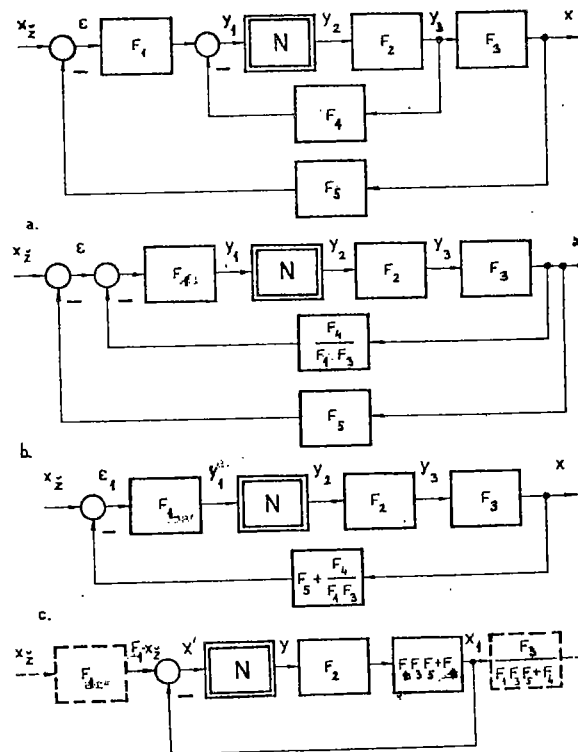
Poglejmo si dva primera, kjer lahko regulacijski krog pripeljemo na obliko, kot jo kaže sl. 6.11.

Prvi primer kaže sl. 6.12. Blokovni shemi na sl. 6.12a in 6.12b sta enakovredni.

Drugi primer kaže sl. 6.13. Blokovni shemi na sl. 6.13a in 6.13d sta enakovredni. Slika kaže tudi vmesne prehode pri transformaciji blokovne sheme.



Sl. 6.12



$$x_1 = x(F_1 F_2 + \frac{F_4}{F_3})$$

Sl. 6.13

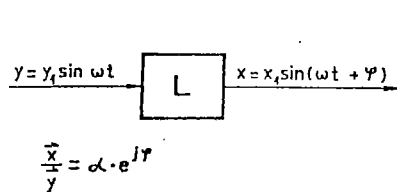
### 6.3 Opisna funkcija

#### 6.3.1 Definicija opisne funkcije

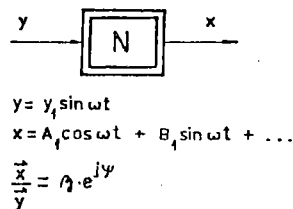
Metode za analizo in sintezo, ki sloniijo na harmonski analizi in na uporabi frekvenčne karakteristike, imajo v teoriji linearnih sistemov zelo velik pomen. Zato so nekateri avtorji poskušali s podobno metodo tudi pri nelinearnih sistemih. Tako je pri nelinearnih sistemih nastal pojem opisne funkcije kot analogija prenosni funkciji oziroma frekvenčni karakteristiki pri linearnih sistemih.

Če pripeljemo linearnemu členu na vhod sinusno funkcijo, potem dobimo tudi na izhodu sinusno nihanje z isto frekvenco. Razmerje  $\alpha$  izhodne in vhodne amplitude in fazni pomik  $\varphi$  obeh nihanj sta funkciji frekvence  $\omega$ , ne pa tudi amplitude vhodnega signala  $y_1$  (sl. 6.14).

Pri sinusno vzbujanem nelinearnem sistemu (sl. 6.15) dobimo na izhodu periodično, toda nesinusno nihanje. To nihanje lahko po Fourier-u



Sl. 6.14



Sl. 6.15

razstavimo na osnovne in višjeharmonske sinusne člene:

$$\begin{aligned} x(t) &= A_1 \cos \omega t + B_1 \sin \omega t + A_2 \cos 2\omega t + B_2 \sin 2\omega t + \dots = \\ &= X_1 \sin(\omega t + \psi_1) + X_2 \sin(2\omega t + \psi_2) + \dots \end{aligned} \quad (6.8)$$

Sedaj primerjamo vhodno sinusno nihanje z osnovno harmonsko komponento izhodnega nihanja in napišemo razmerje kazalcev:

$$\frac{\bar{x}_1}{\bar{y}_1} = G(j\omega, y_1) = \beta \cdot e^{j\psi}. \quad (6.9)$$

Razmerje amplitud smo označili z  $\beta$ :

$$\beta = \frac{x_1}{y_1} = \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{y_1} = \beta(\omega, y_1) \quad (6.10)$$

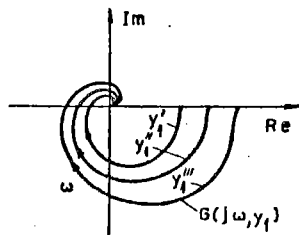
$$x_1 = \sqrt{A_1^2 + B_1^2},$$

fazni pomik pa z  $\psi$ :

$$\psi = \arctg \frac{A_1}{B_1} = \psi(\omega, y_1) \quad (6.11)$$

Razmerje amplitud  $\beta$  in fazni pomik  $\psi$  sta odvisna od frekvence  $\omega$  in od amplitude  $y_1$  vhodnega nihanja. Če prikažemo funkcijo z en. (6.9) v kompleksni ravnini tako, kot smo prikazovali frekvenčno karakteristiko pri linearnih sistemih, dobimo družino krivulj (sl. 6.16). Vsaka od teh krivulj ustreza določeni konstantni amplitudi vhodnega signala  $y_1^0, y_1^1, \dots$ , itd.

Seveda je vprašanje, če smo upravičeni, da opazujemo samo osnovni harmonski člen na izhodu iz nelinearnega sistema. Predpostavimo, da



Sl. 6.16

imamo regulacijski krog, kot ga kaže sl. 6.11. Linearni del L vsebuje pogosto dokaj velike časovne konstante in učinkuje zato kot nizkopasovni filter, ki slabo prepušča signale  $y$  z visokimi frekvencami (gl. sl. 6.11). Ti signali z visokimi frekvencami se torej v  $x$ -u na izhodu regulacijskega kroga ne bodo pojavljali ali pa se bodo pojavljali zelo oslabljeni. V tem primeru smo torej upravičeni, da komponente z visokimi frekvencami izločimo iz računa že kar v signalu  $y$  (sl. 6.11). Metoda s harmonsko analizo sloni ravno na predpostavki, da linearni del direktne veje, posebno njegov močnostni del, duši signale z visokimi frekvencami in lahko zato izhodni signal iz nelinearnega člena aproksimiramo samo z njegovo osnovno harmonsko komponento.

Mimo tega pa imajo višje harmonske komponente v signalu  $y$  praviloma že same po sebi majhne amplitude v primerjavi z amplitudo osnovne harmonske komponente.

Opazujmo posebni primer, ko kompleksna veličina  $G$  ni odvisna of frekvence  $\omega$ , temveč samo od vhodne amplitude  $y_1$ ! Tedaj imenujemo to funkcijo opisna funkcija:

$$N(y_1) = \frac{x_1}{y} = \beta(y_1)e^{j\psi(y_1)} \quad (6.12)$$

Opisna funkcija nelinearnega sistema daje v kompleksni ravnini samo eno krivuljo, katere parameter (delitev) je amplituda  $y_1$ .

Veliko uporabljamo tudi negativno inverzno funkcijo, ki jo imenujemo enačba kritične trajektorije:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{N(y_1)} = R(y_1) &= -\frac{1}{\beta(y_1)} \cdot e^{-j\psi(y_1)} = \\ &= |R(y_1)| \cdot e^{-j(\psi + \pi)} = |R(y_1)| \cdot e^{j\varphi}; \quad (6.13) \end{aligned}$$

$$|R(y_1)| = \frac{1}{\beta}, \quad \varphi = -\pi - \psi.$$

Poglejmo sedaj, kako lahko izračunamo opisne funkcije za nekatere značilne nelinearne člene, kakršne smo spoznali v pogl. 6.1. Nelinearnost teh členov naj podaja funkcija  $x = x(y)$  (gl. sl. 6.1a) za katero je značilno, da  $x$  ni funkcija odvodov od  $y$  -a.

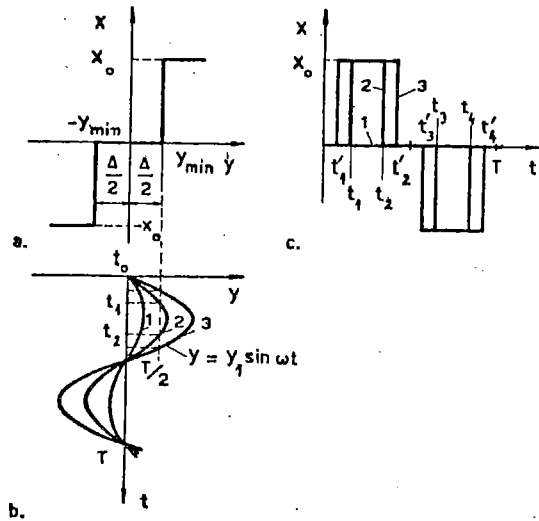
a) Dvopoložajni člen brez histereze

Dvopoložajni člen brez histereze naj ima mrtvo cono  $\Delta$ . Na vhod člena pripeljemo sinusni signal (sl. 6.17):

$$y = y_1 \cdot \sin \omega t \quad (6.14)$$

s periodo  $T = 2\pi/\omega$ .

Če je amplituda vhodnega signala  $y_1 < \Delta/2 = y_{\min}$ , na izhodu nelinearnega člena ni signala (l na sl. 6.17c). Šele če postane  $y_1 > \Delta/2$ , dobimo na izhodu periodični signal, ki je sestavljen iz pozitivnih in



Sl. 6.17

negativnih pravokotnikov (2 in 3 na sl. 6.17c).

To izhodno nihanje lahko razstavimo po Fourier-u na sinusne harmonske člene. Koefficienta  $A_1$  in  $B_1$  prvega harmonskega člena (gl. en. 6.8) izračunamo z enačbama:

$$A_1 = \frac{\omega}{\pi} \int_0^T x(t) \cdot \cos \omega t \cdot dt = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^{T/2} x(t) \cdot \cos \omega t \cdot dt$$

$$B_1 = \frac{\omega}{\pi} \int_0^T x(t) \cdot \sin \omega t \cdot dt = \frac{2\omega}{\pi} \int_0^{T/2} x(t) \cdot \sin \omega t \cdot dt$$

(6.15)

$x(t) \neq 0$  je v časovnih intervalih  $t_1 - t_2$  in  $t_3 - t_4$  (gl. 2 na sl. 6.17c). Te čase lahko izračunamo iz enačb:

$$\sin \omega t_1 = \sin \omega t_2 = \frac{\Delta}{2y_1}$$

$$\sin \omega t_3 = \sin \omega t_4 = -\frac{\Delta}{2y_1}$$

(6.16)

Iskana koefficienta sta:

$$A_1 = 0,$$

$$x_1 = B_1 = \frac{4x_0}{\pi} \cos \omega t_1 = \frac{4x_0}{\pi} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{2y_1}\right)^2}. \quad (6.17)$$

To pomeni, da je prvi harmonski val v fazi z vhodnim sinusnim nihanjem (gl. en. 6.11), amplitudno razmerje pa je:

$$\beta(y_1) = \frac{x_1}{y_1} = \frac{4x_0}{\pi y_1} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{2y_1}\right)^2} \quad (6.18)$$

$$\phi(y_1) = 0.$$

Opisna funkcija je za obravnavani dvopoložajni člen z mrtvo cono:

$$N(y_1) = \beta(y_1) = \frac{4x_0}{\pi y_1} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta}{2y_1}\right)^2} \angle 0^\circ \quad (6.19)$$

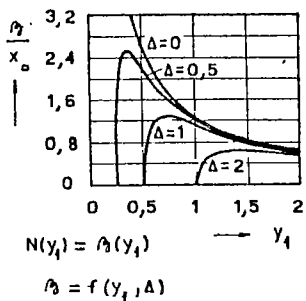
Sl. 6.18 kaže to opisno funkcijo. Na sl. 6.19 pa vidimo isto opisno funkcijo v brezdimenzijskih vrednostih: krivulja podaja razmerje relativnih sprememb izhoda proti vходу nelinearnega člena, t.j. (gl. sl. 6.20):

$$\frac{\frac{x_1}{x_0}}{\frac{y_1}{\Delta}} = \beta_r = \frac{\beta \Delta}{x_0}. \quad (6.20)$$

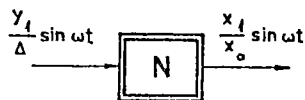
Opisna funkcija je neodvisna od frekvence, odvisna je samo od amplitude vhodnega sinusnega nihanja.

Poglejmo še enačbo kritične trajektorije:

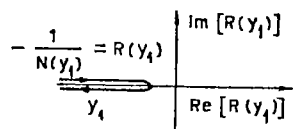
$$R(y_1) = -\frac{1}{N(y_1)} = -\frac{\pi y_1}{4x_0} \left[ 1 - \left( \frac{\Delta}{2y_1} \right)^2 \right]^{-1/2} \quad (6.21)$$



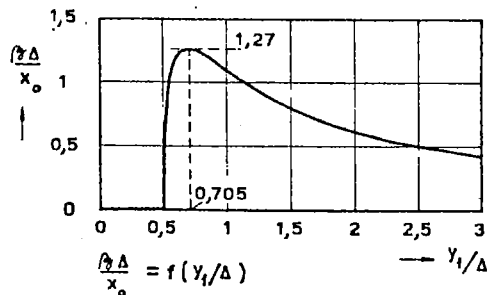
Sl. 6.18



Sl. 6.20



Sl. 6.21

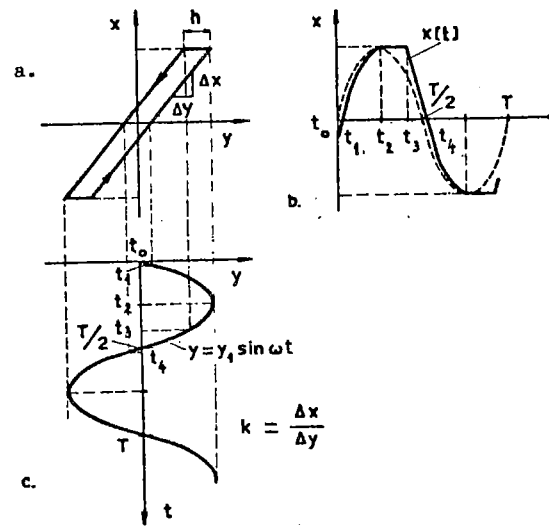


Sl. 6.19

Ustrezno trajektorijo v Nyquistovem diagramu kaže sl. 6.21. Za  $y_1 < \Delta/2$  ležijo točke krivulje v  $-\infty$ , nato se za vrednost  $y_1 = 0,705\Delta$  najbolj približajo koordinatnemu izhodišču, nato pa gredo spet proti  $-\infty$ .

b) Člen s histerezo

Nelinearni člen naj ima karakteristiko, kakršno kaže sl 6.22a.



Sl. 6.22

S podobno konstrukcijo, kot v prejšnjem primeru, lahko tudi tu ugotovimo potek  $x(t)$ . Že s sl. 6.22b lahko razberemo, da bo prvi harmonski člen izhodnega signala fazno premaknjen z ozirom na vhodno sinusno nihanje.



Izhodna veličina poteka v prvi polovici periode takole:

$$\begin{aligned} x(t) &= k \cdot (y_1 \cdot \sin \omega t - \frac{h}{2}), & 0 \leq t \leq T/4 \\ x(t) &= k \cdot (y_1 - \frac{h}{2}), & T/4 \leq t \leq t_3 \\ x(t) &= k \cdot (y_1 \cdot \sin \omega t + \frac{h}{2}), & t_3 \leq t \leq T/2 \end{aligned} \quad (6.22)$$

$$\gamma = \omega(T/2 - t_3) = \arcsin \frac{y_1 - h}{y_1}.$$

Z en. (6.15) lahko izračunamo koeficienta obeh prvih harmonskih členov (gl. en. 6.8):

$$A_1 = \frac{4ky_1}{\pi} \left[ \frac{(h/2)^2}{y_1^2} - \frac{h/2}{y_1} \right] \quad (6.23)$$

$$B_1 = \frac{ky_1}{\pi} \left[ \frac{\pi}{2} + \gamma + \frac{h(y_1 - h)}{y_1^2} \cdot \sqrt{\frac{2y_1}{h} - 1} \right].$$

Ponovno lahko izračunamo opisno funkcijo. Takoj lahko ugotovimo, da je fazni kot  $\psi$  opisne funkcije:

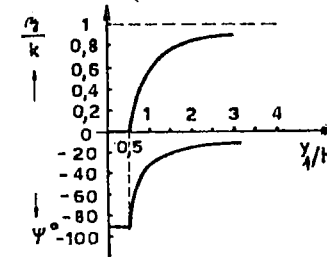
$$\psi = \arctg \frac{A_1}{B_1} \neq 0$$

oziroma da je:

$$\psi = \psi(y_1) \neq \psi(\omega).$$

Rezultat lahko prikažemo tudi grafično na sl. 6.23.

Pri obravnavanem členu s histerezo smo torej dobili negativni fazni pomik  $\psi = \psi(y_1)$ . To velja splošno za vse člene, ki imajo histerezo.



Sl. 6.23

V takih primerih kritična trajektorija ne leži več na negativni realni osi v Nyquistovem diagramu (gl. npr. sl. 6.25c in 6.35).

c) Dvopoložajni člen z mrtvo cono in s histerezo

Za člen, ki ima karakteristiko, kot jo kaže sl. 6.24a, ugotovimo opisno funkcijo!

Čase preklopov lahko izračunamo z enačbama:

$$\omega t_1 = \arcsin \frac{\Delta + h}{2y_1}$$

$$\omega t_2 = \arcsin \frac{\Delta}{2y_1}.$$

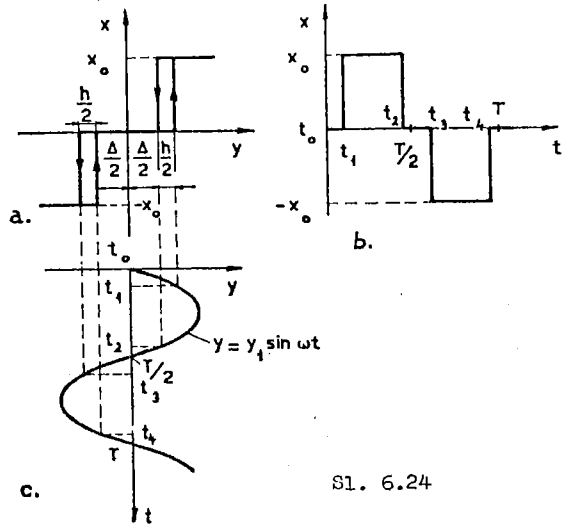
(6.24)

Če izračunamo opisno funkcijo, dobimo:

$$\beta(y_1) = \frac{2x_0}{\pi y_1} \sqrt{2 - 2\cos\omega t_1 \cdot \cos\omega t_2 - 2\sin\omega t_1 \cdot \sin\omega t_2}$$

$$\psi(y_1) = \arctg \frac{\sin\omega t_2 - \sin\omega t_1}{\cos\omega t_1 - \cos\omega t_2}$$

(6.25)



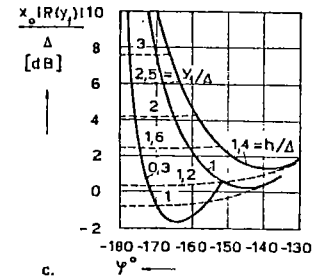
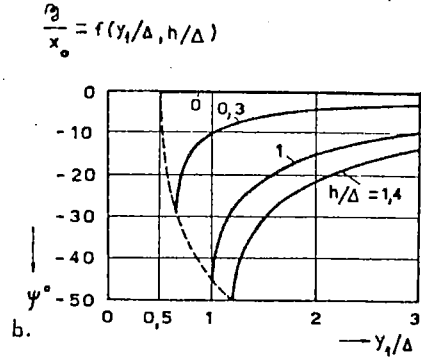
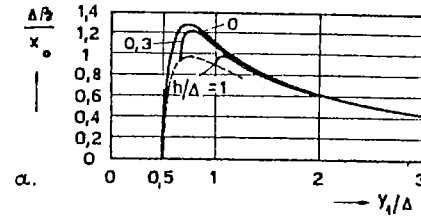
Sl. 6.24

Rešitev lahko prikažemo tudi v obliki:

$$\beta_j(y_1) = \frac{4x_0}{\pi y_1} \sin \omega \frac{t_1 - t_2}{2} \quad (6.26)$$

$$\psi(y_1) = \frac{\pi}{2} - \frac{t_1 + t_2}{2} \omega. \quad (6.27)$$

Sl. 6.25a in b podajata dobljene rezultate grafično. Na sl. 6.25c pa vidimo kritične trajektorije v Nicholsovem diagramu.



$$R(y_1) = -\frac{1}{N(y_1)} = -\frac{1}{\beta_j(y_1)} e^{-j\psi(y_1)} = R(y_1) \cdot e^{j\varphi};$$

$$\varphi = -\pi - \psi$$

Sl. 6.25

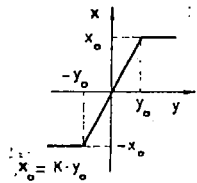
d) Člen z nasičenjem

Sl. 6.26 kaže karakteristiko člena z nasičenjem. Če pripeljemo na vhod sinusni signal, dobimo na izhodu tega člena:

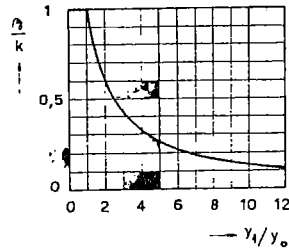
$$x(t) = k \cdot y_1 \cdot \sin \omega t, \quad 0 \leq t \leq t_1$$

$$x(t) = k \cdot y_1 \cdot \sin \omega t_1, \quad t_1 \leq t \leq T/4$$

itd.



Sl. 6.26



$$N(y_1) = \beta(y_1); \quad \psi(y_1) = 0$$

Sl. 6.27

pri čemer je  $t_1$  čas, v katerem postane  $y = y_0$ , t.j.:

$$t_1 = \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{y_0}{y_1}$$

Amplituda prvega harmonskega vala je:

$$x_1 = B_1 = \frac{4\omega}{\pi} \int_0^{T/4} y(t) \cdot \sin \omega t \cdot dt =$$

$$= \frac{2k}{\pi} y_1 \left( \omega t_1 + \frac{\sin 2\omega t_1}{2} \right)$$

Opisna funkcija je podana z:

$$\beta(y_1) = k, \quad \text{za } y_1 < y_0 \quad (6.28)$$

$$\beta(y_1) = \frac{2k}{\pi} \left( \omega t_1 + \frac{\sin 2\omega t_1}{2} \right) =$$

$$= \frac{2k}{\pi} \left[ \arcsin \frac{y_0}{y_1} + \frac{y_0}{y_1} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{y_0}{y_1} \right)^2} \right], \quad \text{za } y_1 > y_0$$

$$\phi(y_1) = 0.$$

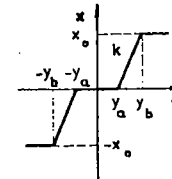
$$(6.29)$$

Sl. 6.27 podaja rezultat grafično. Faznega premika ni, ker nelinearni člen nima histereze.

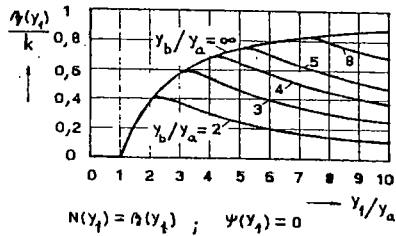
e) Člen z nasičenjem in z mrtvo cono

Karakteristiko tega člena kaže sl. 6.28. Opisna funkcija  $N(y_1) = \beta(y_1)$  bo očitno odvisna od treh parametrov:  $y_a$ ,  $y_b$  in  $k$ .

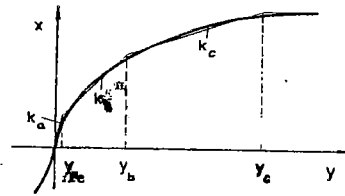
Če ponovimo že nekajkrat opisani postopek za izračun opisne funkcije, dobimo rezultate, ki jih kaže sl. 6.29 grafično.



Sl. 6.28



Sl. 6.29



Sl. 6.30

f) Poljuben frekvenčno neodvisni nelinearni člen

Tudi za poljuben frekvenčno neodvisni nelinearni člen lahko po že poznanim postopku izračunamo opisno funkcijo. Sl. 6.30 kaže neko tako poljubno nelinearno karakteristiko.

Zakrivljeni del karakteristike lahko aproksimiramo z ravnimi črtami tako, da se bodo čimbolj prilegale krivulji. Nagibe označimo s  $k_a$ ,  $k_b$ , itd. Daljico, ki ima nagib  $k_a$  dobimo tako, da potegnemo tangento na krivuljo v koordinatnem izhodišču.  $y_a$ ,  $y_b$  itd. so abscise dotikališč daljic.

Za izhodno veličino  $x(t)$  lahko za območje  $y < y_c$  napišemo:

$$\begin{aligned}
 x(t) &= k_a y_1 \sin \omega t & 0 < t < t_a \\
 x(t) &= k_a y_1 \sin \omega t_a + k_b y_1 (\sin \omega t - \sin \omega t_a) & t_a < t < t_b \\
 x(t) &= k_a y_1 \sin \omega t_a + k_b y_1 (\sin \omega t_b - \sin \omega t_a) + k_c y_1 (\sin \omega t - \sin \omega t_b) & t_b < t < t_c \\
 x(t) &= k_a y_1 \sin \omega t_a + k_b y_1 (\sin \omega t_b - \sin \omega t_a) + k_c y_1 (\sin \omega t_c - \sin \omega t_b) & t_c < t < T/4
 \end{aligned}$$

(6.30)

pri čemer je:

$$\begin{aligned}
 t_a &= \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{y_a}{y_1} \\
 t_b &= \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{y_b}{y_1} \\
 t_c &= \frac{1}{\omega} \arcsin \frac{y_c}{y_1} \\
 T &= \frac{2\pi}{\omega}
 \end{aligned}$$

(6.31)

Prvo harmonsko komponento izhodne veličine lahko razmeroma enostavno izračunamo. Opisne funkcije bodo:

$$\begin{aligned}
 f(y_1) &= k_a & \text{za } y_1 < y_a \\
 f(y_1) &= (k_a - k_b) f_a + k_b & \text{za } y_a < y_1 < y_b \\
 f(y_1) &= (k_a - k_b) f_a + (k_b - k_c) f_b + k_c & \text{za } y_b < y_1 < y_c \\
 f(y_1) &= (k_a - k_b) f_a + (k_b - k_c) f_b + k_c f_c & \text{za } y_1 > y_c
 \end{aligned}$$

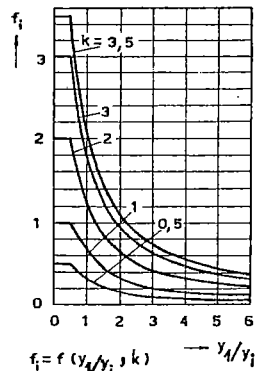
(6.32)

pri čemer je:

$$\begin{aligned}
 f_i &= \frac{2}{\pi} \left( \omega t_i + \frac{\sin 2\omega t_i}{2} \right) = \\
 &= \frac{2}{\pi} \left[ \arcsin \frac{y_i}{y_1} + \frac{y_i}{y_1} \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{y_i}{y_1} \right)^2} \right], \\
 i &= a, b, c.
 \end{aligned}$$

(6.33)

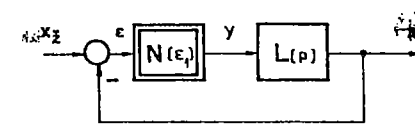
Da ni potrebno funkcij  $f_i = f_i(y_1/y_1)$  posebej računati, si lahko pomagamo s sl. 6.31, kjer so za razne vrednosti  $k = k_j - k_k$  te funkcije prikazane grafično. Na abscisi je naneseo razmerje  $y_1/y_1$  in ne  $y_1/y_1$ !



Sl. 6.31

### 6.3.2 Uporaba opisnih funkcij

V svoji elementarni obliki se uporabljajo opisne funkcije za računanje sistemov, ki vsebujejo eno nelinearnost. Zato se bomo ponovno omejili na takšne nelinearne regulacije, kakršne lahko prikažemo z blokovno shemo na sl. 6.32.  $N(\epsilon_1)$  je opisna funkcija nelinearnega člana (sistema),  $L(p)$  pa je prenosna funkcija linearnega člana (sistema). Kot smo videli v pogl. 6.2, lahko mnoge blokovne sheme transformiramo na obliko s sl. 6.32.



Sl. 6.32

Zaradi opravljene linearizacije nelinearnega člana lahko napišemo prenosno funkcijo zaprtega regulacijskega kroga:

$$H(j\omega, \epsilon_1) = \frac{x(p)}{x_2(p)} = \frac{N(\epsilon_1) \cdot L(p)}{1 + N(\epsilon_1) \cdot L(p)} \quad (6.34)$$

$$p = j\omega.$$

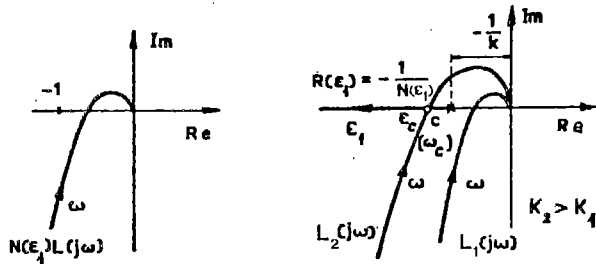
Za analizo regulacijskega kroga lahko sedaj uporabljamo poznane metode iz teorije linearne regulacije.

Za ugotavljanje stabilnosti opazujemo karakteristično enačbo:

$$1 + N(\epsilon_1) \cdot L(p) = 0 \quad (6.35)$$

Funkcija  $N(\epsilon_1)$  ni odvisna od frekvence. Za določeno amplitudo  $\epsilon_1$  je ta funkcija konstanta (v splošnem neko kompleksno število). Zato lahko sistem s sl. 6.32 obravnavamo kot linearen sistem, katerega prenosna funkcija odprtega regulacijskega kroga je  $N(\epsilon_1) \cdot L(p)$ . Za ugotavljanje stabilnosti regulacijskega kroga pri predpostavljani konstantni amplitudi  $\epsilon_1$  lahko uporabimo poznano pravilo leve roke v Nyquistovem diagramu: Če poteka funkcija  $N(\epsilon_1) \cdot L(j\omega)$  mimo kritične točke  $-1$  tako, da leži ta točka na levi strani krivulje, če napredujemo v smeri naraščajočih  $\omega$ , je zaključen regulacijski krog stabilen (sl. 6.33).

To pravilo lahko priredimo tako, da opazujemo namesto funkcije  $N(\varepsilon_1) \cdot L(j\omega)$  le funkcijo  $L(j\omega)$ , zato pa vzamemo namesto točke  $-1$  kot kritično točko  $-1/N(\varepsilon_1)$ , ki mora pri stabilni regulaciji ležati levo od krivulje  $L(j\omega)$  (pravilo leve roke!).



Sl. 6.33

Sl. 6.34

1. zgled: Nelinearni člen na sl. 6.32 naj bo člen z nasičenjem (sl. 6.26), katerega opisno funkcijo kaže sl. 6.27. Linearni člen pa naj ima prenosno funkcijo:

$$L(p) = \frac{K}{p(1+pT_1)(1+pT_2)} \quad (6.36)$$

V Nyquistov diagram na sl. 6.34 vrišemo ustrezno frekvenčno karakteristiko linearnega člana  $L(j\omega)$  in kritično trajektorijo  $R(\varepsilon_1) = -1/N(\varepsilon_1)$ . Kritična trajektorija leži na negativni realni osi. Za  $\varepsilon_1 \rightarrow \infty$  poteka proti  $-\infty$ , za  $\varepsilon_1 = 0$  pa začenja v točki  $-1/k$  (gl. sl. 6.27).

Za določeno ojačenje  $K = K_1$  se krivulji  $R(\varepsilon_1)$  in  $L_1(j\omega)$  ne sekata, kar pomeni, da ležijo vse kritične točke levo od krivulje frekvenčne karakteristike in bo zato zaključen regulacijski krog stabilen.

Če pa povečamo ojačenje na  $K = K_2 > K_1$ , se krivulji sekata v točki C, v kateri ima kritična trajektorija amplitudo  $\varepsilon_1 = \varepsilon_c$ , frekvenčna karakteristika pa frekvenco  $\omega_c$ . Kriterij leve roke pove, da bo regulacijski krog stabilen za vse amplitude  $\varepsilon_1 > \varepsilon_c$ , nestabilen pa za amplitude  $\varepsilon_1 < \varepsilon_c$ .

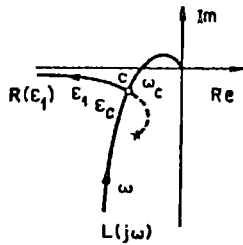
Praktično pomeni to naslednje: če ima avtonomen sistem v začetku nihanje z majhnimi amplitudami  $\varepsilon_1 < \varepsilon_c$ , bodo zaradi nestabilnosti regulacijskega kroga amplitude naraščale vse do  $\varepsilon_1 = \varepsilon_c$ ; če pa imamo v začetku nihanje z velikimi amplitudami  $\varepsilon_1 > \varepsilon_c$ , se bodo te amplitude zaradi stabilnosti regulacijskega kroga zmanjševale vse do  $\varepsilon_1 = \varepsilon_c$ . Točka C pomeni konvergenčno ravnotežno stanje, h kateremu teži avtonomni regulacijski krog neodvisno od začetnih perturbacij (začetnih sunkov, začetnih pogojev). V tem ravnotežnem stanju niha avtonomni sistem s frekvenco  $\omega_c$  in z amplitudo  $\varepsilon_c$  na vходу nelinearnega člana. Pri tej frekvenci  $\omega_c$  je argument funkcije  $L(j\omega)$   $\varphi = -180^\circ$ . Amplitudo  $x_c$  na izhodu regulacijskega kroga lahko izračunamo z enačbo:

$$x_c = \varepsilon_c \cdot N(\varepsilon_c) \cdot L(j\omega_c)$$

Nihanje opisanega nelinearnega regulacijskega sistema se bistveno razlikuje od poznanih nevsiljenih nihanj pri linearnih sistemih. Nihanje, ki ga ima nelinearni sistem, je tipičen nelinearen pojav in amplituda tega nihanja ni odvisna od začetnih pogojev. Nihanje v končni točki C imenujemo mejno nihanje.

2. zgled: V prejšnjem primeru je imela opisna funkcija in kritična trajektorija realno vrednost ( $\varphi = 0$ ). Vzemimo sedaj nelinearen člen z mrtvo čono in s histerezo (sl. 6.24). Opisna funkcija takšnega člana ima kompleksne vrednosti in poteka ustrezna kritična trajektorija  $R(\varepsilon_1)$  tako, kot kaže sl. 6.35. Linearni člen s sl. 6.32 naj bo isti

kot v prejšnjem zgledu!



Sl. 6.35

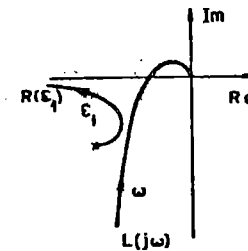
Presečišče  $C$  krivulj  $R(\varepsilon_1)$  in  $L(j\omega)$  pomeni konvergenčno ravnotežno točko. V tej točki bo regulacijski sistem nihal trajno s frekvenco  $\omega_c$ , z izhodno amplitudo  $y_c$  in z amplitudo na vходу nelinearnega člana  $\varepsilon_c$ . Imamo spet mejno nihanje v točki  $C$ .

Črtkani del krivulje  $R(\varepsilon_1)$  ustreza nestabilnim amplitudam  $\varepsilon_1$ , izvlečeni del pa stabilnim amplitudam.

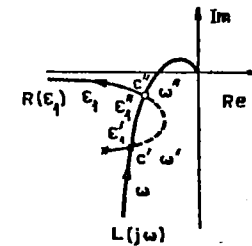
Na sl. 6.36 in sl. 6.37 vidimo še dva možna primera. Od stanja, ki ga kaže sl. 6.35 pa do stanja, ki ga kaže sl. 6.36, pridemo lahko tako, da močno zmanjšamo statično ojačenje linearnega člana, ali tako, da močno povečamo mrtvo cono  $\Delta$  nelinearnega člana (gl. sl. 6.25). Takšen sistem je vedno stabilen.

Tudi do sl. 6.37 lahko pridemo s sl. 6.35 ali s sl. 6.36 tako, da npr. nekoliko povečamo oziroma zmanjšamo mrtvo cono  $\Delta$ .

Točka  $C''$  ustreza mejnemu nihanju. Če je sistem podvržen takšnim začetnim perturbacijam, da niha v začetku z amplitudami  $\varepsilon_1' < \varepsilon_1 < \varepsilon_1''$ ,



Sl. 6.36



Sl. 6.37

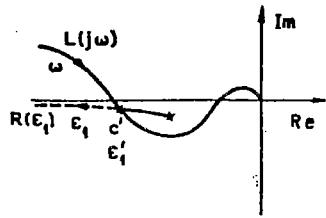
tedaj bo prišel sam od sebe v točko  $C''$ , kjer bo imel mejno nihanje s frekvenco  $\omega''$ . Prehod v isto točko dobimo tudi tedaj, če je v začetku  $\varepsilon_1 > \varepsilon_1''$ .

Točke na krivulji  $R(\varepsilon_1)$ , ki ustrezajo amplitudam  $\varepsilon_1 < \varepsilon_1''$ , pomenijo stabilno regulacijo: če imamo na začetku majhne amplitude  $\varepsilon_1 < \varepsilon_1'$ , nihanje po določenem času izniha.

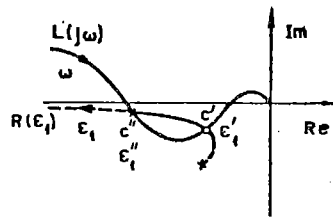
Kot vidimo, reagira opisani sistem s sl. 6.37 različno na velike ( $\varepsilon_1 > \varepsilon_1'$ ) in na majhne ( $\varepsilon_1 < \varepsilon_1'$ ) amplitude: pri majhnih odstopanjih (napakah) sistem po določenem času preide v mirovanje, pri velikih začetnih napakah  $\varepsilon_1$  pa preide v mejno nihanje, ki je določeno s točko  $C''$ . Ta pojav lahko pogosto opazujemo pri dvopoložajnih regulacijah.

3. zglede: Sl. 6.38 velja za regulacijski krog s sl. 6.32, v katerem ima nelinearni člen histerezo (fazni pomik  $\phi \neq 0$ ), linearni člen pa vsebuje med drugim dvojno integracijo in diferencialni člen.

Sistem je stabilen za majhne perturbacije  $\varepsilon_1 < \varepsilon_1'$  in nestabilen za velike  $\varepsilon_1 > \varepsilon_1'$ , vendar ni mejnega nihanja.



Sl. 6.38



Sl. 6.39

4. zgleđ: Iz primera na sl. 6.39 lahko ugotovimo, da je sistem za velike perturbacije ( $\epsilon_1 > \epsilon_1''$ ) nestabilen, za majhne perturbacije ( $\epsilon_1 < \epsilon_1''$ ) pa izkazuje mejno nihanje v točki C'.

5. zgleđ: Razen s kriterijem leve roke lahko ugotavljamo stabilnost regulacijskega kroga še z drugimi poznanimi stabilnostnimi kriteriji, npr. s Hurwitzovim stabilnostnim kriterijem. Iz karakteristične enačbe:

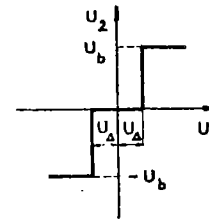
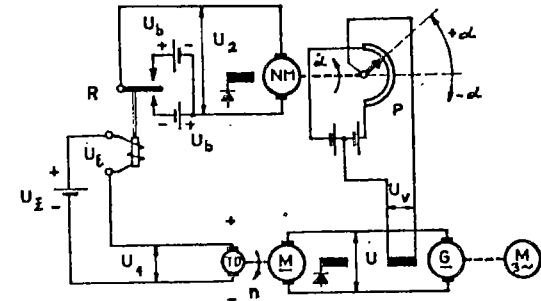
$$N(\epsilon_1) \cdot L(p) + 1 = 0 \quad (6.37)$$

lahko ugotovimo, če bo regulacijski krog stabilen za vse vrednosti amplitude  $\epsilon_1$ .

Za zgleđ vzemimo regulacijo vrtljajev  $n$ , ki jo kaže sl. 6.40. Karakteristiko releja R vidimo na sl. 6.41.

Regulacijski krog lahko ponazorimo z blokovno shemo ~~sl. 6.42~~. Nastavitveni motor NM deluje praktično brez lastne zakasnitve. Kotna hitrost, katero ima drsnik potenciometra P je ali nič (za  $|U_\epsilon| < |U_\Delta|$ ) ali pa:

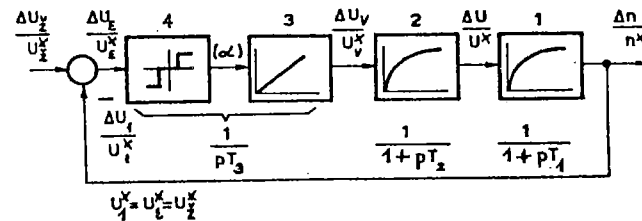
$$\dot{\alpha}_0 = \frac{d\alpha}{dt} = \omega_0 = \text{konst.} \quad (|U_\epsilon| > |U_\Delta|)$$



Sl. 6.41

$$\begin{aligned} U_1 &= K_1 \cdot n \\ U_v &= K_v \cdot \alpha \\ U_\epsilon &= U_\Delta - U_1 \\ U &= K_2 \cdot U_v \\ n &= K_3 \cdot U \end{aligned}$$

Sl. 6.40



Sl. 6.42

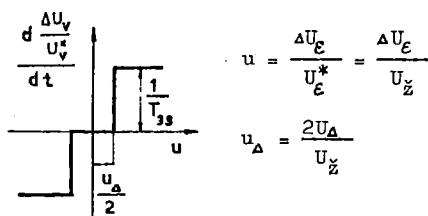
Ker pa v računu ponazorimo karakteristiko releja z opisno funkcijo  $N(\epsilon_1)$ , lahko predpostavljamo, da se izhodna napetost  $U_2$  releja spreminja zvezno (gl. sl. 6.19) in bo zato tudi kotna hitrost  $\dot{\alpha}$  v vsakem trenutku propor-



cionalna izračunani izhodni napetosti releja.

Člena 3 in 4 v blokovni shemi na sl. 6.42 lahko združimo v en sam integralni člen, pri katerem je integracijska časovna konstanta  $T_3$  funkcija amplitude vhodnega signala  $U_\varepsilon$ . Po definiciji je integracijska časovna konstanta  $T_3$  čas, v katerem doseže vzbujalna napetost  $U_v$  svojo osnovno vrednost  $U_v^*$ , če deluje na vhod integralnega člena konstantna napetost  $U_\varepsilon$  z velikostjo osnovne vrednosti  $U_\varepsilon^*$ .

Statično karakteristiko nelinearnega člena (R + NM) lahko prikažemo tudi s sl. 6.43. Mrtvo cono smo označili z  $u_\Delta = 2U_\Delta / U_{\frac{1}{2}}$ . Če je na-



Sl. 6.43

petost na vходу nelinearnega člena  $|U_\varepsilon| > U_\Delta$ , se vzbujalna napetost spremeni za svojo osnovno vrednost  $\Delta U_v = U_v^*$  v času  $t = T_{3s}$ . Ta čas  $T_{3s}$ , ki fizikalno obstaja (lahko ga izmerimo!), imenujemo statična integracijska časovna konstanta.  $T_{3s}$  je pri statični karakteristiki konstanten in neodvisen od amplitude  $U_\varepsilon$ , če je le izpolnjen pogoj  $|U_\varepsilon| > U_\Delta$ .

Ker pa smo v blokovni shemi relejno karakteristiko računsko prikazali z opisno funkcijo, pomeni to, da  $T_3$  integralnega člena  $1/pT_3$  na sl. 6.42 ni več konstanta, temveč je funkcija  $u$ -ja.  $T_3$  bomo imenovali dinamična integracijska časovna konstanta. Funkcijsko zvezo:

$$T_3 = f(u) \quad (6.38)$$

podaja za izbrano vrsto releja sl. 6.19.

S Hurwitzovim stabilnostnim kriterijem ugotovimo, kakšna sme biti minimalna vrednost dinamične integracijske časovne konstante  $T_{3min}$ , da bo regulacijski krog ravno na stabilnostni meji!

Karakteristična enačba (gl. en. 6.37) je:

$$p^3 T_1 T_2 T_3 + p^2 T_3 (T_1 + T_2) + p T_3 + 1 = 0 \quad (6.39)$$

Hurwitzov stabilnostni kriterij daje pogoj:

$$T_3 > \frac{T_1 \cdot T_2}{T_1 + T_2} \quad (6.40)$$

Za zgleđ vzemimo naslednje numerične podatke:  $T_1 = T_2 = 1$  sekunda, zahtevana statična občutljivost  $u_\Delta / 2 = U_\Delta / U_{\frac{1}{2}} = 0,01 = 1\%$ .

Iz en. (6.40) izračunamo, da sme biti:

$$T_{3min} \geq 0,5 \text{ s.} \quad (6.41)$$

Sedaj se moramo vprašati, kakšna sme biti maksimalna fizikalna hitrost delovanja releja in nastavitvenega motorja (R + NM) oziroma konstanta  $T_{3s}$ , da bo izpolnjen pogoj iz en. (6.39). S sl. 6.19 ugotovimo, da je:

$$\left. \frac{1}{T_3} u_\Delta \cdot T_{3s} \right|_{\max} = 1,27 \text{ pri } u_\Delta / U_{\frac{1}{2}} = 0,705 \quad (6.42)$$

Če uporabimo označbe iz tega zgleđa, lahko en. (6.42) napišemo tudi:

$$\left. \frac{1}{T_3} u_\Delta \cdot T_{3s} \right|_{\max} = 1,27 \text{ pri } u / u_\Delta = 0,705 \quad (6.43)$$

Od tod dobimo pogoj:

$$T_{3s} > \frac{1,27 \cdot T_{3min}}{u_{\Delta}} = \frac{1,27 \cdot 0,5}{0,02} = 32 \text{ s.} \quad (6.44)$$

To pomeni, da sme biti kombinacija rele - nastavitveni motor konstruirana (nastavljena) tako, da pri napaki  $|U_{\epsilon}| > U_{\Delta}$  spremeni vzbujalno napetost v času  $t = T_{3s} = 32 \text{ s}$  za polno osnovno vrednost  $\Delta U_V = U_V^*$ .

Če bi npr. hitrost nastavitvenega motorja povečali tako, da bi bilo  $T_{3s} < 32 \text{ s}$ , regulacijski krog ne bi bil več stabilen pri sicer enaki občutljivosti releja  $U_{\Delta}$ .

$T_{3s} = 32 \text{ s}$  pomeni zelo počasno regulacijo! Če hočemo povečati hitrost regulacije, lahko storimo to npr. tako, da povečamo mrtvo cono releja  $U_{\Delta}$  oziroma  $u_{\Delta}$  in povečamo hitrost vrtenja nastavitvenega motorja.

Pri nespremenjeni statični občutljivosti releja  $U_{\Delta}$  pa lahko povečamo hitrost regulacije tako, da vzamemo namesto releja s karakteristiko s sl. 6.41 rele s karakteristiko s sl. 6.28. Predpostavimo, da ima novi rele naslednje podatke:

$$y_b = 5 y_a \quad (6.45)$$

in

$$k = \frac{x_0}{4y_a} \quad (6.46)$$

Če poiščemo s sl. 6.29 (podobno kot smo prej s sl. 6.19) maksimalno vrednost:

$$\frac{b}{k} \Big|_{\max} = f(y_1/y_a, y_b/y_a = 5),$$

dobimo:

$$\frac{b}{k} \Big|_{\max} = 0,75$$

oziroma:

$$\frac{1}{T_3} \cdot 4 \frac{u_{\Delta}}{2} \cdot T_{3s} = 0,75.$$

Statična integracijska časovna konstanta sme biti:

$$T_{3s} > \frac{0,75}{2u_{\Delta}} \cdot T_{3min} = \frac{0,75 \cdot 0,5}{2 \cdot 0,02} = 9,4 \text{ s.}$$

Kot vidimo, smo z enostavno zamenjavo releja dosegli pri enaki statični občutljivosti približno trikrat hitrejšo regulacijo.

### 6.3.3 Vplivi mrtve cone, histereze in mrtvega časa

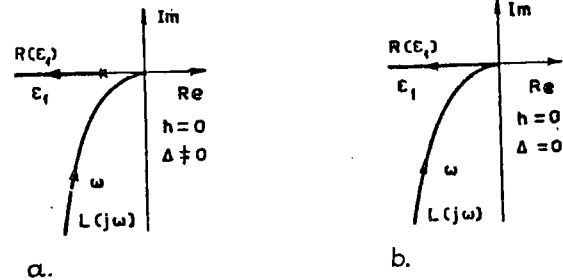
Ugotovimo kvalitativni vpliv mrtve cone, histereze in mrtvega časa nelinearnega člena na lastnosti regulacijskega kroga, ki ga kaže sl. 6.32! Linearni člen naj ima prenosno funkcijo:

$$L(p) = \frac{K}{p(1+pT)} \quad (6.47)$$

1. primer: Dvopoložajni člen naj bo brez histereze ( $h = 0$ ) in brez časovne zakasnitve.

Če narišemo v Nyquistov diagram krivulji  $L(j\omega)$  in  $R(\epsilon_1)$ , dobimo razmere, kakršne vidimo na sl. 6.44a in b. Ker nelinearni člen nima histereze, leži kritična trajektorija na negativni realni osi. Le če je mrtva cona  $\Delta = 0$ , se začneja ta krivulja v koordinatnem izhodišču

(sl. 6.44b), sicer pa v neki točki na negativni realni osi (sl. 6.44a). V obeh primerih krivulji  $R(\varepsilon_1)$  in  $L(j\omega)$  nimata presečišča, kar pomeni, da je regulacijski krog stabilen in tudi nima mejnega nihanja.



Sl. 6.44

2. primer: Če ima nelinearni člen mrtvi čas, npr. zaradi elektromagnetne in mehanske vstrajnosti, lahko to upoštevamo tako, da dodamo linearnemu členu člen s prenosno funkcijo:

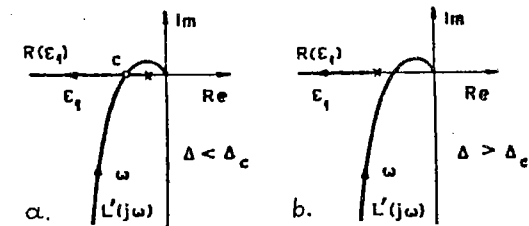
$$e^{-pT_m} \doteq \frac{1}{1 + pT_m} \quad (6.48)$$

Nova frekvenčna karakteristika linearnega dela:

$$L'(j\omega) = \frac{K}{p(1+pT)(1+pT_m)}; \quad p = j\omega \quad (6.49)$$

ima potek, kot ga kaže sl. 6.45. Pri nespremenjeni funkciji  $L'(j\omega)$  lahko vplivamo na presečišče C krivulj  $L'(j\omega)$  in  $R(\varepsilon_1)$  tako, da spreminjamo mrtvo cono: če povečujemo mrtvo cono, se začetek krivulje  $R(\varepsilon_1)$  pomakne v Nyquistovem diagramu bolj na levo.

Sl. 6.45a kaže mejno nihanje v točki C, sl. 6.45b pa ne.

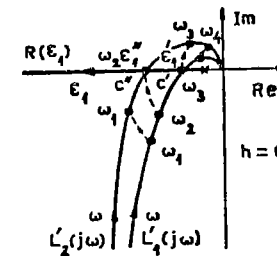


$\Delta_c$  je kritična mrtva cona

Sl. 6.45

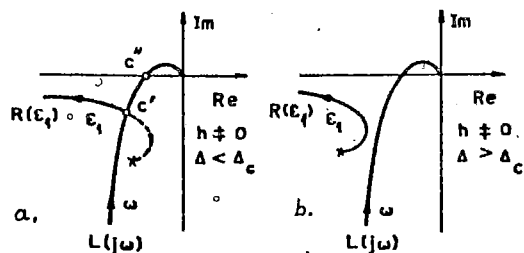
Predpostavimo sedaj, da se je povečal mrtvi čas nelinearnega člana od  $T_{m1}$  na  $T_{m2} > T_{m1}$ . V Nyquistovem diagramu povzroči to zasuk prvotne frekvenčne karakteristike  $L'_1(j\omega)$  v smeri večjih negativnih faznih pomikov, kot kaže krivulja  $L'_2(j\omega)$  na sl. 6.46. Prvotno presečišče C se je premaknilo v točko C'. Novo mejno nihanje ima manjšo frekvenco  $\omega_2 < \omega_3$  in večjo amplitudo  $\varepsilon_1'' > \varepsilon_1'$ .

Mejno nihanje se spremeni tem bolj, čim bolj se spremeni mrtvi čas  $T_m$ .



Sl. 6.46

3. primer: Če ima nelinearni člen histerezo, tedaj kritična trajektorija, kot smo videli, ne leži več na negativni realni osi (sl. 6.47). Če obstaja presečišče C' krivulj  $R(\varepsilon_1)$  in  $L(j\omega)$ , to ne leži več na negativni realni osi. Kot vidimo na sl. 6.47a, vpliva histereza na mejno



Sl. 6.47

nihanje tako, da je frekvenca mejnega nihanja manjša, amplituda pa ponavadi večja (gl. točki C' in C'' na sl. 6.47a). Kvalitativno ustreza to vplivu povečanega mrtvega časa  $T_m$ .

Mejnega nihanja ni, če povečamo mrtvo cono nad neko kritično vrednost  $\Delta > \Delta_c$  (sl. 6.47b).

#### 6.3.4 Korekcija

Iz presečišče krivulj  $R(\epsilon_1)$  in  $L(j\omega)$  lahko ugotovimo, če bo regulacijski krog stabilen ali ne oziroma če bo imel mejno nihanje in kakšno bo to nihanje.

Seveda nas zanima tudi prehodni pojav, t.j. kako se bo avtonomni regulacijski krog obnašal pri prehodu iz začetnega stanja (iz začetnih pogojev) v stanje mirovanja ali k mejnemu nihanju.

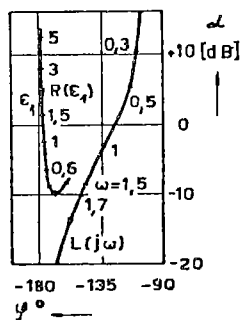
Pri linearnih regulacijah smo na značaj prehodnega pojava sklepali iz resonančnega faktorja zaprtega regulacijskega kroga  $Q_{RZ} = \lambda_{max}$  in iz resonančne frekvence zaprtega regulacijskega kroga  $\omega_{RZ}$ . Oboje lahko

odčitamo iz Nicholsovega diagrama, če vrišemo vanj frekvenčno karakteristiko odprtega regulacijskega kroga. Kot vemo, daje  $\omega_{RZ}$  merilo za hitrost prehodnega pojava, iz faktorja  $Q_{RZ}$  pa sklepamo na obliko prehodnega pojava.

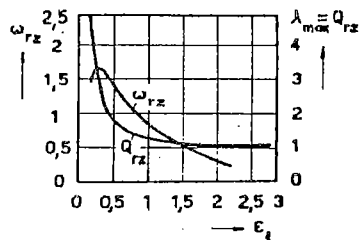
Isti kriterij lahko uporabimo tudi za regulacijske kroge, v katerih nastopa nelinearen člen (sl. 6.32). V ta namen vrišemo v Nicholsov diagram frekvenčno karakteristiko linearnega člena  $L(j\omega)$  in jo pomnožimo z opisno funkcijo  $N(\epsilon_1)$ . Ta funkcija ni konstanta, temveč je odvisna od amplitude  $\epsilon_1$ . Amplituda  $\epsilon_1$  se spreminja med prehodnim pojavom. Produkt  $N(\epsilon_1) \cdot L(j\omega)$  dobimo v Nicholsovem diagramu tako, da funkcijo  $L(j\omega)$ , ki jo npr. narišemo na prozorni milimetrski papir, premaknemo iz prvotne lege za vektor  $\vec{N}(\epsilon_1)$ . Če je nelinearni člen brez histereze, ima  $N(\epsilon_1)$  realno vrednost  $\mathcal{G}(\epsilon_1)$ . Za vsako vrednost amplitude  $\epsilon_1$  odčitamo v dotikališču krivulj  $N(\epsilon_1) \cdot L(j\omega)$  in  $\lambda$  pripadajočo vrednost za  $\lambda_{max}$  in  $\omega_{RZ}$ .

Zgled: Za regulacijski krog, ki ga kaže sl. 6.48, lahko za določeno vrednost parametrov nelinearnega in linearnega člena vrišemo v Nicholsov diagram krivulji  $L(j\omega)$  in  $R(\epsilon_1)$  (sl. 6.49). Z ozirom na fiksno krivuljo  $L(j\omega)$  leži kritična točka regulacijskega kroga ne v točki 0 dB,  $-180^\circ$ , pač pa v odvisnosti od amplitude  $\epsilon_1$  v eni izmed točk krivulje  $R(\epsilon_1)$ . Okrog te nove kritične točke si mislimo nameščene krivulje  $\lambda = konst.$  S sl. 6.49 lahko takoj ugotovimo, da bo regulacijski krog slabo dušen za majhne amplitude  $\epsilon_1$  (tedaj so veliki  $\lambda$ ) in dobro dušen za velike vrednosti amplitude  $\epsilon_1$  (tedaj so majhni  $\lambda$ ).

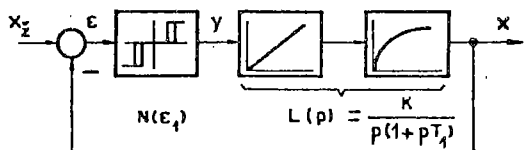
Če npr. po zgoraj opisanem postopku določimo za posamezne vrednosti amplitude  $\epsilon_1$  pripadajoče vrednosti za  $Q_{RZ} = \lambda_{max}$  in  $\omega_{RZ}$ , lahko narišemo diagram, ki ga vidimo na sl. 6.50. Iz tega diagrama razberemo, da



Sl. 6.49



Sl. 6.50



Sl. 6.48

bodo velika odstopanja (veliki  $\epsilon_1$ ) dobro dušena, vendar bo nihanje relativno počasno. Pri majhnih amplitudah  $\epsilon_1$  pa lahko pričakujemo slabo dušen potek, zato pa hitrejše nihanje. Maksimalna resonančna frekvenca  $\omega_{rz} \approx 1,7$  rad/s se bo pojavila pri amplitudi  $\epsilon_1 \approx 0,3$ .

Krivulji  $Q_{rz}(\epsilon_1)$  in  $\omega_{rz}(\epsilon_1)$  sta za ocenjevanje prehodnih pojavov v inženirski praksi zelo pomembni.

Ker je za stabilnost regulacijskega kroga, prav tako pa tudi za značaj prehodnega pojava, odločilen medsebojni položaj oziroma lega krivulj  $L(j\omega)$  in  $R(\epsilon_1)$ , lahko na stabilnost in na prehodni pojav vplivamo tako, da preoblikujemo bodisi krivuljo  $L(j\omega)$  ali krivuljo  $R(\epsilon_1)$ . Takšno preoblikovanje krivulj je v teoriji linearne regulacije

poznano pod imenom "korekcija" in ga opravljamo s korekcijskimi členi. Tudi pri nelinearnih regulacijah uporabljamo metodo preoblikovanja krivulje  $L(j\omega)$ .

### 6.3.5 Nihanja pri neavtonomnih sistemih

Uvodoma smo že povedali, da se nelinearni zaključeni regulacijski sistemi drugače obnašajo kot linearni, če pripeljemo na vhod neko sinusno veličino (gl. sl. 6.11):

$$x_z = x_{z1} \cdot \sin \omega t. \quad (6.50)$$

Če uporabimo približevalno metodo z opisno funkcijo, lahko izračunamo časovni potek izhodne veličine  $x(t)$  ali pa časovni potek napake  $\epsilon(t)$  v odvisnosti od sinusnega vhodnega signala. Če zanemarimo višje harmonske komponente in opazujemo le osnovno, ima vhodna veličina v nelinearni člen obliko  $\epsilon(t) = \epsilon_1 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ . Amplitudo in fazo lahko izračunamo iz enačbe:

$$\frac{\vec{\epsilon}_1}{x_z} = \frac{1}{1 + N(\epsilon_1) \cdot L(j\omega)}. \quad (6.51)$$

Za neko konstantno vrednost krožne frekvence  $\omega = \omega_k$  lahko izračunamo:

$$\frac{\epsilon_1}{x_{z1}} = \left| \frac{1}{1 + N(\epsilon_1) \cdot L(j\omega_k)} \right|$$

$$\varphi = \arg \frac{1}{1 + N(\epsilon_1) \cdot L(j\omega_k)} \quad (6.52)$$

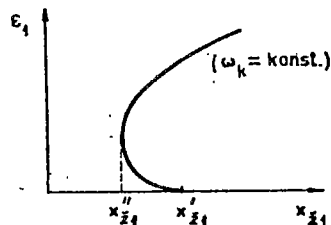
$$\omega = \omega_k = \text{konst.}$$

Za konstantno vrednost krožne frekvence je  $L(j\omega_k)$  v splošnem neko konstantno kompleksno število. Amplituda  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1(x_{z1})$  in faza  $\varphi = \varphi(x_{z1})$  sta funkciji amplitude vhodnega sinusnega nihanja.

Ker nastopa  $\mathcal{E}_1$  tudi v funkciji  $N(\mathcal{E}_1)$  na desni strani en.(6.52), je najbolje, da razrešimo to enačbo grafično. Funkcije:

$$x_{z1} = \mathcal{E}_1 \left[ 1 + N(\mathcal{E}_1) \cdot L(j\omega_k) \right] \quad (6.53)$$

lahko prikažemo grafično v diagramu s koordinatnima osema  $\mathcal{E}_1$ ,  $x_{z1}$ . Za vsako vrednost krožne frekvence  $\omega = \omega_k = \text{konst.}$  dobimo v tem diagramu po eno krivuljo. Možnih je več rešitev en. (6.53). Obstaja lahko več nihanj, ki niso vsa stabilna /60, 8, 61, 58/.



Sl. 6.51

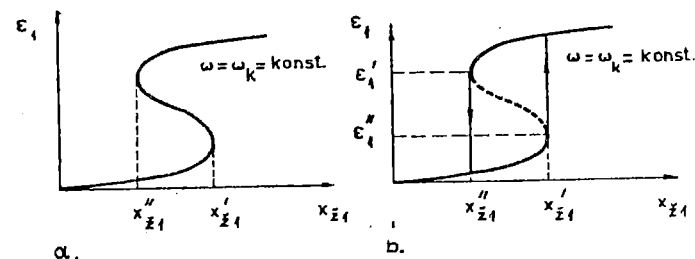
Sl. 6.51 kaže rešitev en. (6.53) za neki nelinearni sistem za konstantno krožno frekvenco  $\omega = \omega_k = \text{konst.}$  vhodnega sinusnega nihanja po en. (6.50). Iz te slike vidimo, da vsiljeno nihanje pri podani frekvenci  $\omega_k$  ni možno, če je amplituda  $x_{z1} < x_{z1}''$  (en. 6.53 nima rešitve). Če pa je  $x_{z1} > x_{z1}''$ , dobimo nihanje z amplitudo, ki je podana s presečiščem navpičnice, ki gre iz neke vrednosti  $x_{z1}$  na abscisi, in krivulje  $\mathcal{E}_1(x_{z1})$ . Za vrednosti  $x_{z1} > x_{z1}'$  dobimo eno nihanje, za vrednosti  $x_{z1}'' < x_{z1} < x_{z1}'$  pa sta možni dve nihanji.

Takšna in podobna nihanja opazimo zelo pogosto pri nelinearnih sistemih. Zlasti so pri relejnih sistemih pogosta tako imenovana subhar-

monična nihanja (gl. pogl. 6.1).

V nelinearnih sistemih se pojavi pogosto tudi tako imenovani rešonančni ali amplitudni skok. Do tega pride, če daje en. (6.53) rešitev, kot jo vidimo na sl. 6.52. Če pri konstantni frekvenci vsiljenega vhodnega nihanja spreminjamo amplitudo  $x_{z1}$  od 0 do  $x_{z1} < x_{z1}'$ , tedaj najprej amplituda  $\mathcal{E}_1$  zvezno narašča, pri  $x_{z1} = x_{z1}'$  pa skoči nenadoma iz spodnje na zgornjo vejo (gl. sl. 6.52b) in se pri nadaljnjem povečevanju  $x_{z1}$  pomika po zgornji veji. Če ponovno zmanjšujemo  $x_{z1}$ , se vrača  $\mathcal{E}_1$  po zgornji veji vse do trenutka, ko je  $x_{z1} = x_{z1}''$ . Tedaj  $\mathcal{E}_1$  nenadoma skoči iz zgornje na spodnjo vejo (gl. sl. 6.52b) in se po njej pomika proti levi za vrednosti  $x_{z1} < x_{z1}''$ .

Če gledamo krivuljo  $\mathcal{E}_1 = \mathcal{E}_1(x_{z1})$ , opazimo neko histerezo. V območju amplitud  $\mathcal{E}_1' > \mathcal{E}_1 > \mathcal{E}_1''$  nimamo prisiljenih nihanj.



Sl. 6.52

### 6.3.6 Zaključki

Metoda z opisno funkcijo ima to prednost, da lahko z njo obravnavamo nelinearne sisteme s postopki, ki so poznani iz teorije linearne regulacije. Z njo lahko raziskujemo mejna nihanja nelinearnih sistemov

in vplive parametrov. Mimo tega lahko - vsaj kvalitativno - ugotavljamo prehodna stanja.

Velika prednost te metode je tudi ta, da nima omejitve glede reda "n" linearnega člena. Pač pa so omejitve z ozirom na obliko in število nelinearnosti.

V inženirski praksi metodo z opisno funkcijo mnogo uporabljamo. Dobljeni rezultati imajo ponavadi majhno napako, največ približno 2 do 5 %.

#### 6.4 Fazna ravnina

##### 6.4.1 Pojem fazne ravnine

Pojem fazne ravnine je vezan na avtonomne fizikalne sisteme, ki jih lahko opisujemo z diferencialno enačbo 2. reda:

$$\ddot{x} = f(\dot{x}, x) \quad (6.54)$$

Če pišemo v en. (6.54) namesto:

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = y, \quad (6.55)$$

dobimo:

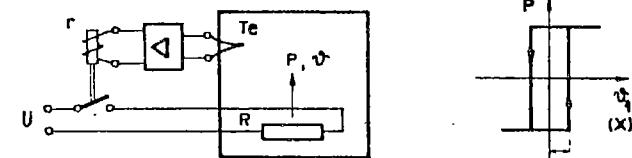
$$\dot{y} = f(y, x). \quad (6.57)$$

Fizikalno stanje sistema je v vsakem trenutku določeno z vrednostima  $x$  in  $\dot{x} \equiv y$ , to se pravi z neko točko v ravnini  $(x-y)$ , ki jo imenujemo fazna ravnina. Izraz "fazna" ne pride od faznega premika, temveč pove fazo (stanje, položaj), v kateri se fizikalni sistem nahaja v določenem

trenutku.

Če izračunamo mnogo točk en.(6.57), ki pripadajo različnim časom  $t$  in jih vnesemo v ravnino  $(x - y)$ , dobimo s povezavo teh točk krivulje. Te krivulje imenujemo fazne trajektorije in opisujejo časovno obnašanje fizikalnega sistema. Tekoč parameter je čas  $t$ .

Za zgled vzemimo najprej neki sistem prvega reda, kakršnega ponazarja npr. preprosta dvopoložajna temperaturna regulacija na sl. 6.53a. Regulator naj bo dvopoložajen s histerezo (sl. 6.53b).



- a.
- r = rele s histerezo
- R = grelo
- P = moč
- b.
- T = temperatura
- Te = termočlen

Sl. 6.53

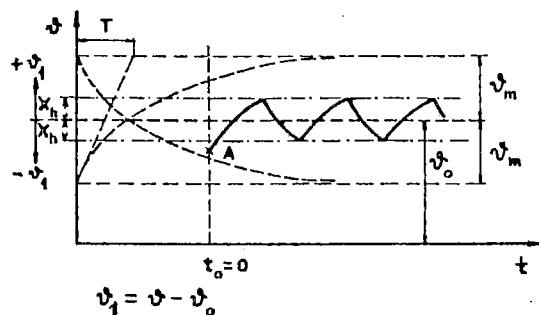
Na sl. 6.54 vidimo časovni potek temperature  $\bar{v}$  v okolici neke srednje vrednosti  $\bar{v}_0$ . Ta potek opisuje diferencialna enačba ( $\bar{v}_1 = \bar{v} - \bar{v}_0$ ):

$$T \frac{d\bar{v}_1}{dt} + \bar{v}_1 = \pm \bar{v}_m \quad (6.58)$$

oziroma:

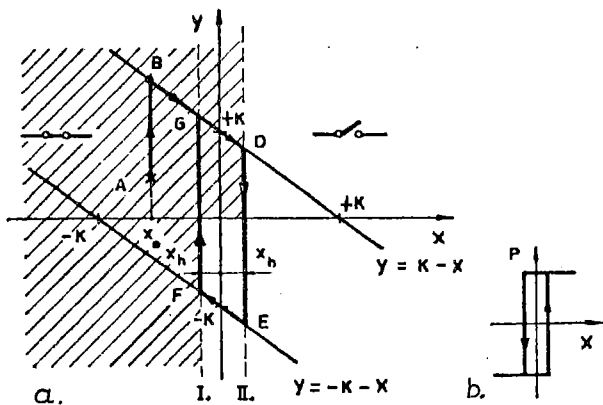
$$y + x = \pm K; \quad (6.59)$$

$$\bar{v}_1 = x, \quad T \frac{d\bar{v}_1}{dt} = y, \quad K = \bar{v}_m = \text{konst.}$$



Sl. 6.54

En. (6.59) podaja enačbo dveh premic v ravnini  $(x - y)$ , ki imata nagib  $-45^\circ$  (sl. 6.55). Črtkani vertikalni skozi  $x = \pm x_h$  ponazarjata širino histereze dvopoložajnega regulatorja. Ker preklaplja regulator (rele) v točkah  $x = \pm x_h$ , ju imenujemo "preklopni premici".



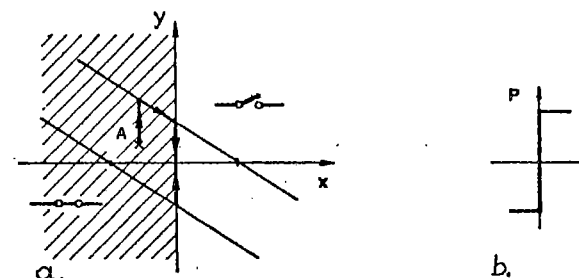
Sl. 6.55

Če izhajamo iz neke točke A, ki ustreza določenemu začetnemu stanju (v času  $t = t_0 = 0$ ) s prenizko temperaturo ( $x < 0$ ), velja zgornja premica: točka skoči navzgor (rele preklopi) v točko B in potuje po zgornji premici do točke D. Tu rele preklopi na spodnjo premico (točka E). Po njej se zmanjšuje temperatura in v točki F rele spet preklopi v točko G na zgornjo premico. Proces se ponavlja po zaključeni zanki DEFG

neskončno dolgo. Sistem ne more doseči mirovanja, ker ne obstaja točka, kjer bi bilo  $x = y = 0$ ! Temperatura torej stalno niha med vrednostma  $\pm x_h$ .

Diagram na sl. 6.55 torej ponazarja nihanje temperature s sl. 6.54.

Poglejmo sedaj, kaj se zgodi, če zmanjšujemo širino histereze  $2x_h$ : temperatura bo nihala s čedalje večjo frekvenco in manjšo amplitudo. Če postane  $x_h = 0$ , niha temperatura teoretično z neskončno veliko frekvenco in z neskončno majhno amplitudo (sl. 6.56).



Sl. 6.56

V fazni ravnini lahko prikažemo tudi razmere pri avtonomnem sistemu 2. reda, ki ima enačbo:

$$\frac{d^2x}{dt^2} T^2 + \frac{dx}{dt} 2zT + x = 0. \quad (6.60)$$

Če je faktor dušenja  $z = 0$  in enačbo normiramo ( $\tau = t/T$ ), dobimo:

$$\frac{d^2x}{d\tau^2} + x = 0.$$

Če pišemo:

$$\frac{dx}{d\tau} = y; \quad \frac{d^2x}{d\tau^2} = \frac{d(dx/d\tau)}{d\tau} = \frac{dy}{d\tau} = \frac{dy}{dx} y, \quad (6.61)$$



dobimo enačbo:

$$\frac{dy}{dx} y + x = 0. \quad (6.62)$$

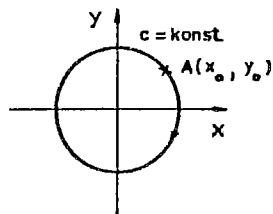
Rešitev te enačbe je:

$$x^2 + y^2 = C \quad (6.63)$$

in ponazarja v fazni ravnini krog (sl. 6.57). To pomeni, da nedušen avtonomni sistem 2. reda nedušenost niha, če je imel v začetku začetne pogoje  $x_0 \neq 0$  ali  $y_0 \neq 0$ . Smer vrtenja lahko ugotovimo s premislekom: v točki  $A(x_0, y_0)$  je  $x > 0$  in  $y > 0$ , torej mora  $x$  naraščati. Vrtenje je v smeri urinega kazalca.

Če v en.(6.60) ni  $z = 0$ , tedaj faznih trajektorij ne moremo tako enostavno izračunati. Da dobimo trajektorije v fazni ravnini, si pomagamo z različnimi metodami. Ena od teh je metoda izoklin.

Pri tej metodi uporabimo en.(6.55) in en. (6.57). Če ju medsebojno delimo, dobimo enačbo:



Sl. 6.57

$$\frac{dy}{dx} = \frac{f(y,x)}{g(y,x)} = f_1(y,x), \quad (6.64)$$

ki določa nagib tangent na fazno trajektorijo. Na podlagi tega lahko grafično konstruiramo fazne trajektorije. Za levo

stran en. (6.64) izberemo določeno konstantno vrednost nagiba tangent:

$$\frac{dy}{dx} = a = \text{konst.} \quad (6.65)$$

Tako dobimo enačbo izokline:

$$f_1(y,x) = a$$

ki pomeni v fazni ravnini geometrično mesto točk, v katerih imajo fazne trajektorije isti nagib  $a$ . Če izračunamo in narišemo v fazni ravnini dovolj teh izoklin, lahko konstruiramo fazno trajektorijo iz določene izhodiščne točke v fazni ravnini.

Za zgled vzemimo avtonomni sistem:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 0,5 \frac{dx}{dt} + x = 0 \quad (6.66)$$

z začetnima pogojema  $x(0)$  in  $dx/dt(0)$  ter narišimo z metodo izoklin pripadajočo fazno trajektorijo iz začetne točke! Enačbo izoklin dobimo takole:

$$y = \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{dy}{dt} = -0,5y - x \quad (6.67)$$

$$\frac{dy}{dx} = -0,5 - \frac{x}{y}$$

Za razne vrednosti  $dy/dx = a$  izračunajmo izokline:

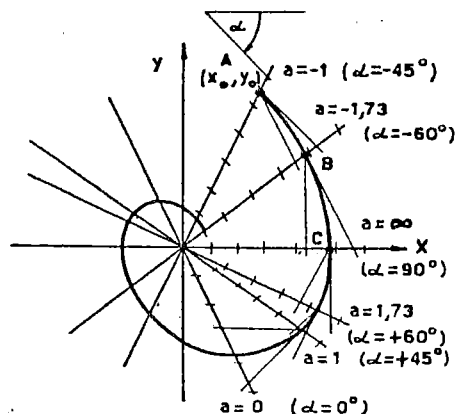
$$a = -0,5 - \frac{x}{y}$$

oziroma:

$$y = -\frac{x}{0,5 + a} \quad (6.68)$$

Po en. (6.68) so izokline premice, ki gredo iz koordinatnega izhodišča. Na sl. 6.58 so narisane izokline za nekaj vrednosti konstante  $a$ . Točko  $A(x_0, y_0)$  določajo začetni pogoji. Iz te točke izhaja fazna trajektorija. Naslednjo točko trajektorije dobimo tako, da potegnemo

iz točke A dve polprenici:



Sl. 6.58

prva je paralelna tangentam izhodiščne izokline, druga pa tangentam bližnje izokline. Točko B fazne trajektorije dobimo v središču presečišč obeh polpremic z izoklino. Ta postopek ponavljamo pri vseh izoklinah in nato točke A, B, C itd. med seboj povežemo.

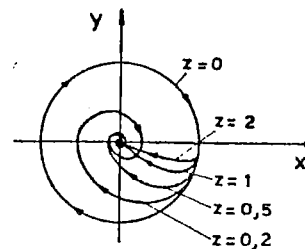
Dobljena fazna trajektorija je tem točnejša, čim več izoklin vrisemo v fazno ravnino.

Dušeni sistemi 2. reda v en.(6.60) imajo fazne trajektorije, ki se približujejo koordinatnemu izhodišču tem hitreje, čim večji je dušilni faktor z (gl. sl. 6.59).

Fazne trajektorije lahko dobimo tudi z računskimi stroji. Ti stroji dajejo simultane rešitve diferencialnih enačb v parametrični obliki  $y = x(t)$  in  $x = x(t)$  tako, da lahko stroji te krivulje neposredno rišejo s koordinatnim pisalom z dvema vhodoma.

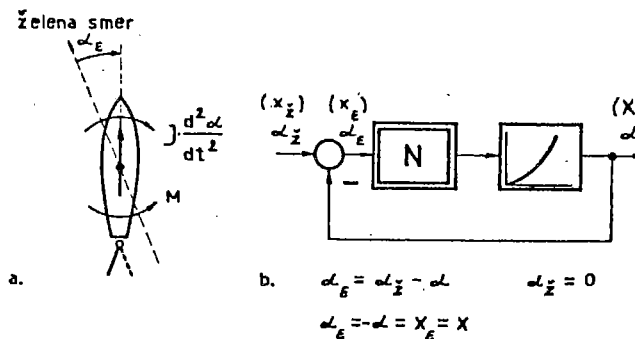
1. zgled: Neki ladji želimo avtomatično regulirati smer vožnje

(kurz) tako, da uporabimo dvo-položajni regulator, ki v odvisnosti od odstopanja smeri ladje od želene vrednosti predstavlja ladijsko krmilo v položaj desno oziroma v položaj levo (sl. 6.60). Odklonjeno krmilo povzroči moment  $\pm M$ , ki zavrti ladjo okrog vertikalne



Sl. 6.59

osi proti željeni smeri. S poenostavitvami lahko napišemo diferencialno enačbo sistema:



Sl. 6.60

alno enačbo sistema:

$$J \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = M \text{sign} (\alpha_g) \quad (6.69)$$

Ker je  $\alpha = \alpha_z - \alpha_g$  in  $\alpha_z = 0$  (regulacija s konstantno želeno vrednostjo!), dobimo:

$$-J \frac{d^2 \alpha_g}{dt^2} = M \text{sign} (\alpha_g)$$

in

$$\frac{d^2 \alpha_g}{dt^2} = \frac{M}{J} \text{sign}(\alpha_g) = K \text{sign}(\alpha_g) \quad (6.70)$$

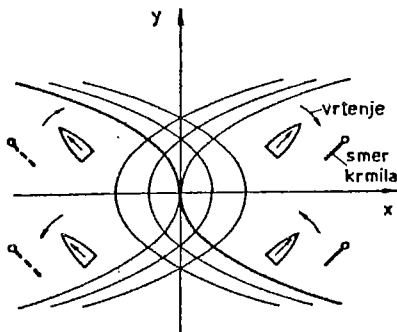
$\alpha_g$  je kot odstopanja (napaka), ki ga oklepa ladja s konstantno žele-  
no smerjo. Vpeljimo naslednje označbe:

$$\begin{aligned} \alpha_g &= x \\ \frac{d\alpha_g}{dt} &= y \end{aligned} \quad (6.71)$$

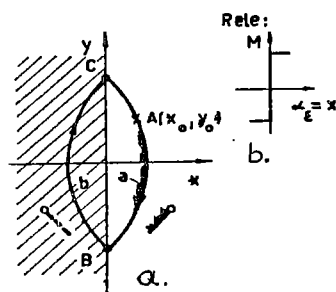
En. (6.70) lahko napišemo v obliki:

$$\frac{dy}{dx} y = \pm K \quad (6.72)$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dx} y$$



Sl. 6.61



Sl. 6.62

Rešitvi sta dve:

$$x_1 = + \frac{1}{2K} y^2 + C_1$$

$$x_2 = - \frac{1}{2K} y^2 + C_2 \quad (6.73)$$

Fazne trajektorije so torej parabole s horizontalno osjo, s temenom C in ž žariščno razdaljo K. Na sl. 6.61 so te parabole narisane za nekaj vrednosti konstant  $C_1$  oz.  $C_2$ .

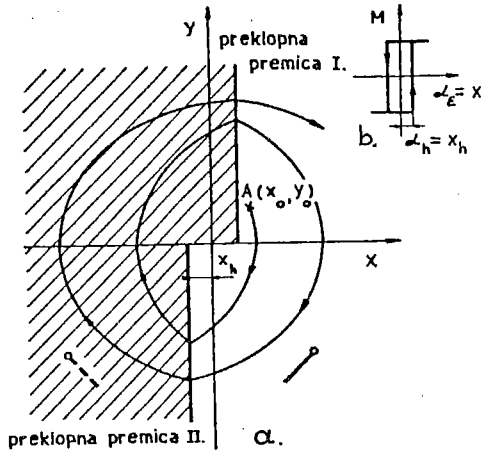
Poglejmo sedaj, kakšne razmere dobimo, če uporabimo različne vrste dvopoložajnih regulatorjev v blokovi shemi na sl. 6.60b. Sistem je avtonomen, ker je bila želena vrednost konstantna ( $x_g \neq f(t)$ ).

1. Dvopoložajni regulator brez mrtve cone in histereze (sl. 6.62). Preklopna krivulja je premica  $x = 0$ . Iz začetne točke A (začetni po-  
goji) gre "ladja" po paraboli a do točke B. Tu rele preklopi in se dogaja sprememba po paraboli b vse do točke C, kjer po preklopu re-  
leja spet preidemo na parabolo a. Regulacijski proces se ne umiri, regulator stalno preklaplja krmilo v levo in desno.

2. Dvopoložajni regulator je rele s histerezo (sl. 6.63). Kot vi-  
dimo, postaja odstopanje  $x = \alpha_g$  vedno večje.

3. Dvopoložajni regulator ima mrtvo cono (sl. 6.64). Krmilo ima lahko tri položaje: levi, srednji, desni. Če je  $|x| < x_\Delta$ , je krmilo v srednjem položaju. Tedaj je kotni pospešek nič in je zato tudi hi-  
trost  $d\alpha/dt = dx/dt = y$  konstantna. Fazna trajektorija poteka v tem delu horizontalno.

V vseh treh obravnavanih primerih regulacija ni bila stabilna in je zato taka regulacija kurza ladje praktično neuporabna.

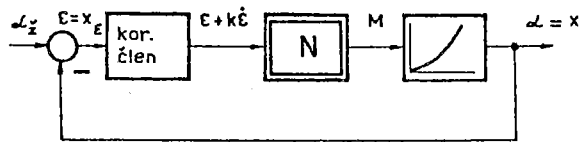


Sl. 6.63

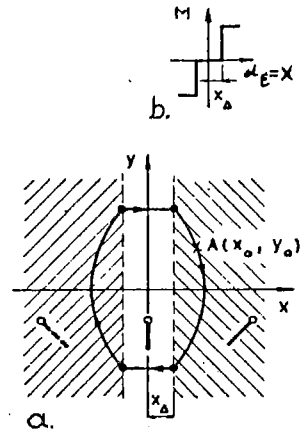
Pred idealni dvopoložajni regulator brez mrtve cone in histereze dajmo sedaj diferencirni korekcijski člen (sl. 6.65), ki bo pripeljal na vhod regulatorja signal:

$$\epsilon + k \frac{d\epsilon}{dt} = x + k \frac{dx}{dt} \quad (6.74)$$

(k > 0)



Sl. 6.65



Sl. 6.64

Diferencialna enačba sistema je sedaj:

$$J \frac{d^2x}{dt^2} = M \operatorname{sign} \left( x + k \frac{dx}{dt} \right) \quad (6.75)$$

oziroma:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = K \operatorname{sign} \left( x + k \frac{dx}{dt} \right) \quad (5.76)$$

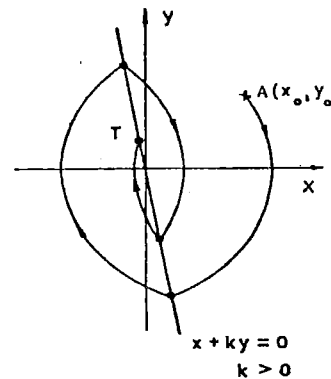
$$K = \frac{M}{J}$$

Fazne trajektorije sistema so ostale iste kot prej (gl. sl. 6.61), preklopna krivulja pa je postala (gl. sl. 6.67):

$$x + k \frac{dx}{dt} = 0 \quad (6.77)$$

oziroma

$$\frac{dx}{dt} = y = -\frac{x}{k} \quad (6.78)$$



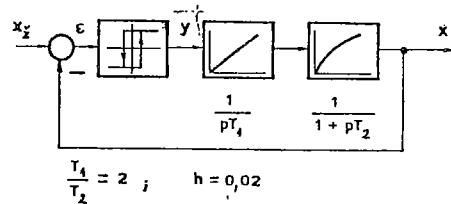
Sl. 6.67

Kot vidimo s sl. 6.67, fazna trajektorija konvergira. Regulacija je postala stabilna!

S premislekom lahko ugotovimo, da se bo fazna trajektorija končala v točki T preklopne premice. V tej točki je absolutna vrednost strmine parabole večja od absolutne vrednosti strmine preklopne

premice. Ta rezultat smo dobili, ker smo predpostavljali, da deluje rele neskončno hitro. Če pa upoštevamo, da ima rele neki mrtvi čas in ne more neskončno hitro preklapljati, se bo tedaj fazna trajektorija končala v koordinatnem izhodišču in bo regulacijski sistem po določenem času miroval /8/.

2. zgled: Raziščimo lastnosti nelinearnega regulacijskega kroga, katerega blokovno shemo kaže sl. 6.68!



Sl. 6.68

Diferencialna enačba tega sistema bo imela obliko:

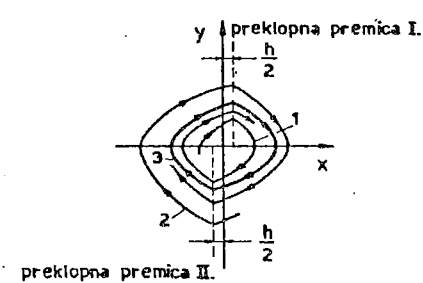
$$\frac{d^2x}{dt^2} T_1 T_2 + \frac{dx}{dt} T_1 = \pm K_1 \quad (6.79)$$

oziroma:

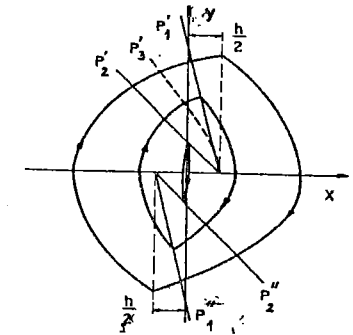
$$\frac{d^2x}{dt^2} G_1 + \frac{dx}{dt} = \pm K. \quad (6.80)$$

Ker je linearni sistem stabilen in ker ima rele histerezo, lahko že v naprej povemo, da bo zaprti regulacijski sistem prešel po določenem času v mejno nihanje z določeno frekvenco in z določeno amplitudo. Če so začetna odstopanja manjša kot ustrezna amplitudi mejnega nihanja, bo prehodni pojav potekal periodično z naraščajočimi amplitudami (1 na sl. 6.69), če pa so začetna odstopanja večja, bo prehodni pojav pote-

kal periodično z upadajočimi amplitudami (2 na sl. 6.69). V obeh primerih dobimo mejno nihanje po isti zaključeni trajektoriji (3 na sl. 6.69). Mejno nihanje je torej neodvisno od začetnih pogojev.



Sl. 6.69



Sl. 6.70

Mejno nihanje se spremeni, če vzamemo namesto preklopnih premic  $\pm h/2$  preklopne premice  $P_1$  in  $P_2$ , ki jih vidimo na sl. 6.70. Mejno nihanje ima tedaj manjšo amplitudo.

#### 6.4.2 Čas v fazni ravnini

Omenili smo že, da vsaki točki na fazni trajektoriji ustreza določen čas. Zato lahko trajektorije opremimo s tekočim parametrom - časom, podobno kot opremljamo krivulje frekvenčne karakteristike v Nyquistovem in v Nicholsovem diagramu s tekočimi krožnimi frekvencami.

Dvema točkama  $A_1(x_1, y_1)$  in  $A_2(x_2, y_2)$  na fazni trajektoriji ustreza časovni interval  $t_{12}$ . To je čas, v katerem preide fizikalni sistem iz enega v drugo stanje, ki ga določata točki  $A_1$  in  $A_2$ . Ta časovni interval lahko izračunamo iz enačbe:

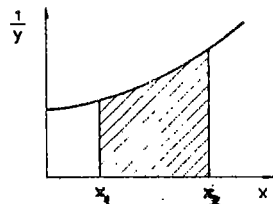
$$y = \frac{dx}{dt}$$

to je:

$$t_{12} = \int_{x_1}^{x_2} \frac{dx}{y} \quad (6.81)$$

Ta integral lahko razrešimo grafično tako, da predhodno narišemo krivuljo  $1/y = f(x)$  (sl. 6.71). Šrafirana ploščina na sl. 6.71 je proporcionalna času  $t_{12}$ .

Opozoriti moramo na to, da enakim geometričnim razdaljam točk na



Sl. 6.71

fazni trajektoriji ne ustreza-  
jo enaki časovni intervali. To  
pomeni, da se točka po fazni  
trajektoriji ne giblje s kon-  
stantno hitrostjo.

Hitrost, s katero se giblje točka po loku fazne trajektorije, imenujemo fazno hitrost  $v_f$  in jo lahko izračunamo z

$$v_f = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} \quad (6.82)$$

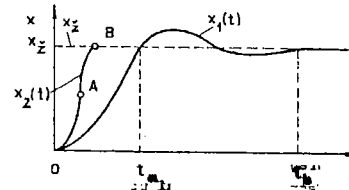
Fazna hitrost torej ni identična s fizikalno hitrostjo sistema  $y = dx/dt$ . S fazno hitrostjo si pomagamo, kadar hočemo oceniti čas približevanja sistema ravnotežnemu stanju.

### 6.4.3 Optimalne regulacije

Pri linearnih regulacijah uporabljamo pojem "optimalna regulacija" zelo previdno, kajti zahteve, ki jih postavlja praksa, so od primera do primera zelo različne. Zato ne moremo govoriti o enotnem kriteriju za najboljšo (optimalno) regulacijo, ki bi bil veljaven za vse primere. Če npr. gledamo samo vodene regulacije, potem velja splošno pravilo, naj vrednost regulirane veličine čim hitreje in čim verneje (s čim manjšim odstopanjem, nihanjem) sledi spremembam želene vrednosti.

Za zgled vzemimo sistem 2. reda in skočno spremembo želene vrednosti. Kot vemo, ne bodo niti premalo, niti preveč dušeni sistemi dali ugodnega časovnega poteka regulirane (izhodne) veličine  $x(t)$ : "optimum" leži "nekje v sredini". Na sl. 6.72 vidimo prehodni pojav  $x_1(t)$ , ki bi ustrezal dušenju  $z = 0,5$ . Regulirana veličina  $x$  doseže razmero-  
ma hitro (v času  $t = t_a$ ) prvič svojo končno vrednost, v času  $t = t_b$  pa dokončno svojo novo stacionarno vrednost.

Vodene regulacijske sisteme lahko optimiramo ob upoštevanju najraz-



Sl. 6.72

ličnejših zahtev. Zelo pogo-  
sta zahteva je ta, naj sistem  
v čim krajšem času preide iz  
enega v drugo stacionarno  
stanje.

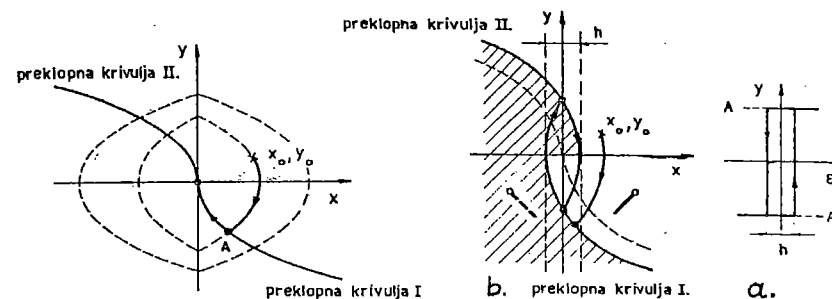
V prejšnjem primeru s sl. 6.72 se lahko vprašamo: Ali lahko dosežemo prehod iz enega v drugo stacionarno stanje pri istem sistemu po neki drugi, ugodnejši krivulji  $x_2(t)$ ? Ta krivulja je sestavljena iz dveh delov OA in AB in sicer tako, da preide sistem iz enega v drugo stanje v najkrajšem možnem času brez prenihanj.

Očitno lahko pri linearnih sistemih podaja prehodni pojav samo ena edina diferencialna enačba in zato prehodni pojav ne more biti sestavljen iz dveh delov kot na sl. 6.72.

Če je prehodni pojav  $x(t)$  sestavljen iz različnih delov, tedaj lahko te dele dobimo edinole z različnimi izrazi, ki izvirajo iz rešitev različnih diferencialnih enačb!

Tako npr. pripada del OA krivulje  $x_2(t)$  na sl. 6.72 eni enačbi, del AB pa drugi, pri čemer pa sta ti dve enačbi vsaka zase linearni. Ker v točki A krivulje  $x_2(t)$  ne velja princip superpozicije, optimalnega sistema, ki daje potek  $x_2(t)$ , ne štejemo med linearne sisteme, pač pa ga uvrščamo med nelinearne sisteme.

Za zgled ponovno opazujmo primer regulacije kurza ladje z dvopoložajnim regulatorjem (sl. 6.60)! Na sl. 6.61 vidimo fazne trajektorije za obravnavani sistem. Poskušajmo napraviti sedaj "optimalno" regulacijo, ki bo dala podoben prehodni pojav, kot ga kaže krivulja  $x_2(t)$  na sl. 6.72: z enim samim vmesnim preklopom naj preide sistem iz nekega začetnega stanja (npr. iz točke  $x_0, y_0$  na sl. 6.73) v novo stacionarno stanje  $x = 0, y = 0$  (t.j. v koordinatno izhodišče). To dosežemo tako, da krmilo najprej polno odklonimo v eno stran, v določenem trenutku pa ga prevrčemo v poln nasprotni odklon.



Sl. 6.73

Sl. 6.74

Pri tem se pojavi vprašanje: Kdaj naj izvršimo vmesni preklop, da bomo samo z enkratnim preklopom prišli iz točke  $x_0, y_0$  v točko  $x = 0, y = 0$ ?

Če pogledamo sl. 6.61 vidimo, da potekata dve paraboli skozi koordinatno izhodišče. Po eno vejo teh dveh parabol smo vrisali na sl. 6.73 (krivulji I in II). Če sedaj dosežemo, da bo rele preklopil (in s tem tudi krmilo) na teh dveh krivuljah, bo sistem iz točke  $x_0, y_0$  prišel v točko  $x = 0, y = 0$  z enim samim vmesnim preklopom.

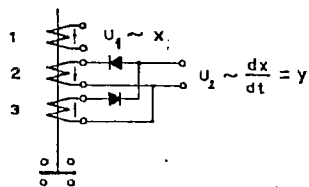
Izkaže se, da je za podani sistem s sl. 6.61 ta prehod iz enega v drugo stanje sploh najhitrejši možni prehod /8, 60, 57, 58/. To je tudi fizikalno razumljivo, saj deluje med prehodnim pojavom določen čas maksimalni pozitivni moment krmila  $+M$ , nato pa določen čas maksimalni negativni moment  $-M$  (gl. en. 6.69), sistem sam pa nima ob prehodnem pojavu nobenih nihanj.

Razmere se pri "optimalni" regulaciji nekoliko pokvarijo, če upoštevamo realne dvopoložajne regulatorje (releje), ki imajo vedno neko histerozo.

Če bi v prejšnjem primeru upoštevali dvopoložajni regulator s histerezo  $h$  (gl. sl. 6.74a), tedaj sistem ne bo več dosegel stacionarnega stanja v točki  $x = 0, y = 0$ , temveč bo stalno nihalo z amplitudo  $\pm h/2$  in z določeno frekvenco, kot vidimo to na sl. 6.74b.

Kako praktično dosežemo, da rele preklaplja na neki "zakrivljeni" preklopni krivulji?

Pri elektromehanskih relejih dosežemo to z nelinearnimi elementi npr. z diodami, ki delujejo v začetnem delu svojih  $U, I$  karakteristik. Vezje kaže sl. 6.75: Navitju 1 polariziranega releja pripeljemo napetost  $U_1$ , ki je proporcionalna veličini  $x$ , navitju 2 oziroma 3 pa napetost  $U_2$ , ki je proporcionalna časovnemu odvodu  $dx/dt = y$ . Z diodama, ki delujeta v začetnem delu svojih karakteristik (gl. sl. 6.77), dosežemo, da bosta toka skozi navitji 2 in 3 nelinearno odvisna od napetosti  $U_2$ .



Sl. 6.75

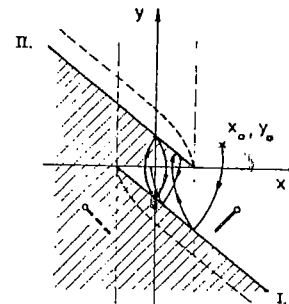


Sl. 6.77

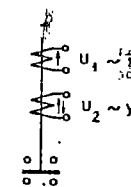
Ker idealne preklopne krivulje v praksi eksaktno težko uresničimo, se ponavadi zadovoljimo kar s premicami. Te dobimo tako, da pripeljemo na dve navitji polariziranega releja napetosti  $U_1 \sim x$  in  $U_2 \sim y$  (sl. 6.78). S takimi preklopnimi premicami dosežemo večkrat celo

boljše rezultate kot z optimalnimi preklopnimi krivuljami. Zgled za to vidimo na sl. 6.79, kje smo preklopni krivulji s sl. 6.74b zamenjali s preklopnima premicama I in II. Mejno nihanje ima sedaj manjšo amplitudo  $x < \pm h/2$  kot v primeru s sl. 6.74b.

Tudi s sl. 6.70 lahko ugotovimo, da bo imelo mejno nihanje pri ravnih preklopnih premicah  $P_2$  manjšo amplitudo kot pri optimalni preklopni krivulji  $P_3$ .



Sl. 6.79



Sl. 6.78

#### 6.4.4 Zaključki

Metoda dela s fazno ravnino je predvsem primerna za raziskovanje avtonomnih sistemov 2. reda.

S to metodo lahko ugotavljamo stabilnost regulacijskega kroga oziroma mejno nihanje (mejne trajektorije). Ne moremo pa neposredno ugotavljati prehodnih pojavov. V ta namen obstajajo npr. grafične metode, s katerimi lahko relativno hitro in dovolj točno dobimo časovne poteke  $x(t)$ .

Tudi za sisteme višjega reda  $n > 2$  lahko uporabimo opisano metodo, vendar je tedaj delo zelo težavno, ker faznih trajektorij ne moremo prikazovati v ravnini, temveč v  $n$ -dimenzionalnem prostoru.



6.5 Uporaba analognega računalnika

Analogni računalnik je posebno primeren za računanje (simuliranje) nelinearnih regulacijskih sistemov, ker lahko razmeroma enostavno simuliramo nelinearnosti iz statičnih karakteristik.

Poznano je, da lahko nelinearne diferencialne enačbe analitično rešimo le v posebnih primerih in še takrat s težavo. Analogni računalnik pa obravnava nelinearne sisteme zelo enostavno in brez posebnih težav v primerjavi z linearnimi sistemi.

Za simuliranje nelinearnih sistemov uporabljamo standardne elemente računalnika ter še nekatere posebne, kot so multiplikatorji, funkcijski generatorji, komparatorji ter posebna vezja z odprtimi ojačevalniki in diodami. Karakteristični nelinearni elementi so omejitev, mrtva cona, histereza in večpoložajni (relejni) elementi. S temi osnovnimi elementi lahko sestavljamo zapletene nelinearnosti.

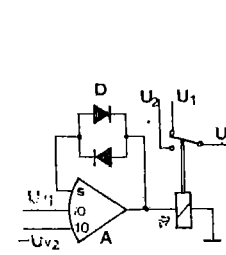
6.5.1 Nelinearni elementi

a) Multiplikatorji. Na Tabeli 9 vidimo simbol za multiplikator. Ta element daje na izhodu produkt dveh časovno spremenljivih signalov, t.j. napetosti  $U_{v1}$  in  $U_{v2}$ . Tehniške izvedbe multiplikatorjev so zelo različne /55, 63, 56/. Ker je produkt lahko velik, je iz tehničnih razlogov vpeljana konstanta E (npr.  $E = 100$ ), ki predstavlja največjo dopustno izhodno napetost za en računski element.

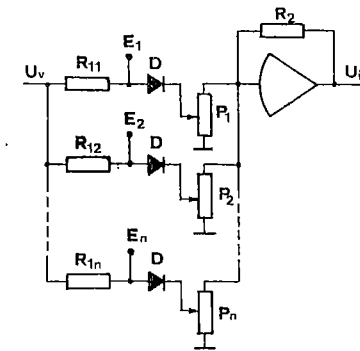
TABELA 9

Vrsta elementa	Simbol	Operacija
Multiplikator		$U_i = \frac{1}{E} U_{v1} U_{v2}$ $E = \text{konst.}$
Funkcijski generator		$U_i = f(U_v)$
Komparator		$U_i = U_1$ za $U_{v1} > U_{v2}$ $U_i = U_2$ za $U_{v1} < U_{v2}$

b) Funkcijski generator daje na izhodu poljubno nelinearno funkcijo vhodne napetosti. Njegov simbol vidimo na Tabeli 9. Takšne generatorje lahko dobavi kot posebno enoto proizvajalec računalnikov (npr. funkcijski generator SD 3351 "Diod Function Generator" firme Systron-Donner), lahko pa ga realiziramo z različnimi vezji. Eno teh kaže sl. 6.80.



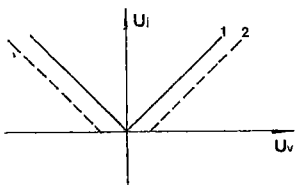
Sl. 6.81



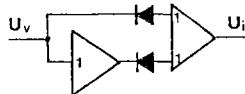
Sl. 6.80

Pri tem vezju z napetostmi E inverzno polariziramo diode D. Šele ko postane  $U_v > E$ , začne prevajati posamezen vhod. Statična karakteristika je sestavljena iz lomljene krivulje. Mesto loma ustreza napetostim E, nagibi pa so odvisni od vrednosti elementov  $R_1$  in P.

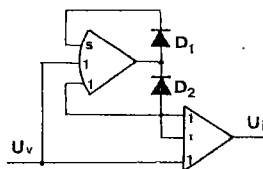
c) Komparator je element, ki primerja dve napetosti  $U_{v1}$  in  $U_{v2}$  in v odvisnosti od tega, katera od obeh napetosti je večja, prepušča na izhod eno od obeh vhodnih napetosti  $U_1$  ali  $U_2$ . Sl. 6.81 kaže možno zgradbo. Sestoji se iz odprtega ojačevalnika A z omejitvijo (diodi D) in iz polariziranega releja R. Diodi D rabita za to, da odprtega ojačevalnika ne prekrmlimo. V odvisnosti od tega, ali je  $U_{v1} + U_{v2} > 0$  ali  $< 0$ , priklopi rele v enega od obeh položajev. Označba S na vходу v odprt ojačevalnik pomeni, da je signal pripeljan neposredno (brez predupora) na sumacijsko mesto odprtega ojačevalnika.



Sl. 6.82



Sl. 6.83



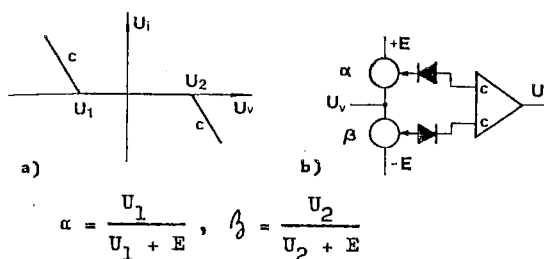
Sl. 6.84

tično karakteristiko lahko dosežemo z vezjem s sl. 6.83, če upoštevamo idealne diode. Ker pa imajo diode neki napetostni prag (približno 0,5 V), bo realna karakteristika tega vezja izgledala tako, kot jo kaže krivulja 2 na sl. 6.82.

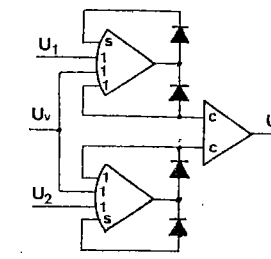
Vezje na sl. 6.84 "idealizira" realne diode. Pri signalu  $U_v < 0$  je zaradi odprte diode  $D_1$  potencial na izhodu odprtega ojačevalnika nič

in  $U_i = U_v$ . Pri signalu  $U_v > 0$  ima odprti ojačevalnik na izhodu potencial  $-U_v$ . Dioda  $D_2$  je odprta, tako da je na vходу inverterja  $U_v - 2U_v = -U_v$ , torej na njegovem izhodu spet  $+U_v$ . Zaradi visokega ojačenja odprtega ojačevalnika padec napetosti na diodah ne vpliva in dosežemo karakteristiko, kot jo kaže krivulja 1 na sl. 6.82.

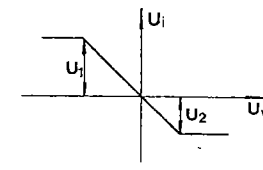
e) Mrtvo cono lahko realiziramo z vezjema, ki ju kaže sl. 5.85.



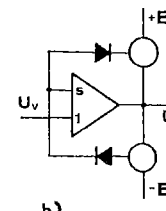
Sl. 6.85



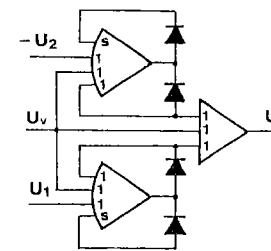
c)



a)



b)



c)

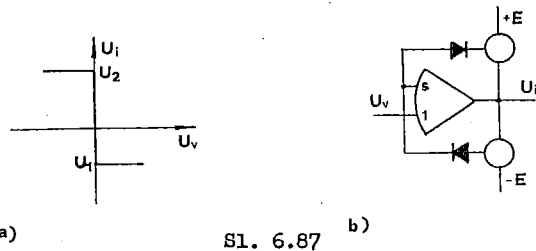
Sl. 6.86

Vezje 6.85b izkorišča delovanje inverzno polariziranih diod. Vezje 6.85c pa enako kot na sl. 6.84 "idealizira" karakteristike diod.

f) Omejitev dosežemo z vezjema, ki ju kaže sl. 6.86. Vezje na sl.

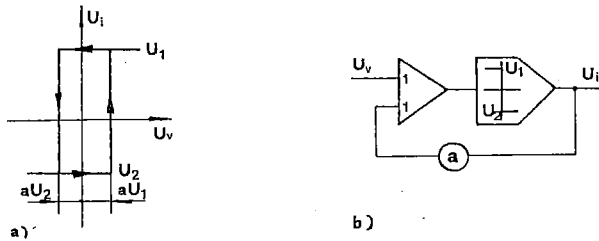
6.86c ponovno "idealizira" karakteristiko diod.

h) Dvopoložajni element dosežemo z vezjema na sl. 6.87.

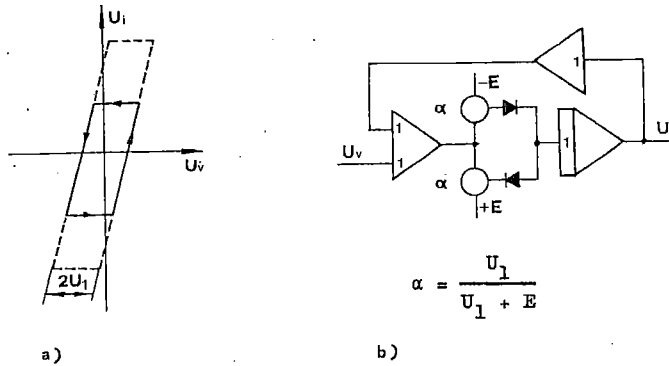


Sl. 6.87

1) Histerezo dosežemo z vezjema na sl. 6.88 in sl. 6.89 /56, 63/.



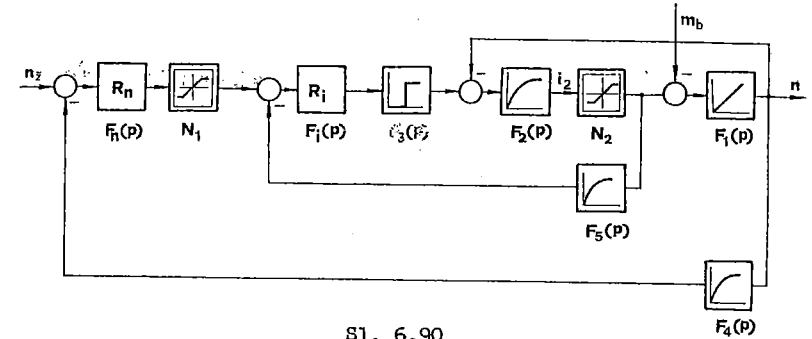
Sl. 6.88



$$\alpha = \frac{U_1}{U_1 + E}$$

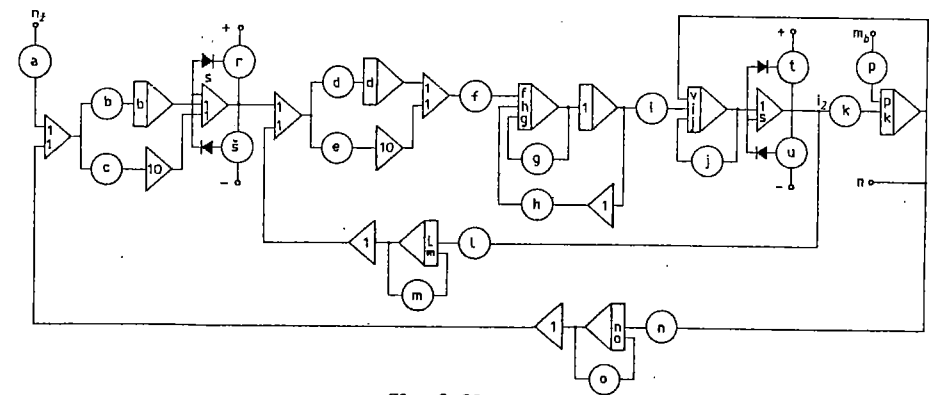
Sl. 6.89

Sl. 6.90 kaže blokovno, sl. 6.91 pa računalniško shemo regulacije s sl. 4.35 (str. 231). Nelinearnost  $N_1$  je bila vstavljena namenoma,



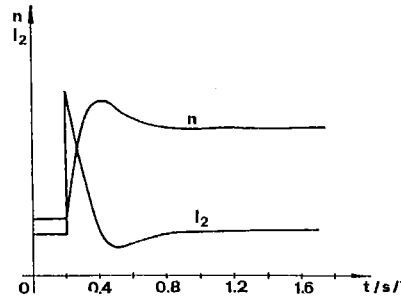
Sl. 6.90

da se omeji velikost toka skozi presmernik. Nelinearnost  $N_2$  pa je že vsebovana v sistemu in ponazarja dejstvo, da asinhronski motor v kaskadi ne more proizvajati negativnih (zaviralnih) motorskih momentov  $-M_m$ . Če momente normiramo v neki delovni točki, kjer je  $M_m > 0$ , tedaj dobimo nelinearno statično karakteristiko, ki jo kaže člen  $N_2$  v blokovni shemi na sl. 6.90. Spodnja meja je določena z velikostjo momenta  $M_m$  v delovni točki, zgornja meja pa z maksimalnim momentom, ki je omejen s fizikalnimi mejami /31/.

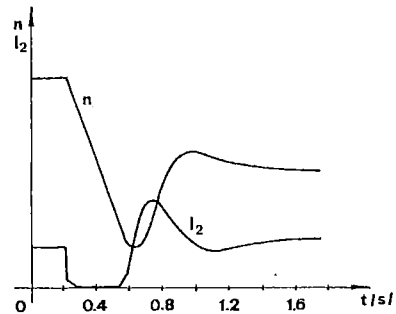


Sl. 6.91

Sl. 6.92 kaže potek hitrosti vrtenja  $n$  in rotorskega toka  $I_2$  pri krmiljenju hitrosti navzgor. Limitorja  $N_1$  in  $N_2$  nista delovala in regulacija je v tem primeru linearna. Sl. 6.93 kaže krmiljenje hitrosti



Sl. 6.92



Sl. 6.93

navzdol, pri čemer je limitor  $N_2$  deloval: tok  $I_2$  se je znižal na vrednost nič in ker zaradi enosmernega delovanja presmernika ne more postati tok  $I_2 < 0$ , ni negativnih motorskih momentov  $-M_m$ . Hitrost vrtenja  $n$  upada le zaradi priključenega konstantnega bremenskega momenta na novo željeno vrednost. Regulacija je nelinearna. Nelinearnosti smo modelirali z ustreznima vezavama, ki ju kaže sl. 6.86b.

7. DODATEK

DODATEK I.

A. Korespondenčna tabela za Laplaceovo transformacijo

$$F(p) = \int_0^{\infty} f(t) \cdot e^{-pt} \cdot dt, \quad f(t) = 0 \text{ za } t < 0$$

Tabela D1

Št.	$F(p)$	$f(t)$
1	$\frac{1}{p}$	1
2	$\frac{1}{p^n}; n > 0$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$
3	$\frac{1}{p-a}$	$e^{at}$
4	$\frac{1}{1+ap}$	$\frac{1}{a} e^{-t/a}$
5	$\frac{1}{p(p-a)}$	$\frac{1}{a} (e^{at}-1)$
6	$\frac{1}{p(p+a)}$	$\frac{1}{a} (1-e^{-at})$
7	$\frac{1}{p(1+ap)}$	$1-e^{-t/a}$
8	$\frac{1}{(p-a)^n}; n > 0$	$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!} e^{at}$

TABELA D1 (nadaljevanje)

Št	F(p)	f(t)
9	$\frac{1}{(p-a)(p-b)}$	$\frac{e^{at}-e^{bt}}{a-b}$
10	$\frac{1}{(1+ap)(1+bp)}$	$\frac{e^{-t/a}-e^{-t/b}}{a-b}$
11	$\frac{1}{p^2+a^2}$	$\frac{1}{a} \sin at$
12	$\frac{1}{p^2-a^2}$	$\frac{1}{a} \sinh at$
13	$\frac{p}{p^2+a^2}$	$\cos at$
14	$\frac{p}{p^2-a^2}$	$\cosh at$
15	$\frac{1}{p^2+2ap+b^2}$	$\frac{1}{2A} (e^{b_1 t} - e^{p_2 t}) =$ $= \frac{1}{\omega} e^{-at} \sin \omega t$
16	$\frac{p}{p^2+2ap+b^2}$	$\frac{1}{2A} (p_1 e^{p_1 t} - p_2 e^{p_2 t}) =$ $= (\cos \omega t - \frac{a}{\omega} \sin \omega t) e^{-at}$
17	$\frac{1}{p(p^2+2ap+b^2)}$	$\frac{1}{b^2} (1 + \frac{p_2}{2A} e^{p_1 t} - \frac{p_1}{2A} e^{p_2 t}) =$ $= \frac{1}{b^2} [1 - (\cos \omega t + \frac{a}{\omega} \sin \omega t) \cdot e^{-at}]$

TABELA D1 (nadaljevanje)

Št	F(p)	f(t)
18	$\frac{1}{(ap+1)^3}$	$\frac{1}{2a^3} t^2 e^{-t/a}$
19	$\frac{1}{p(p^2+a^2)}$	$\frac{1}{a^2} (1 - \cos at)$
20	$\frac{ap}{(p^2+a^2)^2}$	$\frac{t}{2} \sinh at$
21	1	$\delta(t) =$ Dirac-ova impulz- na funkcija

V tabeli D1 pomenijo označbe:

$$A = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$\omega = \sqrt{b^2 - a^2}$$

$$p_{1,2} = -a \pm A = -a \pm j\omega$$

B. Stavek o začetni vrednosti funkcije

Vrednost funkcije f(t) v času t = +0 lahko izračunamo neposredno iz funkcije F(p) po enačbi

$$\lim_{t \rightarrow 0} f(t) = \lim_{p \rightarrow \infty} p \cdot F(p)$$

C. Stavek o končni vrednosti funkcije

Vrednost funkcije f(t) v času t = ∞ lahko izračunamo neposredno iz funkcije F(p) po enačbi

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = \lim_{p \rightarrow 0} p \cdot F(p)$$

Ta enačba velja le, če funkcija F(p) nima polov s pozitivnimi realnimi deli.

DODATEK II.

Numerične metode za računanje korenov

1. Enačba 3. stopnje:

$$p^3 + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 = 0 \quad (D-1)$$

Korene te enačbe lahko izračunamo, če uspemo ugotoviti en njen koren  $-\alpha$ . Tedadaj lahko to enačbo napišemo v obliki produkta:

$$(p + \alpha) (p^2 + \beta_1 p + \beta_2) = 0 \quad (D-2)$$

Če odpravimo oklepaje, dobimo:

$$p^3 + (\alpha + \beta_1) p^2 + (\alpha \beta_1 + \beta_2) p + \alpha \beta_2 = 0 \quad (D-3)$$

S primerjanjem koeficientov en. (D-1) in en. (D-3) dobimo:

$$a_2 = \alpha + \beta_1 \quad (D-4)$$

$$a_1 = \alpha \beta_1 + \beta_2 \quad (D-5)$$

$$a_0 = \alpha \beta_2 \quad (D-6)$$

Pri praktičnem računanju postopamo takole:

1. poljubno izberemo vrednost za  $\beta_1$
2. iz en. (D-4) izračunamo  $\alpha$
3. iz en. (D-5) izračunamo  $\beta_2$
4. ugotovimo, če je izpolnjen pogoj iz en. (D-6)
5. izberemo novo vrednost za  $\beta_1$  tako, da se bo napaka:

$$\Delta = \alpha \beta_2 - a_0$$

zmanjšala in postopek nadaljujemo tako dolgo, dokler se poljubno dobro ne približamo pravim vrednostim za  $\alpha$ ,  $\beta_1$  in  $\beta_2$  oziroma dokler ne

postane napaka  $\Delta$  dovolj majhna.

Zgled:

$$p^3 + 2,76p^2 + 13,87p + 8,12 = 0$$

1. Izberemo poljubno:  $\beta_1 = 0$
2. iz en. (D-4):  $\alpha = a_2 - \beta_1 = 2,76 - 0 = 2,76$
3. iz en. (D-5):  $\beta_2 = a_1 - \alpha \beta_1 = 13,87 - 0 = 13,87$
4. iz en. (D-6):  $\Delta = \alpha \beta_2 - a_0 = 2,76 \cdot 13,87 - 8,12 = \underline{13,18}$

1. ponovitev

1. izberemo poljubno: npr.  $\beta_1 = a_2 = 2,76$
2.  $\alpha = a_2 - \beta_1 = 0$
3.  $\beta_2 = a_1 - \alpha \beta_1 = 13,87$
4.  $\Delta = -8,12$

Sedaj že vemo, da bo ležala prava vrednost za  $\beta_1$  med vrednostima 0 in 2,76, vsekakor bliže 2,76 kot 0. Zato ponovimo račun z novo vrednostjo:

2. ponovitev:

1.  $\beta_1 = 2$
2.  $\alpha = 2,76 - 2 = 0,76$
3.  $\beta_2 = 13,87 - 2 \cdot 0,76 = 12,35$
4.  $\Delta = 0,76 \cdot 12,35 - 8,12 = \underline{1,26}$

3. ponovitev

Iz zadnjih dveh napak lahko sklepamo, da bo  $\beta_1$  ležal med vrednostima 2 in 2,76. Vrednost  $\beta_1$  za 3. ponovitev bomo izračunali z linearno interpolacijo:

$$\beta_1 = 2 + \frac{2,76 - 2}{1,26 - (-8,12)} \cdot 1,26 = 2,102.$$

Če ponovimo celotni postopek, dobimo:

$$\Delta = 0,096$$

4. ponovitev:

Z linearno interpolacijo izračunamo

$$\beta_1 = 2 + \frac{2,102 - 2}{1,26 - 0,096} \cdot 1,26 = 2,1105$$

in dobimo:

$$\alpha = 0,65$$

ter

$$\Delta = -0,0018$$

Napaka  $\Delta$  je postala zelo majhna, zato lahko računanje zaključimo in je:

$$\alpha = 0,65$$

$$\beta_1 = 2,11$$

$$\beta_2 = 12,50$$

En. (D-2) dobi obliko:

$$(p + 0,65)(p^2 + 2,11p + 12,50) = 0$$

En korén je  $p_1 = -0,65$ , ostala dva pa lahko nato brez težav izračunamo.

2. Enačba višje stopnje:

Zelo prikladna je približevalna numerična metoda, ki jo je predlagal S. Lin /57/. Obstaja v tem, da originalno enačbo razstavimo v produkt kvadratičnih enačb. Edina omejitev za to metodo je ta, da morajo ležati naravne frekvence kvadratičnih faktorjev več oktav narazen.

Originalna enačba naj ima obliko:

$$p^n + a_{n-1}p^{n-1} + a_{n-2}p^{n-2} + \dots + a_2p^2 + a_1p + a_0 = 0$$

To enačbo delimo s faktorjem:

$$p^2 + \frac{a_1}{a_2}p + \frac{a_0}{a_2}$$

in dobimo:

$$(p^n + a_{n-1}p^{n-1} + a_{n-2}p^{n-2} + \dots + a_2p^2 + a_1p + a_0) : (p^2 + \frac{a_1}{a_2}p + \frac{a_0}{a_2}) = p^{n-2} + \dots$$

.....

$$b_2p^2 + b_1p + a_0$$

$$b_2p^2 + c_1p + c_0$$

ostanek

Če je ostanek relativno velik, tedaj postopek ponovimo tako, da delimo originalno enačbo z novim faktorjem:

$$p^2 + \frac{b_1}{b_2} p + \frac{a_0}{b_2}$$

Navadno postane ostanek dovolj majhen že po treh do štirih poskusih.

Zgled:

$$(p^2 + p + 1)(p^2 + 10p + 100) = p^4 + 11p^3 + 111p^2 + 110p + 100 = 0$$

Najprej delimo originalno enačbo s:

$$p^2 + \frac{110}{111} p + \frac{100}{111} = p^2 + 0,99p + 0,9$$

in dobimo:

$$(p^4 + 11,00p^3 + 111,00p^2 + 110,0p + 100,0) : (p^2 + 0,99p + 0,9) = p^2 + 10,01p + 100,2$$

$$\frac{p^4 + 0,99p^3 + 0,9 p^2}{10,01p^3 + 110,1p^2 + 110,0p} = \frac{10,01p^3 + 9,9p^2 + 9,0p}{100,2p^2 + 101,0p + 100,0}$$

$$\frac{10,01p^3 + 9,9p^2 + 9,0p}{100,2p^2 + 99,2p + 90,2}$$

$$\text{Ostanek: } 1,8p + 9,8$$

V drugem poskusu bomo delili originalno enačbo z:

$$p^2 + \frac{101}{100,2} p + \frac{100}{100,2} = p^2 + 1,008p + 0,998$$

in bomo dobili že zanemarljivo majhen ostanek.

## 8. SEZNAM LITERATURE

1. Cajhen, R.: Regulacija vrtljajev z največjimi natančnostmi, Avtomatika, Ljubljana, 6 (1962), str. 415 - 419.
2. Bratoljič, T.: Brzi magnetni regulator napona ABMI, Informacije Rade Končar, Zagreb, 3 (1956), str. 41 - 55.
3. Regulacija hitrosti vrtenja tuje vzbujanih elektromotorjev z uporabo tiristorjev, skupina avtorjev, Fakulteta za elektrotehniko v Ljubljani, 1970
4. Cajhen, R.: Razvoj regulacijske teorije in prakse, EV 1-2, 1969, str. 12 - 14.
5. Lindane, W. M., Mc Guire: Adaptive Control Flies the X-15, Control Eng., Oct. 1962, str. 93 - 97.
6. Doetsch, G.: Anleitung zum praktischen Gebrauch der Laplacetransformation, R. Oldenbourg, München, 1956.
7. Cajhen, R.: Osnove regulacijske tehnike, I. in II. knjiga, Univerza v Ljubljani, 1967
8. Gille, J. C., Pelegrin, M., Decaulne, P.: Theorie et Technique des Asservissements, Dunod, Paris, 1956/1958.
9. Oldenbourg, R., G. Sartorius, H.: Dynamik selbsttätiger Regelungen, R. Oldenbourg, München, 1951.
10. Oppelt, W.: Kleines Handbuch technischer Regelvorgänge, 3. izdaja, Verlag Chemie, Weinheim, 1960.
11. Zypkin, J. S.: Teorija impulsnih sistem, (v ruščini), Gostehizdat, Moskva, 1958.
12. Klüpfmüller, K.: Über die Dynamik der selbsttätigen Verstärkungsregler, Zeitschrift f. techn. Physik (1928), str. 469 - 472, Elektrische Nachrichtentechnik 5 (1948) str. 456 - 467.



13. Hurwitz, A.: Über die Bedingungen, unter welchen eine Gleichung nur Wurzeln mit negativen realen Teilen besitzt, Math. Ann. 46 (1895), str. 237.
14. Routh, E., I.: Dynamics of a System of Rigid Bodies, 3. izd. Macmillan Co. Ltd., London, 1877.
15. Bode, H., W.: Network Analysis and Feedback Amplifier Design, D. Van Nostrand Co, Inc., New York, 1945.
16. Nyquist, H.: Regeneration Theory, Bell System Techn. J., 11, Jan. 1932.
17. Solodovnikov, V., V.: Osnovi avtomatičeskovo regulirovanija, (v ruščini), Moskva, 1956.  
Nemški prevod: Grundlagen der selbsttätigen Regelung, v 2 delih, R. Oldenbourg, München, VEB Verlag Technik, Berlin, 1959.
18. Strojnik, A.: Industrijska elektronika, Državna založba Slovenije, Ljubljana, 1962
19. Evans, W., R.: Graphical Analysis of Control Systems, Trans. AIEE, Vol. 67 (1948), str. 547 - 551.
20. Evans, W., R.: Control-System Dynamics, Mc Graw Hill, New York, 1954
21. Truxal, J., G.: Automatic Feedback Control System Synthesis, Mc Graw Hill, New York, Toronto, London, 1955.
22. Krug, G., K., Krug, E., K.: Elektrische Kerrekturglieder in Regelkreisen, prevod iz ruščine, VEB Verlag Technik, Berlin, 1964.
23. Kümmel, F.: Regel-Transduktoren, Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1961

24. Gyerger, W., A.: Magnetic-Amplifier Circuits, Mc Graw Hill, Book Comp., New York, 1957  
Nemški prevod: Magnetverstärker - Schaltungen, Berliner Union, Stuttgart, VEB Verlag Technik, Berlin, 1959
25. Anschütz, H.: Stromrichteranlagen der Starkstromtechnik, Springer Verlag, Berlin, 1963
26. Wasserrab, T.: Schaltungstechnik der Stromrichter, Springer Verlag, Berlin, 1962
27. Jagodič, F.: Usmerniške naprave v elektroenergetiki, Univerzitetna založba, Ljubljana, 1971
28. Strojnik, A.: Usmerniki, Elektrotehniški vestnik, Ljubljana, 1961
29. Bühler, H.: Einführung in die Theorie geregelter Gleichstromantriebe, Birkhäuser Verlag, Basel, Stuttgart, 1962.
30. Dipl. delo št. 1606/69, Fakulteta za elektrotehniko, B. Podlesnik
31. Cajhen, R.: Prispevek k problematiki avtomatske regulacije hitrosti vrtenja v podsinhronizmu pri trifaznem asinhronskem motorju z drsnimi obroči s koristnim vračanjem rotorske električne energije v omrežje, disertacija na Fakulteti za elektrotehniko v Ljubljani, 1971
32. Jagodič, F.: Elektromotorski pogoni, Univ. založba, Ljubljana, 1969
33. Graham, D., Latrop, R., C.: The Synthesis of "Optimum" Transient Response: Criteria and Standard Forms, Trans. AIEE 73(1953), Pt. II., str. 273 - 288.
34. Gibson, J., E.: How to Specify the Performance of Closed-Loop Systems, Control Engg. 3 (1956), str. 122 - 129.
35. Oldenbourg, R., Sartorius, H.: A Uniform Approach to the Optimum Adjustment of Control Loops, Trans. ASME 8 (1954), str. 1265.

36. Wolfe, W., A.: Controller Settings for Optimum Control, Trans. ASME, 73 (1951), str. 413 - 418
37. Diplomsko delo št. 942/63, Fakulteta za elektrotehniko v Ljubljani, Jazbec D.
38. Leonhard, A.: Die selbsttätige Regelung, 3. izdaja, Springer Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg, 1962.
39. Heinrich, R.: Beitrag zur Frage der optimalen Bemessung der frei wählbaren Regelkonstanten, disertacija na TH Stuttgart, 1958
40. Sartorius, H.: Angepasste Regelsysteme, Regelungstechnik 2 (1954), str. 165.
41. Kessler, C.: Über die Vorausberechnung optimal abgestimmter Regelkreise, Regelungstechnik 12 (1954), 2 (1955).
42. Grünwald, E.: Entwurf von Reglern und Rückführungen, Regelungstechnik 3 (1955), str. 147.
43. Nixon, F., E.: Principles of Automatic Control, Prentice-hall inc., New York, 1953.
44. Ziegler, J., G., Nichols, N., B.: Optimum Setting for Automatic Controller, Trans. ASME 64 (1942), str. 759
45. Chien, K., L., Hrones, J., A., Reswick, J. B.: On the Automatic Control of Generalized Passive Systems, Trans. ASME 74 (1952); str. 175 - 185.
46. Whiteley, A., L.: Theory of Servo Systems, with Particular Reference to Stabilisation, Journ Inst. El. Engrs. 93 (1946), Pt. II., str. 353 - 372.
47. Mejerov, M., W.: Osnovi avtomatičeskovo regulirovanija električeskikh mašin, (v ruščini), Gosudarstvenoe energetičeskoe izdateljstvo, Moskva, Leningrad, 1952.

Nemški prevod: Grundlagen der selbsttätigen Regelung elektrischer Maschinen, VEB Verlag Technik, Berlin 1954.

Angleški prevod: Introduction to The Dynamics of Automatic Regulating of Electrical Mashines, Butterworths, London, 1961.

48. Azzo J.J., Houpis C. H.: Feedback Control System Analysis and Synthesis, Mc Graw Hill Book Comp., New York, London, 1966.
49. Chestnut, H., Mayer, R., W.: Servomechanisms and Regulating System Design, John Wiley; New York, 1951.
50. Cajhen, R.: Transistorska naprava za krmiljenje usmernikov in razsmernikov, Zbornik materiala 8. jugošklovske konferencije ETAN, Beograd, 1963.
51. Rogers, Connaly.: "Analog Computation in Engineering Design", Mc Graw Hill Book Comp. New York, 1960.
52. Jackson A. S.: Analog Computation, Mc Graw Hill Book Comp., New York, 1960.
53. Korn, Huskeng.: Computer Handbook, Mc Graw Hill Book Comp., New York 1961.
54. Sydow, A.: Programmierungstechnik für elektronische Analogrechner, VEB Verlag Technik, Berlin, 1964.
55. Simič, D.: Elektronski analogni računar, Tehnička knjiga, Beograd 1970
56. Tou, J., T.: Modern Control Theory, Mc Graw Hille, New York, 1964
57. Tomovič, R.: Uvod u nelinearne sisteme automatskog upravljanja, Gradjevinska knjiga, Beograd 1964.
58. Gibson, J. E.: Nonlinear Automatic Control, Mc. Graw Hill, New York, 1963.

59. Cunningham, W.: Non-linear Analysis, Mc Graw Hill, New York, 1958
60. Gille, J. C., Paquet I., G.: Subharmonic Oscillations in on-off Control Systems, IFAC, Moskva 1960
61. Dunsmore, G., L.: Computer Analogs for Common Nonlinearities, Control Eng., Vol. 6, str. 109 - 111, oktober 1959.
62. Ernst, D.: Elektronische Analogrechner, R. Oldenbourg, München, 1960.
63. Loocke, G.: Elektrische Maschinenverstärker, zal. Springer Verlag, Berlin 1958.
64. Avčin, F., Jereb, P.: Preizkušanje električnih strojev, Založba Živiljenje in tehnika, Ljubljana, 1966.

V S E B I N A

	Str.
1. OSNOVNI POJMI	1
1.1 Krmiljenje in regulacija	1
1.2 Zahteve pri regulacijah	5
1.3 Vrste regulacij	6
1.3.1 Analogne in digitalne regulacije	6
1.3.2 Linearne in nelinearne regulacije	9
1.3.3 Zvezne in nezvezne regulacije	10
1.3.4 Regulacije s konstantno in spremenljivo želeno vrednostjo	16
1.3.5 Vežančne regulacije	18
1.3.6 Adaptivne regulacije	30
2. DINAMIKA LINEARNIH SISTEMOV	33
2.1 Linearni in linearizirani sistemi	33
2.2 Prenosne funkcije	35
2.3 Frekvenčne karakteristike	41
2.4 Osnovni členi	43
2.4.1 Klasifikacija linearnih členov	43
2.4.2 Proporcionalni členi	45
2.4.3 Členi prvega reda	46
2.4.4 Členi drugega reda	50
2.4.5 Integralni členi	59
2.4.6 Diferencialni členi	62
2.4.7 Diferencialni členi prvega in drugega reda	66
2.4.8 Členi z mrtvim časom	68
2.5 Lastnosti prenosnih funkcij in frekvenčnih karakteristik	73
2.5.1 Zaporedna in vzporedna vezava členov	73
2.5.2 Grafična konstrukcija krivulj frekvenčnih karakteristik	77

2.5.3 Analiza krivulj frekvenčnih karakteristik	80
2.5.4 Transientno in stacionarno stanje	85
2.6 Izračun prenosnih funkcij	86
2.6.1 Potek izračuna	86
2.6.2 Numerični zglede	89
3. TEORIJA LINEARNE REGULACIJE	104
3.1 Prenosne funkcije zaključenih sistemov	104
3.2 Statične napake regulacij	112
3.2.1 Statične napake pri vodeni regulaciji	112
3.2.2 Statične napake pri regulacijah s konstantno želeno vrednostjo	115
3.3 Potek frekvenčne karakteristike $F_o(j\omega)$ ter lastnosti regulacijskega sistema	117
3.4 Problem: točnost - stabilnost	122
3.5 Princip korekcije regulacijskih sistemov	124
3.6 Numerični izračun poteka regulacije	127
3.7 Stabilnost	138
3.7.1 Osnovni stabilnostni pogoji	138
3.7.2 Stabilnostni kriteriji	146
3.7.2.1 Hurwitzov stabilnostni kriterij	147
3.7.2.2 Routhov stabilnostni kriterij	149
3.7.2.3 Stabilnostni kriterij leve roke	151
3.7.2.4 Nyquistov stabilnostni kriterij	155
3.7.2.5 Bode-Nyquistov stabilnostni kriterij	165
3.7.2.6 Evansov stabilnostni kriterij in metoda lege korenov	172
3.8 Korekcija regulacijskih krogov	176
3.8.1 Korekcija s serijskimi korekcijskimi členi	178
3.8.2 Korekcija s paralelnimi korekcijskimi členi	179
3.9 Kombinirani sistemi	184

4. REGULACIJSKE NAPRAVE	188
4.1 Zgradba regulacijskih sistemov	188
4.2 Merilni členi	190
4.3 Referenčni členi	197
4.4 Primerjalni členi	198
4.5 Regulatorji	200
4.5.1 Transistorski regulatorji	200
4.5.2 Transduktorski regulatorji	213
4.5.3 Elektromehanski regulatorji	216
4.6 Močnostni ojačevalniki	217
4.6.1 Krmiljeni usmerniki	217
4.6.2 Elektrodinamični ojačevalniki	220
4.7 Primeri izvedenih regulacij	225
5. SINTEZA LINEARNIH REGULACIJSKIH SISTEMOV	232
5.1 Naloga sinteze	232
5.2 Optimalna regulacija	234
5.2.1 Integralni kriteriji	235
5.2.1.1 Kriterij linearnega optimuma	235
5.2.1.2 Kriterij kvadratičnega optimuma	237
5.2.1.3 ITAE kriterij	238
5.2.2 Kriteriji na osnovi poteka frekvenčnih karakteristik	241
5.2.3 Kriterij na osnovi lege korenov	242
5.3 Praktični postopki za sintezo in optimiranje	242
5.3.1 Optimiranje v Nicholsovem diagramu z $\lambda_{max}$	243
5.3.1.1 Določanje konstante P-regulatorja	244
5.3.1.2 Določanje konstant PI-regulatorja	244
5.3.1.3 Določanje konstant PD-regulatorja	245
5.3.1.4 Določanje konstant PID-regulatorja	251
5.3.2 Optimiranje v Bodejevem diagramu	251
5.3.3 Optimum iznosa	253

5.3.4 Nastavljanje konstant regulatorja po priporočilih	260
5.3.5 Sinteza paralelnih korekcijskih členov	268
5.4 Uporaba analognega računalnika	270
5.4.1 Uvod	270
5.4.2 Zgradba računalnika	271
5.4.3 Razreševanje diferencialnih enačb	273
5.4.4 Vstavljanje začetnih pogojev	275
5.4.5 Amplitudno in časovno normiranje	277
5.4.6 Programiranje iz blokovnih shem	280
5.4.7 Optimiranje	281
5.4.8 Zgledi	283
6. TEORIJA NELINEARNE REGULACIJE	294
6.1 Nelinearni sistemi	294
6.2 Metode za analizo nelinearnih sistemov	301
6.3 Opisna funkcija	306
6.3.1 Definicija opisne funkcije	306
6.3.2 Uporaba opisnih funkcij	322
6.3.3 Vplivi mrtve cone, histereze in mrtvega časa	333
6.3.4 Korekcija	336
6.3.5 Nihanja pri neavtonomnih sistemih	339
6.3.6 Zaključki	341
6.4 Fazna ravnina	342
6.4.1 Pojem fazne ravnine	342
6.4.2 Čas v fazni ravnini	355
6.4.3 Optimalne regulacije	357
6.4.4 Zaključki	361
6.5 Uporaba analognega računalnika	362
7. DODATEK	369
Dodatek I: A. Korespondenčna tabela za Laplaceovo transformacijo	369
B. Stavek o začetni vrednosti funkcije	371

C. Stavek o končni vrednosti funkcije	371
Dodatek II: Numerične metode za računanje korenov	372
8. SEZNAM LITERATURE	377

